

# Двухволновое взаимодействие на фоторефрактивной решетке в кубических гиротропных кристаллах при сильной связи

© Р.В. Литвинов, С.М. Шандаров, С.Г. Чистяков

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,  
634050 Томск, Россия  
E-mail: shand@stack.ru

(Поступила в Редакцию 24 ноября 1999 г.)

Проанализировано влияние неоднаправленного энергообмена на интенсивность и поляризационное состояние сигнальной волны при симметричном двухволновом взаимодействии на пропускающей фоторефрактивной решетке, сформированной за счет диффузионного механизма в гиротропном кубическом кристалле симметрии 23.

Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке фирмы "Интапт" (г. Томск).

Взаимодействие световых волн на фоторефрактивной нелинейности в кубических гиротропных кристаллах интенсивно изучается в последнее время [1–15]. В работах [7,11] получены аналитические выражения для коэффициента двухпучкового усиления при диффузионной записи решетки с вектором  $\mathbf{K}$ , ориентированным в плоскости (110) кристалла группы силленитов. При выводе этих выражений использовались, в частности, приближения неистоцимой волны накачки и малой по сравнению с удельным вращением плоскости поляризации  $\rho$  константы двухпучковой связи  $\gamma$ .

В работах [10,13] показано, что при сильной связи, когда кристалл помещен во внешнее знакопеременное поле и условие  $\gamma \ll \rho$  не выполняется, при двухпучковом взаимодействии становится заметным вклад неоднаправленного энергообмена в общий коэффициент усиления. Эта добавка всегда направлена от сильного пучка к слабому, а ее поляризационная структура в случае одинаковой поляризации падающих на кристалл волн является ортогональной к поляризации слабого пучка в отсутствие сильного.

Условие  $\gamma \ll \rho$  может не выполняться и для взаимодействия на фоторефрактивной решетке, сформированной за счет диффузии. Так, для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  удельное вращение составляет величину  $\rho = 1.13 \text{ cm}^{-1}$  на длине волны  $\lambda = 633 \text{ nm}$  [16], сравнимую с коэффициентом двухпучковой связи для периодов фоторефрактивной решетки  $\Lambda < 2 \mu\text{m}$ .

В настоящей работе в приближении неистоцимой волны накачки получены соотношения для коэффициента двухпучкового усиления на фоторефрактивной решетке диффузионного типа без ограничений на величину постоянной связи и на длину взаимодействия. Проведен анализ поляризационных зависимостей двухволнового взаимодействия для двух противоположных ориентаций кристалла относительно направления распространения света — вдоль осей [110] и  $[\bar{1}\bar{1}0]$ . Рассмотрены изменения состояния поляризации сигнальной волны в присутствии волны накачки.

## 1. Основные уравнения

Следуя работам [4,5], рассмотрим симметричное падение двух плоских когерентных поляризованных световых волн, сигнальной ( $S$ ) и опорной ( $R$ ), на границу фоторефрактивного кристалла (рис. 1). Будем использовать разложение светового поля на составляющие параллельные плоскости падения световых волн (ТМ-компоненты) и перпендикулярные ей ТЕ-компоненты. В паракиальном приближении и в пренебрежении поглощением света уравнения связанных волн могут быть представлены в виде [8]

$$\frac{dR_M}{dx} = \rho R_E - \frac{\gamma}{2I_0} (S_M^* R_M + S_E^* R_E) (H_{MM} S_M + H_{ME} S_E), \quad (1)$$

$$\frac{dR_E}{dx} = -\rho R_M - \frac{\gamma}{2I_0} (S_M^* R_M + S_E^* R_E) (H_{EM} S_M + H_{EE} S_E), \quad (2)$$

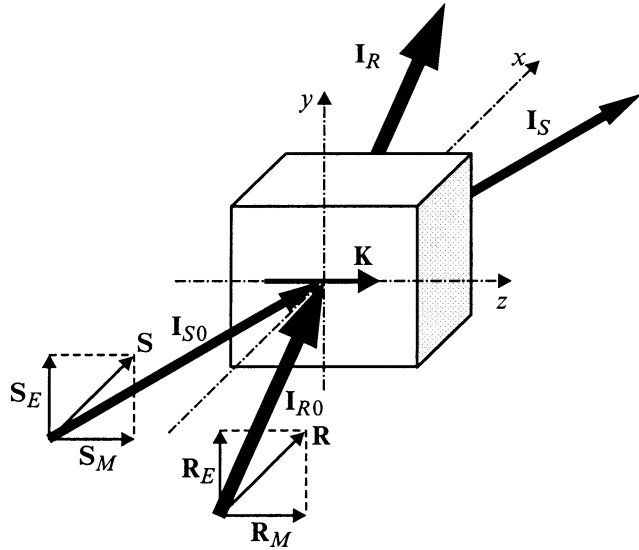
$$\frac{dS_M}{dx} = \rho S_E + \frac{\gamma}{2I_0} (S_M R_M^* + S_E R_E^*) (H_{MM} R_M + H_{ME} R_E), \quad (3)$$

$$\frac{dS_E}{dx} = -\rho S_M + \frac{\gamma}{2I_0} (S_M R_M^* + S_E R_E^*) (H_{EM} R_M + H_{EE} R_E), \quad (4)$$

