

# Спин-переориентационный переход в базисной плоскости в кристалле $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3 : \text{Ga, Dy}$

© Г.С. Патрин<sup>\*,\*\*</sup>, Е.В. Еремин<sup>\*\*</sup>, А.В. Шабалин<sup>\*</sup>

\* Красноярский государственный университет,  
660041 Красноярск, Россия

\*\* Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук,  
660036 Красноярск, Россия

E-mail: pat@iph.krasnoyarsk.su

(Поступила в Редакцию 14 марта 2000 г.)

В рамках модели, когда матрица-кристалл ионов железа рассматривается в континуальном приближении, а примесные ионы диспрозия как квазиинзонговские ионы, объяснен ранее экспериментально обнаруженный спин-переориентационный переход в базисной плоскости. Установлено, что переход является результатом конкуренции анизотропий железной и редкоземельной подсистем.

Магнитные соединения, содержащие редкоземельные (РЗ) элементы, отличаются большим разнообразием наблюдаемых свойств [1]. В силу специфики электронного строения РЗ ионов наиболее ярко их индивидуальные особенности проявляются при низких температурах, поскольку в этих условиях, как правило, вымораживаются шумовые взаимодействия и эффекты регистрируются в чистом виде. Даже малое содержание РЗ ионов подчас приводит к заметному изменению магнитных свойств.

Кристаллы гематита оказались удобными объектами при исследовании малых индуцированных анизотропных взаимодействий, так как почти все особенности их температурного поведения обусловлены конкуренцией близких по величине вкладов магнитных анизотропий различной природы. Хорошо известно [2], что добавление нескольких процентов  $3d$ - или диамагнитных ионов сдвигает температуру перехода Морина в область низких температур  $T < 4.2$  К. Авторами было обнаружено, что легирование кристаллов гематита РЗ ионами придает им новые, ранее не наблюдавшиеся свойства. Так, добавление в кристалл гематита, содержащего 4 at.% галлия, сотых долей ионов тербия приводит к восстановлению одноосного антиферромагнитного состояния [3], а введение такого же количества ионов диспрозия индуцирует спин-переориентационный переход в базисной плоскости [4].

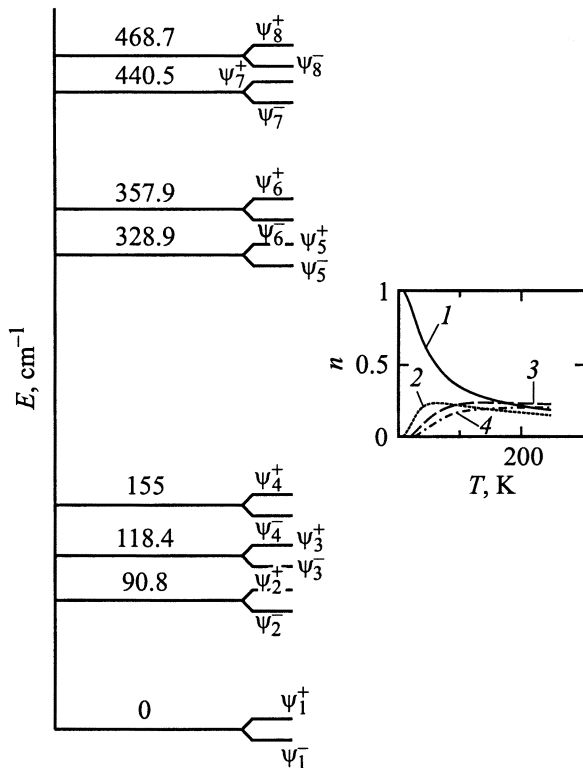
В настоящей работе представлены результаты теоретического объяснения полученных ранее экспериментальных зависимостей параметров магнитного резонанса при фазовом переходе в  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3 : \text{Ga, Dy}$ .

