

Поведение высших гармоник отклика гранулированных ВТСП на низкочастотное магнитное поле

© М.А. Зеликман

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в Редакцию 28 декабря 1999 г.)

Предложено теоретическое объяснение экспериментальных результатов по поведению высших гармоник отклика гранулированного ВТСП на переменное магнитное поле при частотах $\sim 10^2$ Hz. Теория объясняет периодичность зависимости амплитуд гармоник от постоянного внешнего магнитного поля; зависимость периода от номера гармоники и амплитуды переменного магнитного поля; существование порога в зависимости амплитуд нечетных гармоник от амплитуды переменного магнитного поля; возможного попарного группирования этих зависимостей для соседних нечетных гармоник. Показано, что получаемые на опыте зависимости могут быть объяснены без подробного анализа микропроцессов в отдельных джозефсоновских контурах только в рамках представлений о ВТСП как о макроскопической среде, характеризующейся типичной для сверхпроводников II рода зависимостью магнитного потока от внешнего магнитного поля $\Phi(H)$.

Работа выполнена в рамках гранта Министерства науки и технологии по направлению "Сверхпроводимость".

В настоящее время большое внимание физиков, как теоретиков, так и экспериментаторов, привлекают к себе электродинамические свойства ВТСП. Изучение этих свойств может прояснить физику процессов, происходящих в ВТСП, механизм возникновения сверхпроводящего состояния и наметить пути для улучшения технических характеристик ВТСП, таких, например, как величина критического поля, с целью расширения области их практического применения.

Объяснение экспериментальных фактов обычно основывается на анализе микроскопических процессов, происходящих в джозефсоновской среде. На этом пути получен целый ряд важнейших результатов: существование нескольких фазовых переходов [1,2], соответствующих состояниям спинового стекла, решетки вихрей, вихревой жидкости, возникновение новых механизмов диссипации [3], квазидвумерность ВТСП [4] и т.д.

Однако пока нет полной ясности относительно процессов перестройки микроскопической картины при изменении внешнего магнитного поля. Одним из подходов к экспериментальному исследованию этих процессов является анализ нелинейного отклика образца на переменное магнитное поле. При частотах поля $10^2 - 10^4$ Hz поведение высших гармоник в выходном сигнале проявляет ряд необычных, на первый взгляд, свойств. В [5,6] было показано, что амплитуды гармоник являются периодическими функциями от величины постоянной составляющей внешнего магнитного поля, причем период зависит от номера гармоники. Для теоретического объяснения этих фактов в [6] предлагается модель, в которой сверхпроводник рассматривается как набор невзаимодействующих петель с джозефсоновскими переходами, распределенных с некоторой функцией распределения по площадям.

Хотя такая картина и дает качественное согласие с экспериментом, однако возможность рассмотрения независимых петель и отдельных скивдов весьма сомни-

тельна. Кроме того, не ясно, почему случайным образом распределены лишь площади петель, а не другие их параметры, скажем, величины критических токов джозефсоновских контактов, количество контактов в петлях и т.п. Станным представляется факт идентичности экспериментальных результатов в [6] для монокристаллических образцов и порошков, хотя в них площади должны значительно различаться.

Не получает объяснения в теории [6] и обнаруженный в [7] факт резкой зависимости характеристик образца от температуры (рис. 1), поскольку в модели спинового стекла размер петли определяется размером гранулы и при изменении температуры меняться не должен.

Приведенные выше аргументы делают малоубедительными как модель, предложенную в [6], так и следующие из нее выводы: объяснение существования пиков на

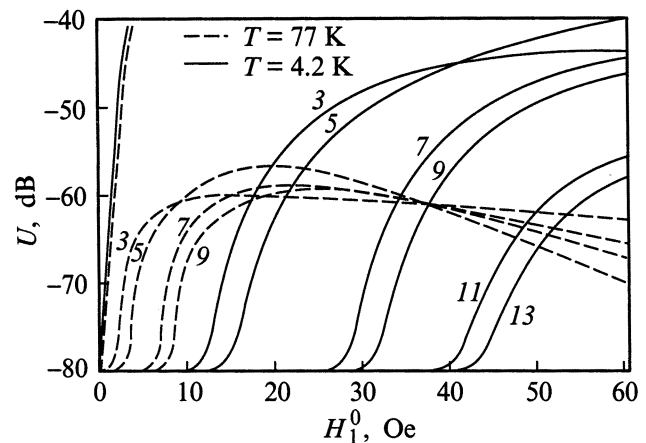


Рис. 1. Экспериментальные зависимости амплитуд нечетных гармоник от амплитуды переменного магнитного поля для одного из образцов $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ в отсутствие постоянного поля при разных температурах.