где  $R_M$  и  $R_E$ ,  $S_M$  и  $S_E$  — ТМ- и ТЕ-компоненты векторов напряженности электрического поля для волн накачки и сигнала соответственно;  $I_0 = |R_M|^2 + |R_E|^2 + |S_M|^2 + |S_E|^2$  — полная интенсивность светового поля в кристалле;  $\gamma = 2\pi n_0^2 r_{41}^s E_{sc} / \lambda_0$  — постоянная связи,  $n_0$  — коэффициент преломления невозмущенного кристалла,  $r_{41}^s$  — электрооптическая константа механически зажатого кристалла. Величина  $E_{sc}$ , характеризующая поле пространственного заряда решетки, сформированной за счет диффузионного механизма, в случае одноуровневой зонной модели фоторефрактивного кристалла определяется выражением [16]

$$E_{sc} = \frac{E_D}{1 + (E_D/E_q)}, \quad (5)$$

где  $E_D = (k_B T / e) K$  — диффузионное поле,  $E_q = e N_A / (\epsilon K)$  — поле насыщения ловушек,  $K = 2\pi / \Lambda$ ,  $\Lambda$  — пространственный период решетки,



**Рис. 1.** Геометрия симметричного двухволнового взаимодействия на пропускающей фоторефрактивной решетке диффузионного типа, сформированной в кристалле с произвольной ориентацией относительно кристаллографических осей.

$\varepsilon$  — статическая диэлектрическая проницаемость кристалла. Элементы матрицы связи  $H_{MM}$ ,  $H_{EE}$  и  $H_{EM} = H_{ME}$ , учитывающие как электрооптический эффект, так и пьезоэлектрический и фотоупругий эффекты, в параксиальном приближении выражаются следующим образом [8]:

$$H_{MM} = \mathbf{e}_M(\mathbf{H}_{G1} + \mathbf{H}_{G2})\mathbf{e}_M = \mathbf{z}^0(\mathbf{H}_{G1} + \mathbf{H}_{G2})\mathbf{z}^0, \quad (6)$$

$$H_{EE} = \mathbf{e}_E(\mathbf{H}_{G1} + \mathbf{H}_{G2})\mathbf{e}_E = \mathbf{y}^0(\mathbf{H}_{G1} + \mathbf{H}_{G2})\mathbf{y}^0, \quad (7)$$

$$H_{EM} = \mathbf{e}_M(\mathbf{H}_{G1} + \mathbf{H}_{G2})\mathbf{e}_E = \mathbf{z}^0(\mathbf{H}_{G1} + \mathbf{H}_{G2})\mathbf{y}^0, \quad (8)$$

где учтено, что единичные векторы  $\mathbf{e}_M$  и  $\mathbf{e}_E$  для ТМ- и ТЕ-компонент совпадают с осями координат  $z$  и  $y$  (рис. 1). Компоненты матриц  $\mathbf{H}_{G1}$  и  $\mathbf{H}_{G2}$  определяются соотношением

$$\mathbf{H}_{G1} = \begin{bmatrix} 0 & q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & q_1 \\ q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$(\mathbf{H}_{G2})_{mn} = \frac{p_{mnkl}^E \gamma_{ki} e'_i q_l}{r_{41}^s}, \quad (10)$$

где  $q_i$  — направляющие косинусы вектора решетки  $\mathbf{K}$  в кристаллофизической системе координат;  $\gamma_{ki}$  — компоненты тензора  $\gamma = \Gamma^{-1}$ , обратного к тензору Кристоффеля с компонентами  $\Gamma_{ik} = c_{ijkl}^E q_j q_l$ ;  $c_{mnkl}^E$  и  $p_{mnkl}^E$  — компоненты тензоров коэффициентов упругости и фотоупругих постоянных, измеренных при постоянном электрическом поле;  $e'_k = e_{nkl} q_n q_l$ ;  $e_{nkl}$  — компоненты тензора пьезоэлектрических коэффициентов.

## 2. Взаимодействие в приближении неистоцимой накачки

В этом приближении можно считать, что фоторефрактивная решетка не влияет на волну накачки, что позволяет отбросить слагаемые в правой части уравнений (1) и (2), содержащие константу взаимодействия  $\gamma$ . В этом случае реализуется вращение плоскости поляризации волны накачки за счет гиротропии при ее распространении в кристалле, и решение может быть записано в виде

$$R_M(x) = R_{M0} \cos(\rho x) + R_{E0} \sin(\rho x), \quad (11)$$

$$R_E(x) = R_{E0} \cos(\rho x) - R_{M0} \sin(\rho x), \quad (12)$$

где  $R_{M0}$  и  $R_{E0}$  — граничные значения ТМ- и ТЕ-компонент амплитуды волны накачки.

Общее решение уравнений (3) и (4) может быть представлено в следующей форме:

$$S_M(x) = S_M^0(x) \exp(G(x)x) + \frac{\gamma}{2I_0} R_E^*(x) \Phi(x), \quad (13)$$

$$S_E(x) = S_E^0(x) \exp(G(x)x) - \frac{\gamma}{2I_0} R_M^*(x) \Phi(x), \quad (14)$$

где функции

$$S_M^0(x) = S_{M0} \cos(\rho x) + S_{E0} \sin(\rho x), \quad (15)$$

$$S_E^0(x) = S_{E0} \cos(\rho x) - S_{M0} \sin(\rho x) \quad (16)$$

являются решением указанной системы при  $\gamma = 0$  и описывают поворот плоскости поляризации сигнальной волны за счет гиротропии при ее распространении в кристалле в отсутствие фоторефрактивного взаимодействия, а величины  $S_{M0}$  и  $S_{E0}$  равны граничным значениям ТМ- и ТЕ-компонент амплитуды сигнальной волны.