## 1. Модельные представления

Прежде всего остановимся на тех вопросах, которые являются ключевыми при построении модели примесного центра и его взаимодействия с матрицей-кристаллом. Как следует из эксперимента [4], введение сотых долей атомного процента ионов диспрозия не искажает заметно кристаллическую решетку, о чем свидетельствует практически гексагональная магнитная анизотропия при температурах  $T > 6$  К. В области температур выше

температуры спин-переориентационного перехода ( $T_{\text{ph}}$ ) направления легкого намагничивания кристаллов, содержащих ионы диспрозия, и без него совпадают. К тому же ранее [5] методом ЭПР было установлено, что при введении в изоморфный кристалл  $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$  примесных РЗ ионов они занимают кристаллографические позиции, присущие алюминию без изменения локальной симметрии центра. Кроме того, известно [6], что при температурах  $T < 300$  К намагниченность гематита практически не зависит от температуры и все изменения формы СВЧ сигнала связаны главным образом с изменением ширины линии магнитного резонанса. В нашем случае интенсивность сигнала антиферромагнитного резонанса (АФМР), определяемая как площадь под кривой СВЧ поглощения, не меняется во всей исследованной области температур (за исключением области перехода). Это означает, что составляющая магнитного момента системы ионов железа лежит в базисной плоскости кристалла (а именно ею определяется интенсивность сигнала АФМР [7]) и при изменении температуры не меняется, а значит, магнитный момент РЗ иона диспрозия все время находится в базисной плоскости кристалла.

Известно [8], что трехвалентный ион диспрозия имеет электронную конфигурацию  $4f^9$  и его основным мультиплетом является  ${}^6H_{15/2}$ . В кристаллическом поле низкой симметрии образуется ряд крамерсовских дублетов, которые далее расщепляются в обменном поле. Поскольку для  $f$ -электронов расщеплению энергетических уровней в кристаллическом поле соответствует случай слабого кристаллического поля, то для различных кислородных соединений в случае одинаковой локальной симметрии величины расщеплений различаются незначительно [1]. За основу были взяты результаты расчета, описанные в работах [9,10], что с набором параметров  $A_2^0\langle r^2 \rangle = -22$ ,  $A_2^2\langle r^2 \rangle = 141$ ,  $A_4^2\langle r^4 \rangle = 181$ ,  $A_6^2\langle r^6 \rangle = -108$ ,  $A_6^6\langle r^6 \rangle = -57 \text{ cm}^{-1}$  (при условии  $B_4/B_6 = (1/4)F(6)/F(4)$  в обозначениях работы [9]), присущим ионам диспрозия в матрице иттрий-галлиевого граната, дает схему энергетических уровней на рис. 1 и набор волновых функций  $\Psi_L$ , при-



**Рис. 1.** Схема энергетических уровней иона  $Dy^{3+}$  в кристалле. Числа обозначают энергию в  $cm^{-1}$ . На вставке представлены температурные зависимости населенностей четырех нижних уровней.

веденной в Приложении I. Поскольку в магнитоупорядоченных кристаллах обменное взаимодействие РЗ ионов с матрицей, как правило, на порядок меньше, чем расщепление в кристаллическом поле [1], то вклад обменного взаимодействия рассчитывался по теории возмущений в первом порядке. Далее на этом наборе волновых функций были рассчитаны магнитные моменты иона  $\mu^L$  в каждом состоянии (Приложение I). Везде принималось во внимание, что обменное взаимодействие иона диспрозия с железным окружением имеет квазиизинговский характер [1].

Предположим, что примесные ионы занимают узлы, присущие ионам  $Fe^{3+}$ , и равномерно распределены по 24 неэквивалентным позициям в кристалле, различающимся набором индексов  $\{k = 1, 2; s = 1, 2; t = 1, \dots, 6\} = \{p\}$ , указывающих соответственно на следующее: принадлежность узла либо первой, либо второй подрешетке; угол  $\pm\alpha$ , на который развернуты оси  $\xi, \eta$  локальной системы координат в базисной плоскости относительно кристаллографических осей  $C_2$  (ось кристалла  $X$  или  $Y$ ); номер неэквивалентного угла внутри выбранной подрешетки. Тогда индексом  $q$  будем отмечать ионы, находящиеся в выбранной неэквивалентной позиции. Далее предположим, что оси квантования  $Z'$  для ионов  $Dy^{3+}$  в локальной системе координат совпадают с  $\xi$ -осями.

С учетом изложенного выше для примесного иона, находящегося в позиции  $pq$ , энергия  $l$ -го уровня имеет вид

$$E_{pq}^l = E_{pq}^{l_0} + (-g\mathbf{H}_0 + \lambda\mathbf{M})\mu_{Z'_{pq}}^l, \quad (1)$$

где  $E_{pq}^{l_0}$  — расщепление в кристаллическом поле,  $\mathbf{H}_0$  — внешнее магнитное поле,  $\lambda\mathbf{M}$  — молекулярное поле, действующее на ион  $pq$  со стороны другой подрешетки (так как в ромбоэдрических антиферромагнетиках межподрешеточное обменное взаимодействие много больше внутриподрешеточного, то последнее не учитывается),  $\mu_{Z'_{pq}}^l$  — магнитный момент иона в  $l$ -м состоянии. При этом  $N_k = N_0/2$ ,  $N_{ks} = N_0/4$ ,  $N_{kst} = N_0/24$  и  $\sum_{\{kstq\}} N_{kstq} = N_0$  — полное число примесных центров.