зависимости мощности гармоник от постоянного поля H_0 квантованием магнитного потока на петлях; утверждение о том, что петли с большей площадью определяют поведение более высоких гармоник; попытка определения на основе экспериментальных данных характерных площадей петель и т.п. Однако, хотя работа [6] была опубликована 10 лет назад, в настоящее время многие авторы (например, [8–10]) продолжают ссылаться на предложенную в ней модель независимых петель, несмотря на все указанные выше недочеты.

В настоящей работе будет показано, что качественное совпадение результатов эксперимента с моделью независимых петель [6] не обусловлено адекватностью микроскопии самой этой модели, которая содержит подстроечную функцию распределения петель по площадям, но является следствием нелинейного отклика образца на переменное внешнее магнитное поле при определенном виде нелинейности. Иными словами, для объяснения эксперимента достаточно рассмотреть образец как макроскопическую среду с определенной нелинейной зависимостью магнитного потока от внешнего магнитного поля $\Phi(H)$. Действительно, генерация гармоник является следствием нелинейных свойств сверхпроводников II рода, каковыми являются керамические ВТСП. При этом нелинейность должна проявляться в полях больших H_{c1}^* — первого критического поля, характеризующего ВТСП, имеющий также и свое значение H_{c2}^* (используемые обозначения соответствуют H_{c1J} и H_{c2J} в [11]). Эту нелинейную зависимость можно считать макроскопической характеристикой материала, хотя, конечно, для понимания причин возникновения именно такой зависимости необходим был бы анализ происходящих микрпроцессов, учитывающий перестройку с изменением внешнего магнитного поля всей картины распределения токов по петлям, которые ни в коей мере не могут считаться независимыми.

Предлагаемая теория дает качественное и количественное объяснение всем фактам, описанным в [6], а также установленным в [7] фактам существования порога на зависимостях амплитуд нечетных гармоник от амплитуды переменного поля и возможного попарного группирования этих зависимостей для соседних нечетных гармоник (рис. 1).

Рассмотрим цилиндрический образец ВТСП, помещенный в две цилиндрические катушки, одна из которых задает внешнее продольное переменное магнитное поле $H(t) = H_0 + H_1^0 \sin \omega t$, а другая служит вторичной обмоткой для снятия выходного сигнала $U(t)$. Пусть образец характеризуется определенной зависимостью $\Phi(H)$, где Φ — магнитный поток, проходящий через поперечное сечение образца. На самом деле, в эксперименте используется компенсация выходного сигнала, поэтому в дальнейшем под $\Phi(H)$ подразумевается лишь магнитный поток, создаваемый самим образцом, что означает вычитание из полного потока линейной по H части, не влияющей на высшие гармоники. Выходной сигнал $U(t)$ пропорционален скорости изменения $\Phi(H)$,

$U(t) \sim \Phi'(t)$. Если считать $\Phi(H)$ нечетной функцией H , то ее можно разложить в интеграл Фурье по синусам, а затем, подставив $H(t)$, еще и в ряд по функциям Бесселя

$$\begin{aligned} \Phi(H) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty F(x) \sin(xH) dx \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty F(x) \sin(xH_0 + xH_1^0 \sin \omega t) dx \\ &= 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty F(x) \left\{ \sum_{l=1}^\infty \left[J_{2l-1}(xH_1^0) \cos(xH_0) \sin(2l-1)\omega t \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + J_{2l}(xH_1^0) \sin(xH_0) \cos 2l\omega t \right] + \frac{1}{2} J_0(xH_1^0) \sin(xH_0) \right\} dx \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty F(x) J_0(xH_1^0) \sin(xH_0) dx \\ &\quad + 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{l=1}^\infty \sin(2l-1)\omega t \int_0^\infty F(x) J_{2l-1}(xH_1^0) \cos(xH_0) dx \\ &\quad + 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{l=1}^\infty \cos 2l\omega t \int_0^\infty F(x) J_{2l}(xH_1^0) \sin(xH_0) dx. \end{aligned}$$