Функции  $G(x)$  и  $\Phi(x)$  определяют два независимых интеграла системы (3), (4) и могут быть записаны как

$$G(x) = \frac{\gamma}{2} \left\{ H_\Sigma - 2 \operatorname{Im} \left[ \frac{1 - \exp(i2\rho x)}{2\rho x} (H_{EM} - iH_\Delta) \times \left( \operatorname{Re} \left( \frac{R_{M0}^* R_{E0}}{I_0} \right) + i \frac{|R_{M0}|^2 - |R_{E0}|^2}{2I_0} \right) \right] \right\}, \quad (17)$$

$$\Phi(x) = \int_0^x \left[ J_0 + J_c \cos(2\rho\xi) - J_s \sin(2\rho\xi) \right] \exp(G(\xi)\xi) d\xi, \quad (18)$$

где введены обозначения

$$J_0 = H_\Sigma (R_{M0} S_{E0} - R_{E0} S_{M0}), \quad (19)$$

$$J_c = H_{EM} (R_{E0} S_{E0} - R_{M0} S_{M0}) + H_\Delta (R_{E0} S_{M0} + R_{M0} S_{E0}), \quad (20)$$

$$J_s = H_\Delta (R_{M0} S_{M0} - R_{E0} S_{E0}) + H_{EM} (R_{E0} S_{M0} + R_{M0} S_{E0}), \quad (21)$$

$$H_\Sigma = \frac{H_{MM} + H_{EE}}{2}, \quad (22)$$

$$H_\Delta = \frac{H_{MM} - H_{EE}}{2}. \quad (23)$$

Отметим, что уравнения (13), (14) и (17), (18) аналогичны по структуре соотношениям для светового поля сигнальной волны, полученным в работе [10] на основе модового подхода. Найденные уравнения справедливы для произвольного среза гиротропного кубического кристалла и произвольной ориентации вектора  $\mathbf{K}$  пропускающей фоторефрактивной решетки.

В случае одинаковой поляризации падающих на кристалл волн амплитуду светового поля сигнальной волны можно представить в виде суперпозиции

$$\mathbf{S}(x) = \mathbf{S}_{\parallel}(x) \exp[G(x)x] + \mathbf{S}_{\perp}(x) \frac{\gamma\Phi(x)}{2\sqrt{I_{S0}I_{R0}}}, \quad (24)$$

где первая составляющая  $\mathbf{S}_{\parallel}(x) = (S_{M0}\mathbf{z}^0 + S_{E0}\mathbf{y}^0) \cos(\rho x) + (S_{E0}\mathbf{z}^0 - S_{M0}\mathbf{y}^0) \sin(\rho x)$  есть векторная амплитуда сигнальной волны в отсутствие волны накачки (без взаимодействия), а вторая составляющая  $\mathbf{S}_{\perp}(x) = (S_{E0}^*\mathbf{z}^0 - S_{M0}^*\mathbf{y}^0) \cos(\rho x) - (S_{M0}^*\mathbf{z}^0 + S_{E0}^*\mathbf{y}^0) \sin(\rho x)$  является ортогональной к вектору  $\mathbf{S}_{\parallel}(x)$  ( $\mathbf{S}_{\perp}(x)\mathbf{S}_{\parallel}^*(x) = 0$ );  $I_{S0}$  и  $I_{R0} = I_R$  есть интенсивность сигнальной волны на границе  $x = 0$  и интенсивность волны накачки соответственно. Таким образом, взаимодействие сигнальной волны с опорной волной на фоторефрактивной решетке, сформированной за счет диффузии, приводит не только к усилению по амплитуде, но и к изменению ее поляризационного состояния.

При одинаковой поляризации волн на границе кристалла коэффициент двухволнового усиления  $\Gamma = \ln[I_S(x)/I_{S0}]/x$  можно представить в форме

$$\Gamma = 2G(x) + \frac{1}{x} \ln \left[ 1 + \frac{\gamma^2 \exp(-2G(x)x)}{4I_{S0}I_{R0}} |\Phi(x)|^2 \right], \quad (25)$$

где первое слагаемое описывает обычную однонаправленную перекачку энергии, а второе — неоднаправленную перекачку, всегда усиливающую слабую сигнальную волну [10,13].

При взаимодействии одинаково линейно поляризованных волн функции  $G(x)$  и  $\Phi(x)$  удобно выразить через угол  $\varphi_0$  между вектором поляризации на входной грани и нормалью  $\mathbf{y}^0$  к плоскости падения (рис. 2)

$$G_{LP}(x) = \frac{\pi n_0^3 r_{41}^s E_{sc}}{\lambda} \left\{ H_{\Sigma} + \frac{\sin \rho x}{\rho x} \left[ H_{EM} \sin(\rho x + 2\varphi_0) - H_{\Delta} \cos(\rho x + 2\varphi_0) \right] \right\}, \quad (26)$$

$$\Phi_{LP}(x) = \int_0^x \left\{ H_{\Delta} \sin[2(\rho\xi + \varphi_0)] + H_{EM} \cos[2(\rho\xi + \varphi_0)] \right\} \times \exp(G_{LP}(\xi)\xi) d\xi, \quad (27)$$

где интеграл  $\Phi_{LP}(x)$  нормирован на величину  $\sqrt{I_{S0}I_{R0}}$ . В этом случае поляризация сигнальной волны в кристалле остается линейной, а соответствующие векторные