Вводя, как в [6], безразмерные величины $\alpha = 2\pi \times S_0 H_0 / \Phi_0$, $\beta = 2\pi S_0 H_1^0 / \Phi_0$, где Φ_0 — квант магнитного потока, а S_0 — некоторая величина размерности площади, получим

$$U(t) = \sum_{l=1}^\infty \left(U_{2l-1} \cos(2l-1)\omega t + U_{2l} \sin \omega t \right), \quad (1)$$

где

$$U_{2l-1} = k(2l-1)\omega \int_0^\infty J_{2l-1}(z\beta) \cos(z\alpha) F(z) dz, \quad (1a)$$

$$U_{2l} = k2l\omega \int_0^\infty J_{2l}(z\beta) \sin(z\alpha) F(z) dz, \quad (1b)$$

k — постоянный коэффициент.

Отметим, что нормировка магнитных полей на величину $\Phi_0/2\pi S_0$ выбрана для удобства сопоставления с [6]. На самом деле, более логичной была бы нормировка на какое-то характерное магнитное поле, например, H_0 или H_1^0 , в этом случае разговор о площадях даже не возник бы.

Полученные выражения (1a) и (1b) совпадают с формулами (2a) и (2b) из [6], т.е. мы пришли к тем же результатам, что и авторы [6], но без использования приближения независимости петель и даже без анализа

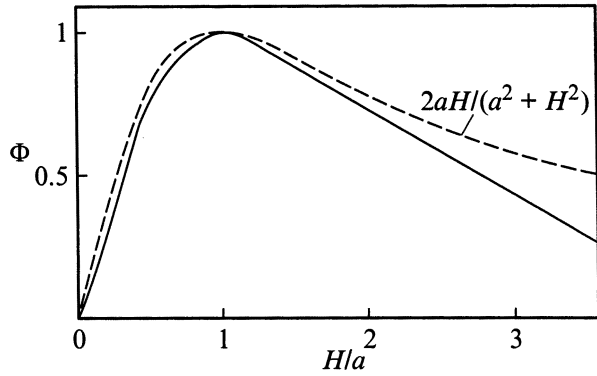


Рис. 2. Экспериментальная зависимость нормированного магнитного потока от внешнего магнитного поля. Штриховой линией изображен график функции $\Phi(H) = 2aH/(a^2 + H^2)$ при $a = 5$ Ое.

микроскопии процесса. Таким образом, $F(z)$ не является функцией распределения джозефсоновских петель в ВТСП по площадям, как предполагается в [6]. Функция $F(z)$ может определяться не только площадями петель, но и другими их параметрами, а также взаимосвязями петель друг с другом, что не учитывается в [6]. Существенным аргументом в пользу этого является факт резкой зависимости характеристик от температуры [7] (рис. 1), который не может быть объяснен в рамках [6], так как в модели спинового стекла размер петли определяется размером гранулы и при изменении температуры меняться не должен. Поэтому представляется более целесообразным считать z некоторой характеристикой джозефсоновской среды, конкретный физический смысл которой пока не ясен.

Определим вид зависимости $\Phi(H)$, обеспечивающий согласие приведенного выше подхода с экспериментом. В [6] предлагается следующий вид функции $F(A)$ (с учетом коэффициента A в (2a) и (2b)):

$$F(A) = \frac{\text{sh} A\pi/2}{\text{ch} A\pi - 1} = \frac{1}{2 \text{sh} A\pi/2}, \quad (2)$$

причем при малых A проводится обрезание при $a = \delta$, т.е. поведение $F(A)$ при малых A не определено, а при больших A $F(A) \approx \exp(-\pi A/2)$. Зависимость $F(z)$ такого типа дает, например, функция $\Phi(H) = \frac{2aH}{a^2 + H^2}$, для которой преобразование Фурье имеет вид $F(z) = \sqrt{\pi/2} 2ae^{-\gamma z}$, где $\gamma = 2\pi S_0 a / \Phi_0$. Из рис. 2, на котором изображена экспериментальная зависимость $\Phi(H)$, полученная на основе использования известной методики [12], можно видеть, что функция $\Phi(H) = 2aH/(a^2 + H^2)$ при $a = 5$ Ое, дает неплохое приближение экспериментальной кривой. Отметим, что качественно зависимость $\Phi(H)$ подобна аналогичным кривым для сверхпроводников II рода. Таким образом, уже известный ранее вид нелинейности $\Phi(H)$ может и должен дать наблюдаемые экспериментальные факты, в

частности, наличие квазипериодических пиков на зависимостях амплитуды гармоник от постоянного поля H_0 .

При подстановке в (1a) и (1b) $F(z) = e^{-\gamma z}$ мы, естественно, должны получить те же результаты, что и авторы [6]. Однако использование вида $F(z)$ дает возможность получить аналитическое выражение для выходного сигнала, анализируя которое удастся сформулировать некоторые выводы.

Для вычисления интегралов (1a) и (1b) воспользуемся табличным результатом [13]

$$S_\nu(p, \beta) = \int_0^\infty e^{-px} J_\nu(\beta x) dx = \frac{\beta^{-\nu} (\sqrt{p^2 + \beta^2} - p)^\nu}{\sqrt{p^2 + \beta^2}},$$

$$(\text{Re } \nu > -1, \quad \text{Re}(p + i\beta) > 0), \quad (3)$$

и подставив в (3) $p = \gamma - i\alpha$, получим для (1a) и (1b)

$$U_{2l-1} \sim \int_0^\infty J_{2l-1}(z\beta) \cos(z\alpha) e^{-\gamma z} dz$$

$$= \text{Re} \frac{(\sqrt{(\gamma - i\alpha)^2 + \beta^2} - \gamma + i\alpha)^{2l-1}}{\beta^{2l-1} \sqrt{(\gamma - i\alpha)^2 + \beta^2}}, \quad (4)$$

$$U_{2l} \sim \int_0^\infty J_{2l}(z\beta) \sin(z\alpha) e^{-\gamma z} dz$$

$$= \text{Im} \frac{(\sqrt{(\gamma - i\alpha)^2 + \beta^2} - \gamma + i\alpha)^{2l}}{\beta^{2l} \sqrt{(\gamma - i\alpha)^2 + \beta^2}}. \quad (5)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1) $\alpha = 0$, т.е. $H_0 = 0$. Четные гармоники обращаются в 0, а для нечетных получаем

$$U_{2l-1} \sim \frac{\beta^{2l-1}}{\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} (\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} + \gamma)^{2l-1}}. \quad (6)$$

На рис. 3 приведены результаты расчета по (6) для разных номеров гармоник. По оси абсцисс отложена величина $\beta/\gamma = H_1^0/a$. Из графиков видно существование порогового значения β/γ , т.е. H_1^0/a (в логарифмическом масштабе по U), что в точности соответствует эксперименту (рис. 1). Отметим, что пороговое значение H_1^0/a определяется не величиной критического поля H_{c1}^* , а чувствительностью экспериментальной установки. Если величина a является некоторой характеристикой критического поля множественной джозефсоновской среды, то увеличение "порога" при $T = 4.2$ К (рис. 1) можно объяснить как раз увеличением критического поля H_{c2}^* (в обозначениях [11] H_{c2J}).

Феномен попарного группирования гармоник $U_{2l-1}(H_1^0)$ (3–5, 7–9, 11–13), обнаруженный в [7] и особенно ярко проявляющийся на образцах

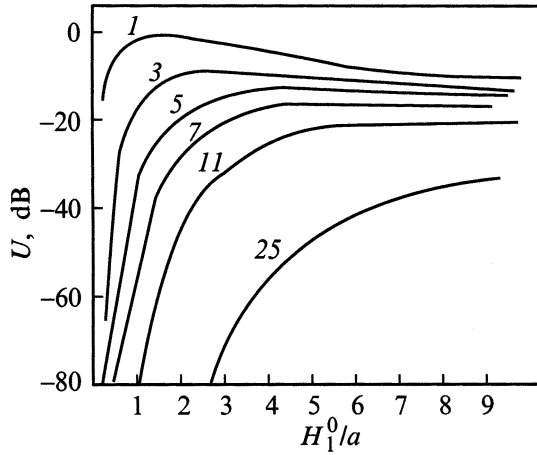


Рис. 3. Рассчитанные зависимости амплитуд нечетных гармоник от амплитуды переменного магнитного поля H_1^0 в отсутствие постоянного поля на основе выбранной функции $\Phi(H) = 2aH/(a^2 + H^2)$.