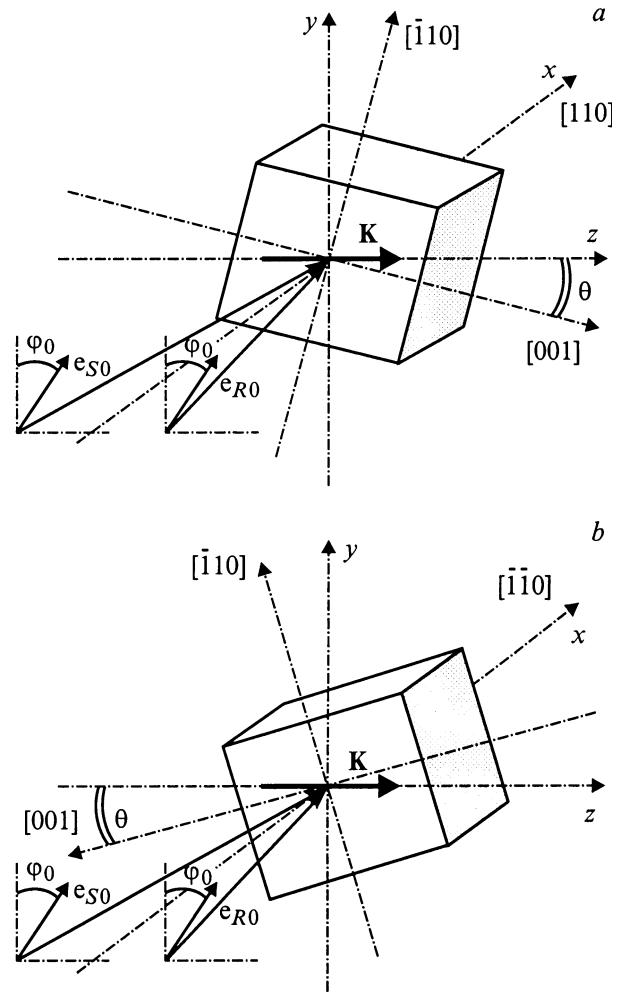


Рис. 2. Схемы попутного двухволнового взаимодействия в кубическом фоторефрактивном кристалле среза (110) для двух его противоположных ориентаций относительно сигнальной и опорной волн.  $a - \mathbf{x}^0 \parallel [110]$ ,  $b - \mathbf{x}^0 \parallel [1\bar{1}0]$ .

составляющие в выражении (24) принимают вид

$$\mathbf{S}_{\parallel}^{LP}(x) = \sqrt{I_{S0}} \left[ \mathbf{y}^0 \cos(\rho x + \varphi_0) + \mathbf{z}^0 \sin(\rho x + \varphi_0) \right],$$

$$\mathbf{S}_{\perp}^{LP}(x) = \sqrt{I_{S0}} \left[ -\mathbf{y}^0 \sin(\rho x + \varphi_0) + \mathbf{z}^0 \cos(\rho x + \varphi_0) \right]. \quad (28)$$

Угол поворота вектора поляризации сигнальной волны  $\Delta\varphi$  при наличии волны накачки по сравнению со случаем отсутствия взаимодействия определяется выражением

$$\Delta\varphi = -\arctg \left( \frac{\pi n_0^3 r_{41}^s E_{sc}}{\lambda} \Phi_{LP}(x) \exp(-G_{LP}(x)x) \right). \quad (29)$$

При вращении плоскости поляризации сигнальной волны по часовой стрелке в отсутствие волны накачки положительное (отрицательное) значение угла  $\Delta\varphi$  можно трактовать как усиление (ослабление) величины удельного вращения за счет взаимодействия.

При правой ( $r$ ) или левой ( $l$ ) круговой поляризации взаимодействующих волн световое поле сигнальной волны представляет суперпозицию двух циркулярно поляризованных составляющих с противоположным направлением вращения плоскости поляризации и его векторная амплитуда может быть записана в виде

$$\mathbf{S}_r(x) = \sqrt{I_{S0}} \exp \left[ \left( \frac{\gamma}{2} H_{\Sigma} + i\rho \right) x \right] \left\{ \frac{\mathbf{z}^0 + i\mathbf{y}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\mathbf{z}^0 - i\mathbf{y}^0}{\sqrt{2}} \times \frac{H_{\Delta} + iH_{EM}}{H_{\Sigma} + i(4\rho/\gamma)} \left( 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\gamma}{2} H_{\Sigma} + i2\rho \right) x \right] \right) \right\}, \quad (30)$$

$$\mathbf{S}_l(x) = i\sqrt{I_{S0}} \exp \left[ \left( \frac{\gamma}{2} H_{\Sigma} - i\rho \right) x \right] \left\{ \frac{\mathbf{z}^0 - i\mathbf{y}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\mathbf{z}^0 + i\mathbf{y}^0}{\sqrt{2}} \times \frac{H_{\Delta} - iH_{EM}}{H_{\Sigma} - i(4\rho/\gamma)} \left( 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\gamma}{2} H_{\Sigma} - i2\rho \right) x \right] \right) \right\}. \quad (31)$$

Таким образом, при взаимодействии с волной накачки поляризация сигнальной волны преобразуется в эллиптическую. Отношение осей эллипса поляризации  $\delta = b/a$  представим в форме

$$\delta = \frac{A - B(x)}{A + B(x)}, \quad (32)$$

где

$$A = \sqrt{H_{\Sigma}^2 + (4\rho/\gamma)^2},$$

$$B(x) = \sqrt{(H_{\Delta}^2 + H_{EM}^2) [1 - 2 \exp(-\gamma H_{\Sigma} x/2) \times \cos(2\rho x) + \exp(-\gamma H_{\Sigma} x)]}.$$

Наклон эллипса поляризации, зависящий от длины взаимодействия, будем характеризовать углом  $\chi$  между полуосью  $b$  и координатной осью  $y$

$$\chi = \frac{1}{2} \left\{ \arctg \left[ \frac{\sin(2\rho x)}{\exp(\gamma H_{\Sigma} x/2) - \cos(2\rho x)} \right] + \arctg \left[ \frac{H_{\Sigma} H_{\Delta} H_{EM} - H_{\Delta} (4\rho/\gamma)}{H_{\Sigma} H_{\Delta} + H_{EM} (4\rho/\gamma)} \right] \right\}. \quad (33)$$