$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (рис. 1), не может быть объяснен в рамках предложенной функции $F(z)$ (и значит, $\Phi(H)$). Однако видоизменение этих функций может привести к упомянутому спариванию. Это легко понять, если разложить нечетную функцию $\Phi(H)$ в степенной ряд

$$\begin{aligned}\Phi(H) &= \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k+1} H^{2k+1} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k+1} (H_1^0)^{2k+1} (\sin \omega t)^{2k+1}.\end{aligned}\quad (7)$$

Каждый член ряда вносит вклад во все гармоники низшего порядка, и полные амплитуды гармоник определяются распределением значений коэффициентов разложения a_{2k+1} . Чаще всего a_{2k+1} убывают с ростом k , и амплитуда i -й гармоники, в основном, определяется величиной a_i . Если же в распределении a_{2k+1} наблюдаются аномалии, например, какие-то коэффициенты обращаются в нуль, то амплитуда соответствующей i -й гармоники определяется следующим коэффициентом a_{i+2} , т.е. i -я гармоника сближается с $(i+2)$ -й.

Рассмотрим функцию $\Phi(H) = a^3 H / (4a^4 + H^4)$. В ее разложении в ряд Тейлора отсутствуют 3, 7, 11-й и т.д. члены, что приводит к спариванию гармоник 3–5, 7–9, 11–13 и т.д. График $\Phi(H)$ качественно напоминает график рис. 2 и предположение о применимости функции такого вида не является некорректным. Отметим, что $F(z)$ для такой $\Phi(H)$ имеет вид $F(z) \sim e^{-\gamma z} \sin(\gamma z)$, что позволяет получить формулы типа (5). Мы естественно, не утверждаем, что для всех образцов зависимость $\Phi(H)$ должна иметь один и тот же вид. Мы только хотим показать, что нюансы вида функции $\Phi(H)$ при качественной схожести кривых могут приводить к заметным изменениям в распределении гармоник. Исследование закономерностей такого рода даст возможность более

тонкого анализа вида функций $\Phi(H)$. Этот вопрос нуждается в более подробном изучении.

2) Пусть $x \equiv \gamma/\beta \gg 1$, $y \equiv \alpha/\beta \gg 1$. Это означает, что амплитуда переменного магнитного поля H_1^0 мала в сравнении с H_0 и с параметром a функции $\Phi(H)$. В этом случае (3) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}S_\nu(x, y) &= \frac{1}{\beta 2^\nu (x^2 + y^2)^{(\nu+1)/2}} \\ &\times (\cos(\nu+1)\psi + i \sin(\nu+1)\psi),\end{aligned}\quad (8)$$

где $\text{tg } \psi = y/x = \alpha/\gamma$.

Отсюда следует, что зависимость $|U_\nu(H_0)|$ представляет собой последовательность пиков (за счет косинуса и синуса в (8)). Найдем положение минимумов для нечетных гармоник из условия

$$\begin{aligned}\cos(\nu+1)\psi = 0 &\rightarrow \psi_k = \frac{\pi(2k+1)}{2(\nu+1)} \rightarrow \alpha_k \\ &= \gamma \text{tg } \psi_k = \gamma \text{tg } \frac{\pi(2k+1)}{2(\nu+1)}.\end{aligned}\quad (9)$$

Из (9) следует, что последовательность пиков не является строго периодичной. Однако при больших ν , когда $\psi_k = \frac{\pi(2k+1)}{2(\nu+1)} \ll 1$, имеем $\text{tg } \psi_k \approx \psi_k$, т.е.

$$\alpha_k \approx \frac{\pi(2k+1)}{2(\nu+1)} \gamma.\quad (10)$$

Таким образом, первые пики у высоких гармоник при малых значениях H_1^0 расположены с периодом

$$\Delta\alpha = \frac{\pi\gamma}{\nu+1}.\quad (11)$$

3) Проведем следующие преобразования (1a) для нечетных ν , разложив J_ν в ряд Тейлора, ограничившись двумя первыми членами и воспользовавшись обратным преобразованием Фурье,