При круговой поляризации взаимодействующих волн выражение (25) для коэффициента двухволнового усиления принимает простой вид

$$\Gamma = \gamma H_{\Sigma} + \frac{1}{x} \ln \left\{ 1 + \frac{H_{\Delta}^2 + H_{EM}^2}{H_{\Sigma}^2 + (4\rho/\gamma)^2} \left[ 1 - 2 \exp \left( - \frac{\gamma}{2} H_{\Sigma} x \right) \times \cos(2\rho x) + \exp(-\gamma H_{\Sigma} x) \right] \right\}. \quad (34)$$

### 3. Взаимодействие волн одинаковой линейной поляризации в срезе (110)

Для кристаллов среза (110) полагаем, что вектор решетки  $\mathbf{K}$  лежит в кристаллографической плоскости (110) и составляет угол  $\theta$  с направлением [001] (рис. 2). В этом случае кристалл может иметь две противоположные ориентации относительно сигнальной и опорной волн, формирующих пропускающую фоторефрактивную решетку. Соответствующие им коэффициенты  $H_{\Sigma}$ ,  $H_{\Delta}$  и  $H_{EM}$  (см. (22), (23), (6)–(8)) могут быть выражены через компоненты  $H_{mn}$  матрицы  $\mathbf{H}_G = \mathbf{H}_{G1} + \mathbf{H}_{G2}$  следующим образом:

$$H_{\Sigma}^{\pm} = \frac{\pm 1}{4} (H_{11} + H_{22} + 2H_{33} - 2H_{12}), \quad (35)$$

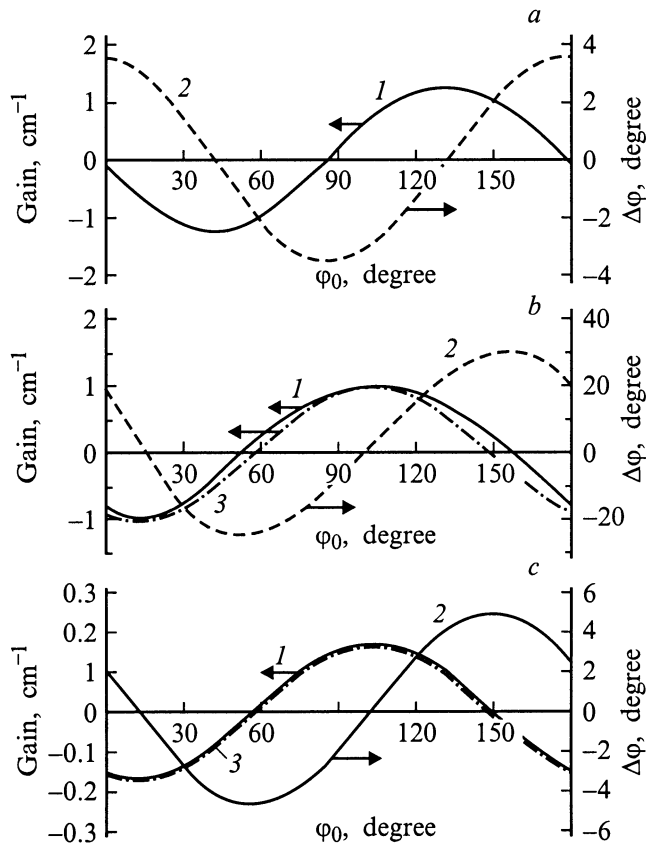
$$H_{\Delta}^{\pm} = \frac{\mp 1}{4} \left[ (H_{11} + H_{22} - 2H_{33} - 2H_{12}) \cos \theta + 4\sqrt{2} H_{13} \sin 2\theta \right], \quad (36)$$

$$H_{EM}^{\pm} = \frac{1}{4} (H_{11} + H_{22} - 2H_{33} - 2H_{12}) \sin 2\theta - \sqrt{2} H_{13} \cos 2\theta, \quad (37)$$

где индексы "+" и "-" относятся к ориентации оси  $x$  вдоль кристаллографических направлений [110] (рис. 2,  $a$ ) и  $[\bar{1}\bar{1}0]$  (рис. 2,  $b$ ). Аналитические выражения для компонент  $H_{mn}$  в срезе (110) кристаллов симметрии 23 хорошо известны [7,17] и приведены в Приложении.

Отметим, что переход от одной ориентации к другой соответствует повороту кристалла относительно оси  $y$ , ортогональной вектору решетки, на  $180^\circ$ . Как следует из выражений (32)–(34), такой поворот приводит к смене знака коэффициентов  $H_{\Sigma}^{\pm}$  и  $H_{\Delta}^{\pm}$  (при неизменной абсолютной величине) и не изменяет величины коэффициента  $H_{EM}^{\pm}$ . Поэтому в общем случае интенсивность и поляризационное состояние сигнальной волны после взаимодействия с опорной будут различными для двух противоположных ориентаций кристалла.