$$\begin{aligned}U_\nu &= k\nu\omega \int_0^\infty J_\nu(\beta z) \cos(\alpha z) F(z) dz \approx k\nu\omega \\ &\times \int_0^\infty F(z) \cos(\alpha z) \left(\frac{\beta z}{2}\right)^\nu \left(\frac{1}{\nu!} - \frac{1}{(\nu+1)!} \left(\frac{\beta z}{2}\right)^2\right) dz \\ &= \frac{k\omega}{(\nu-1)!} \left(\frac{\beta}{2}\right)^\nu \int_0^\infty F(z) \cos(\alpha z) z^\nu \left(1 - \frac{\beta^2 z^2}{4(\nu+1)}\right) dz \\ &= \frac{k\omega}{(\nu-1)!} \left(\frac{\beta}{2}\right)^\nu \text{Re} \left[\left(-\frac{1}{i}\right)^\nu \int_0^\infty F(z) e^{-i\alpha z} (-iz)^\nu \right. \\ &\times \left. \left(1 - \frac{\beta^2 z^2}{4(\nu+1)}\right) dz \right] = \frac{k\omega}{(\nu-1)!} \left(\frac{\beta}{2}\right)^\nu \\ &\times \text{Re} \left[i^{\nu+1} \Phi^{(\nu)}(\alpha) - \frac{\beta^2}{i^{\nu+3} 4(\nu+1)} \Phi^{(\nu+2)}(\alpha) \right],\end{aligned}\quad (12)$$

где $\Phi^{(\nu)}$ – ν -я производная от Φ .

Проведя аналогичные преобразования с (1b) для четных ν , получим общую формулу

$$U_\nu \sim \Phi^{(\nu)}(\alpha), \quad (13)$$

причем условие возможности пренебрежения остальными членами разложения имеет вид

$$\beta^2 \ll \frac{4(\nu+1)\Phi^{(\nu)}(\alpha)}{\Phi^{(\nu+2)}(\alpha)}. \quad (14)$$

Таким образом, при малых H_1^0 зависимость ν -й гармоники от H_0 представляет собой ν -ю производную от основной функции $\Phi(H)$, в чем можно убедиться и на эксперименте. Это дает возможность более детального анализа функции $\Phi(H)$ на основе исследования набора гармоник.

4) Рассмотрим случай $\gamma \ll \beta$, $\beta > \alpha$, т.е. амплитуда переменного поля H_1^0 велика в сравнении с a . Тогда (4) приобретает вид

$$U_{2l-1} \sim \frac{\cos[(2l-1) \arcsin \alpha/\beta]}{\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}}. \quad (15)$$

Строго говоря, и в этом случае нет периодичности в положении пиков, (15) соответствует полиномам Чебышева по α/β . Однако при больших номерах гармоник ν первые пики можно считать эквидистантными с периодом

$$\Delta\alpha = \frac{\pi\beta}{\nu}. \quad (16)$$

Таким образом, период по H_0 прямо пропорционален H_1^0 и обратно пропорционален номеру гармоники ν . Экспериментальные результаты, приведенные на рис. 4, качественно и количественно согласуются с (16).

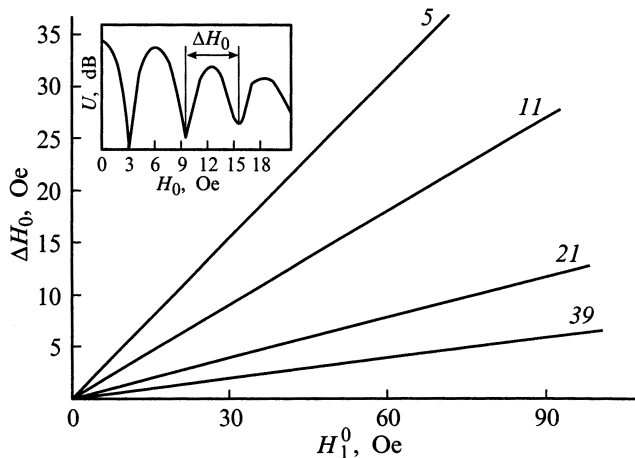


Рис. 4. График зависимости периода ΔH_0 от амплитуды переменного магнитного поля H_1^0 для различных гармоник; на вставке — типичная зависимость амплитуды гармоники от постоянного поля H_0 и пояснение к вычислению величины ΔH_0 .