В частном случае так называемой в поперечной геометрии [11] при ориентации вектора решетки  $\mathbf{K}$  вдоль оси  $[\bar{1}\bar{1}0]$  кристалла ( $\mathbf{K} \perp [001]$ ) коэффициенты  $H_{\Sigma}^{\pm}$  и  $H_{\Delta}^{\pm}$  обращаются в нуль. Коэффициент  $H_{EM}^{\pm} = r_{41}^T/r_{41}^s$  не зависит от ориентации образца и поляризационные зависимости коэффициента двухволнового усиления  $\Gamma(\varphi_0)$  (кривые 1 на рис. 3) и угла поворота вектора поляризации сигнальной волны  $\Delta\varphi(\varphi_0)$  (кривые 2 на рис. 3) не изменяются при повороте кристалла вокруг оси  $y$  на  $180^\circ$ . Приведенные зависимости соответствуют взаимодействию световых волн ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) на фоторефрактивных решетках с пространственными периодами  $\Lambda = 1 \mu\text{m}$  (рис. 3,  $a$  и  $b$ ) и  $\Lambda = 6 \mu\text{m}$  (рис. 3,  $c$ ), сформированных за счет диффузионного механизма в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  с удельным вращением плоскости поляризации  $\rho = 6.3 \text{ degree/mm}$ . Высокая концентрация акцепторов  $N_A = 3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$  [18] в титанате висмута позволяет пренебречь эффектом насыщения ловушек для решеток с периодом  $\Lambda > 1 \mu\text{m}$  и полагать  $E_{sc} \cong E_D$



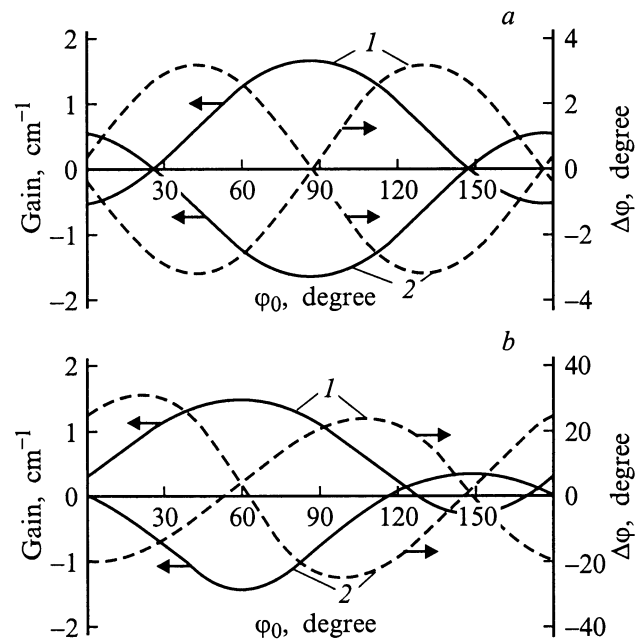
**Рис. 3.** Зависимость коэффициента двухволнового усиления  $\Gamma$  (1),  $2G_0$  (3) и угла поворота поляризации сигнальной волны  $\Delta\varphi$  (2) на выходе кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  от входного угла поляризации волн  $\varphi_0$  при ориентации вектора фоторефрактивной решетки  $\mathbf{K}$  вдоль оси  $[\bar{1}10]$ . Кривые для  $\mathbf{x}^0 \parallel [110]$  и  $\mathbf{x}^0 \parallel [\bar{1}\bar{1}0]$  совпадают. *a* —  $d = 1\text{ mm}$ ,  $\Lambda = 1\ \mu\text{m}$ ; *b* —  $d = 1\text{ cm}$ ,  $\Lambda = 1\ \mu\text{m}$ ; *c* —  $d = 1\text{ cm}$ ,  $\Lambda = 6\ \mu\text{m}$ .

(см. формулу (5)). Здесь и далее в расчетах использовались параметры кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  из работы [19].

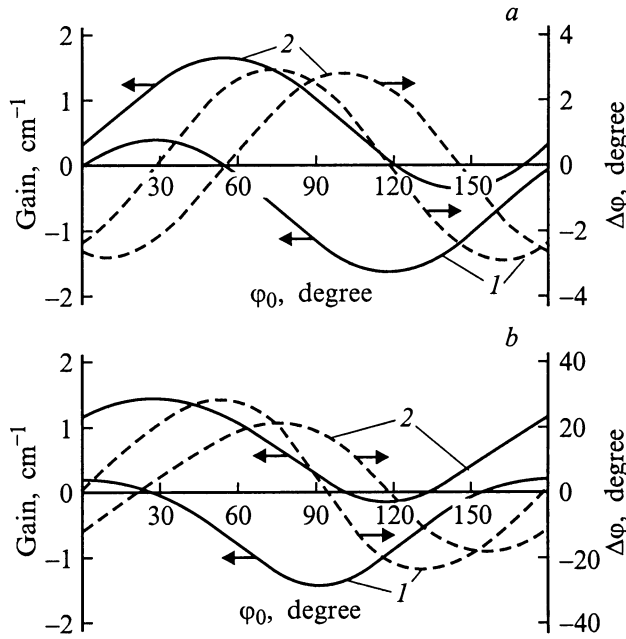
Кривая 3 на рис. 3, *b* соответствует поляризационной зависимости общепринятого коэффициента усиления  $2G(\varphi_0)$  (см. формулу (25)) без учета неоднаправленного энергообмена. Можно видеть, что такой энергообмен заметно изменяет поляризационные зависимости  $\Gamma(\varphi_0)$  для толстых кристаллов и малых периодов решетки, особенно при  $2G \approx 0$ . В то же время для тонких кристаллов или больших периодов решетки его вкладом в коэффициент двухволнового усиления можно пренебречь и полагать  $\Gamma(\varphi_0) \cong 2G(\varphi_0)$ . Большая величина неоднаправленного энергообмена приводит к значительным изменениям поляризации сигнальной волны, достигающим значений  $\Delta\varphi_m \approx 30^\circ$  для  $\Lambda = 1\ \mu\text{m}$  и  $d = 10\text{ mm}$ . Характерно, что для рассматриваемой ориентации вектора решетки  $\mathbf{K} \parallel [\bar{1}10]$  максимальный поворот вектора поляризации сигнальной волны  $\Delta\varphi_m$  достигается для  $\Gamma = 0$ . В этом случае обычный энергообмен идет от слабого пучка к сильному, а неоднаправленная перекачка в ортогональную поляризацию полностью его

компенсирует. Поворот плоскости поляризации сигнального пучка за счет неоднаправленной перекачки из опорной волны уменьшается при увеличении периода решетки и уменьшении длины взаимодействия, однако в рассмотренных выше случаях  $\Lambda = 1\ \mu\text{m}$ ,  $d = 1\text{ mm}$  (рис. 3, *b*) и  $\Lambda = 6\ \mu\text{m}$ ,  $d = 10\text{ mm}$  (рис. 3, *c*), когда ее вкладом в коэффициент двухволнового усиления можно пренебречь, достигает заметных величин  $\Delta\varphi_m \approx 3.5^\circ$  и  $\approx 4.9^\circ$  соответственно.

Коэффициент  $H_{EM}^\pm$  обращается в нуль для двух частных ориентаций вектора решетки:  $\mathbf{K} \parallel [001]$  (продольная геометрия [11]) и  $\mathbf{K} \parallel [\bar{1}11]$ . В этом случае коэффициент двухволнового усиления без неоднаправленного энергообмена  $2G_{LP}(\varphi_0)$  меняет знак на противоположный при повороте кристалла вокруг оси  $y$  на  $180^\circ$ . Такие особенности поведения двухволнового взаимодействия иллюстрируются представленными на рис. 4, *a* поляризационными зависимостями  $\Gamma(\varphi_0)$  и  $\Delta\varphi(\varphi_0)$  при ориентации вектора решетки  $\mathbf{K} \parallel [\bar{1}11]$  в тонком кристалле ( $d = 1\text{ mm}$ ). При малых длинах взаимодействия вклад неоднаправленного энергообмена незначителен, и зависимости  $\Gamma(\varphi_0)$  и  $\Delta\varphi(\varphi_0)$  для двух противоположных ориентаций кристалла ( $\mathbf{x}^0 \parallel [110]$  и  $\mathbf{x}^0 \parallel [\bar{1}\bar{1}0]$ ) практически взаимно симметричны относительно нулевого уровня. При увеличении длины взаимодействия (рис. 4, *b*) взаимная симметрия кривых исчезает, поскольку неодна-



**Рис. 4.** Зависимость коэффициента двухволнового усиления (сплошные кривые) и угла поворота поляризации сигнальной волны  $\Delta\varphi$  (штриховые кривые) на выходе кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  толщиной  $d = 1\text{ mm}$  (*a*) и  $d = 1\text{ cm}$  (*b*) от входного угла поляризации волн  $\varphi_0$  при ориентации вектора фоторефрактивной решетки  $\mathbf{K}$  вдоль оси  $[\bar{1}11]$ . Кривые 1 соответствуют ориентации  $\mathbf{x}^0 \parallel [110]$ , кривые 2 —  $\mathbf{x}^0 \parallel [\bar{1}\bar{1}0]$ . Пространственный период решетки  $\Lambda = 1\ \mu\text{m}$ .



**Рис. 5.** Зависимости  $\Gamma(\varphi_0)$  (сплошные кривые) и  $\Delta\varphi(\varphi_0)$  (штриховые кривые) на выходе кристалла  $\text{Ві}_{12}\text{ТіО}_{20}$  толщиной  $d = 1 \text{ mm}$  (a) и  $d = 1 \text{ cm}$  (b) для  $\mathbf{K} \parallel [\bar{1}\bar{1}2]$  и  $\Lambda = 1 \mu\text{m}$ . Кривые 1 соответствуют ориентации  $-\mathbf{x}^0 \parallel [110]$ , кривые 2 —  $\mathbf{x}^0 \parallel [\bar{1}\bar{1}0]$ .

правленный энергообмен, всегда увеличивающий амплитуду слабого пучка [10,13], дает заметные положительные добавки к коэффициенту двухволнового усиления.

Особенности поведения поляризационных зависимостей для более общего случая, когда все коэффициенты  $H_{\Sigma}^{\pm}$ ,  $H_{\Delta}^{\pm}$  и  $H_{EM}^{\pm}$  отличны от нуля, иллюстрируются рис. 5. Представленные кривые соответствуют ориентации вектора решетки вдоль кристаллографического направления  $[\bar{1}\bar{1}2]$  и не обладают какой-либо симметрией относительно поворота кристалла вокруг оси  $y$  на  $180^\circ$  как для больших, так и для малых длин взаимодействия.

Из анализа соответствующих друг другу зависимостей  $\Delta\varphi(\varphi_0)$  и  $\Gamma(\varphi_0)$  на рис. 3–5 и соотношений (25)–(27) и (29) легко показать, что экстремальные значения угла поворота вектора поляризации сигнальной волны  $\Delta\varphi_m$  имеют место при экстремумах скорости изменения коэффициента двухволнового усиления  $\Gamma(\varphi_0)$ . Отметим, что максимальное (минимальное) значение угла поворота  $\Delta\varphi_m$  соответствует минимуму (максимуму) производной  $d\Gamma/d\varphi_0$ .

Таким образом, показано, что вклад неоднаправленного энергообмена в двухволновое взаимодействие на фоторефрактивной решетке диффузионного типа, сформированной в кубическом гиротропном кристалле, может приводить к значительному изменению как интенсивности сигнальной волны, так и ее поляризационного состояния.