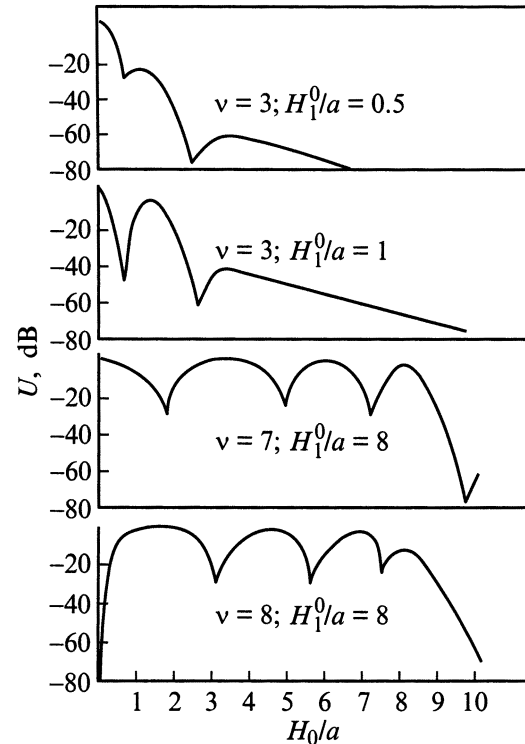


Рис. 5. Рассчитанные зависимости амплитуд различных гармоник от постоянного магнитного поля H_0 при различных значениях амплитуды переменного поля H_1^0 .

5) В общем случае произвольных значений параметров α , β и γ (т.е. x и y) можно произвести машинный расчет по формулам (4) и (5). На рис. 5 изображены кривые, соответствующие разным значениям параметров.

Основной вывод данной работы можно сформулировать следующим образом: для объяснения результатов экспериментов по генерации гармоник в ВТСП нет необходимости в подробном анализе микропроцессов в отдельных джозефсоновских контурах, как это делается в работах [6,14]. Получаемые на опыте зависимости могут быть объяснены в рамках представлений в ВТСП как о сверхпроводнике II рода, характеризующемся некоторыми значениями критических полей.

Это не значит, что в рамках этого подхода может быть объяснен весь набор известных экспериментальных данных по исследованию множественной джозефсоновской среды, в частности, макроскопические квантовые эффекты, различие в значениях критического поля, определяемых разными методами, поглощение СВЧ мощности в монокристаллах $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ и ряд других. Очевидно, что в некоторых экспериментах проявляются как раз свойства ВТСП как системы джозефсоновских контуров (спиновое стекло), и в этих случаях должна использоваться соответствующая модель.

Список литературы

- [1] J. Morgenstem, K.A. Muller, J.G. Bednorz. Phys. **B152**, 1–2, 85 (1988).
- [2] N.C.Yeh. Phys. Rev. **B40**, 7, 4566 (1989).
- [3] M.A. Dubson, S.T. Herbert, J.J. Calabrese, D.C. Harris, B.R. Patton, J.C. Garland. Phys. Rev. Lett. **60**, 11, 1061 (1988).
- [4] S. Martin, A.T. Fiory, R.M. Fleming, S.P. Espinosa, A.S. Cooper. Phys. Rev. Lett. **62**, 6, 677 (1989).
- [5] C.D. Jeffries, Q.H. Lam, Y. Kim, L.C. Bourne, A. Zettl. Phys. Rev. **B37**, 14, 9840 (1988).
- [6] C.D. Jeffries, Q.H. Lam, Y. Kim, C.M. Kim, A. Zettl, M.P. Klein. Phys. Rev. **B39**, 16, 11 526 (1989).
- [7] В.Ф. Мастеров, М.А. Зеликман, З.Т. Максимова, В.К. Соколовский, А.Н. Ипатов, А.В. Федоров. СФХТ **4**, 3, 470 (1991).
- [8] I. Ciccarello, C. Fazio, M. Guccione, M. Li Vigni, M.R. Trunin. Phys. Rev. **B49**, 9, 6280 (1994).
- [9] H. Kawamura, M.S. Li. Phys. Rev. **B54**, 1, 619 (1996).
- [10] S.F. Wahid, N.K. Jaggi. Phys. **C194**, 1–2, 211 (1992).
- [11] А.А. Абрикосов. Основы теории металлов. Наука, М. (1981).
- [12] E.M. Gyorgy, R.B. Vandover, S. Jin, R.C. Sherwood, L.F. Schneeme, T.H. Tiefel, J.V. Waszczak. Appl. Phys. Lett. **53**, 22, 2223 (1988).
- [13] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Наука, М. (1971).
- [14] T.K. Xia, D. Stroud. Phys. Rev. **B39**, 7, 4792 (1989).