## Приложение

Следуя работе [17], зависимости компонент симметричной матрицы  $\mathbf{H}_G = \mathbf{H}_{G1} + \mathbf{H}_{G2}$  от угла  $\theta$ , определяющего ориентацию вектора решетки  $\mathbf{K}$  в плоскости (110) кристалла симметрии  $23$  (рис. 2), могут быть представлены в виде

$$H_{11} = \frac{e_{14} \sin^2 \theta \cos \theta}{r_{41}^u C(\theta)} \left\{ (p_{11} + p_{12}) \left[ 2C_{11} \cos^2 \theta + (C_{44}^E - C_{12}) \sin^2 \theta \right] + p_{21} \left[ C_{11} \sin^2 \theta + C_{12} (1 - 5 \cos^2 \theta) - 2C_{44}^E \cos 2\theta \right] \right\}, \quad (\text{П1})$$

$$H_{22} = \frac{e_{14} \sin^2 \theta \cos \theta}{r_{41}^u C(\theta)} \left\{ (p_{11} + p_{21}) \left[ 2C_{11} \cos^2 \theta + (C_{44}^E - C_{12}) \sin^2 \theta \right] + p_{12} \left[ C_{11} \sin^2 \theta + C_{12} (1 - 5 \cos^2 \theta) - 2C_{44}^E \cos 2\theta \right] \right\}, \quad (\text{П2})$$

$$H_{33} = \frac{e_{14} \sin^2 \theta \cos \theta}{r_{41}^u C(\theta)} \left\{ (p_{12} + p_{21}) \left[ 2C_{11} \cos^2 \theta + (C_{44}^E - C_{12}) \sin^2 \theta \right] + p_{11} \left[ C_{11} \sin^2 \theta + C_{12} (1 - 5 \cos^2 \theta) - 2C_{44}^E \cos 2\theta \right] \right\}, \quad (\text{П3})$$

$$H_{12} = \cos \theta + \frac{2e_{14} p_{44}^E \sin^2 \theta \cos \theta}{r_{41}^u C(\theta)} \times \left[ (C_{12} - C_{44}^E) \sin^2 \theta - 2C_{11} \cos^2 \theta \right], \quad (\text{П4})$$

$$H_{13} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} + \frac{e_{14} p_{44}^E \sin \theta}{\sqrt{2} r_{41}^u C(\theta)} \left[ C_{12} \sin^2 \theta (6 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - C_{11} (4 \cos^4 \theta + \sin^4 \theta) - 2C_{44}^E \sin^4 \theta \right], \quad (\text{П5})$$

$$H_{23} = -H_{13}, \quad (\text{П6})$$

где обозначено

$$C(\theta) = \sin^2 \theta \left[ (2C_{12}^2 - C_{11}^2) \cos^2 \theta - 2C_{44}^E \sin^2 \theta \right] - C_{11} C_{12} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + C_{12} C_{44}^E \sin^2 \theta \times (5 \cos^2 \theta - 1) - C_{11} C_{44}^E (1 + \cos^4 \theta). \quad (\text{П7})$$

## Список литературы

- [1] D.J. Webb, A. Kiebling, B.I. Sturman, E. Shamonina, K.H. Ringhofer. Opt. Commun. **108**, 31 (1994).
- [2] V.V. Shepelevich, N.N. Egorov, V.V. Shepelevich, jr. J. Opt. Soc. Am. **B11**, 8, 1394 (1994).

- [3] J.R. Goff. *J. Opt. Soc. Am.* **B12**, 1, 99 (1995).
- [4] H.C. Pedersen, P.M. Johansen. *J. Opt. Soc. Am.* **B12**, 4, 592 (1995).
- [5] H. Tuovinen, A.A. Kamshilin, R. Ravattinen, V.V. Prokofiev, T. Jaaskelainen. *Opt. Engineering* **34**, 9, 2641 (1995).
- [6] H.C. Ellin, L. Solimar. *Opt. Commun.* **130**, 85 (1996).
- [7] S.M. Shandarov, A.V. Reshet'ko, A.A. Emelyanov, O.V. Kobozev, M.G. Krause, Y.F. Kargin, V.V. Volkov. *Proc. SPIE* **2969**, 202 (1996).
- [8] H. Touvinen, A.A. Kamshilin, T. Jaaskelainen. *J. Opt. Soc. Am.* **B14**, 12, 3383 (1997).
- [9] В.В. Шепелевич. *Оптика и спектроскопия* **83**, 1, 172 (1997).
- [10] Р.В. Литвинов, С.М. Шандаров. *Оптика и спектроскопия* **83**, 2, 334 (1997).
- [11] E. Shamonina, V.P. Kamenov, K.H. Ringhofer, G. Cedilink, A. Kießling, R. Kowarschic, D.J. Webb. *Opt. Commun.* **146**, 62 (1998).
- [12] E. Shamonina, V.P. Kamenov, K.H. Ringhofer, G. Cedilink, A. Kiessling, R. Kowarschic. *J. Opt. Soc. Am.* **B15**, 10, 2552 (1998).
- [13] В.Ю. Красноперов, Р.В. Литвинов, С.М. Шандаров. *ФТТ* **41**, 4, 632 (1999).
- [14] V.V. Shepelevich, Y. Hu, A. Firsov, E. Shamonina, K.H. Ringhofer. *Appl. Phys.* **B68**, 923 (1999).
- [15] B.I. Sturman, E.V. Podivilov, K.H. Ringhofer, E. Shamonina, V.P. Kamenov, E. Nippolainen, V.V. Prokfiyev, A.A. Kamshilin. *Phys. Rev.* **E60**, 3, 3332 (1999).
- [16] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике*. Наука, С.-Петербург (1992). 317 с.
- [17] С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич, Н.Д. Хатьков. *Оптика и спектроскопия* **70**, 5, 1068 (1991).
- [18] J.E. Millerd, E.M. Garmire, M.B. Klein, B.A. Wechsler, F.P. Strohkendl, G.A. Brost. *J. Opt. Soc. Am.* **B9**, 8, 1449 (1992).
- [19] С.И. Степанов, С.М. Шандаров, Н.Д. Хатьков. *ФТТ* **10**, 3054 (1987).