Полная энергия примесной подсистемы принимает вид

$$F = \sum_{\{pq^l\}} n_{pq}^l E_{pq}^l - ST, \quad (2)$$

где  $n_{pq}^l$  — равновесные заселенности уровней,  $S$  — энтропия системы.

## 2. Расчет магнитного резонанса

Магнитная энергия всего кристалла с учетом энергии примесной подсистемы, согласно [7], имеет форму

$$W = W_Z + W_E + W_D + W_{AO} + W_{AB} + W_{\Delta} + F. \quad (3)$$

Поскольку в дальнейшем будет рассмотрена только ситуация, когда внешнее магнитное поле и магнитные моменты подрешеток лежат в базисной плоскости, то энергия одноосной анизотропии  $W_{AO}$  в низкочастотную ветвь магнитного резонанса вклада вносить не будет. В сферической системе координат слагаемые в выражении (3) принимают вид

$$W_Z = -H_0 M_0 [\cos(\varphi_H - \varphi_1) + \cos(\varphi_H - \varphi_2)],$$

$$W_E = A_E M_0^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

$$W_D = -A_D M_0^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2),$$

$$W_{AB} = A_B M_0^2 (\cos 6\varphi_1 + \cos 6\varphi_2),$$

( $W_{\Delta}$  — вклад, ответственный за изотропную щель в спектре колебаний и дающий подгоночный параметр  $\Delta$ ,  $F$  дается выражением (2)) и обозначают соответственно зеемановское взаимодействие, межподрешеточное взаимодействие, взаимодействие Дзялошинского и энергию анизотропии в базисной плоскости. Здесь  $M_0$  — намагниченность насыщения подрешетки;  $\varphi_1, \varphi_2$  — азимутальные углы подрешеток;  $\varphi_H$  — угол магнитного поля, отсчитываемый от оси  $C_2$ ;  $A_E, A_D, A_B$  — соответствующие константы.

Равновесные углы намагниченностей подрешеток определяются из условия минимума энергии

$$\partial W / \partial \varphi_k = 0, \quad (k = 1, 2) \quad (4)$$

при  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi - \delta_1 - \delta_2$ , где  $\delta_k$  — углы скосов подрешеток. Если подрешетки идентичны, а примеси распределены равномерно по узлам подрешеток, то  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ .

Из (4) получаем значение угла скоса при  $\delta \ll 1$

$$\delta \approx (H_0 + H_D - 6H_{AB} \sin 6\varphi_H - \partial F / \partial \varphi_1) / (2H_E + 36H_{AB} \cos 6\varphi_H), \quad (5)$$

где принято, что в условии равновесия  $\varphi_1 = \varphi_H + \pi/2 - \delta$ , а  $H_0, H_E, H_D, H_{AB}$  — эффективные поля, соответствующие энергетическим вкладам в (3).

При решении системы уравнений Ландау–Лифшица в линейном приближении было получено выражение для величины резонансного поля  $H_r$  однородных колебаний низкочастотной ветви

$$H_r = -(H_D/2) + \left\{ (H_D/2)^2 + (\omega/\gamma)^2 + \Delta^2 - 2H_E(36H_{AB} \cos 6\varphi_H + F_{\varphi\varphi}) \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

Здесь  $\omega$  — частота СВЧ-излучения,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $\Delta$  — величина изотропной щели, а  $F_{\varphi\varphi}$  — вторая производная от энергии примесной подсистемы по одному из углов  $\varphi_{1,2}$ .

Как видно из Приложения I, структура энергетических уровней такова, что для основного дублета магнитный момент имеет максимальное значение, а следующий и лежащие выше дублеты имеют магнитные моменты гораздо меньшие по величине. Принимая во внимание больцмановский фактор заселения возбужденных уровней (см. вставку на рис. 1), можно упростить расчет  $F_{\varphi\varphi}$ , оставляя в модели только четыре нижних уровня. Магнитными вкладами трех верхних дублетов, следующих за основным, можно пренебречь, заменяя их влияние введением расположенного в центре тяжести этой группы уровней эффективного двукратно вырожденного уровня  $E^*$ , у которого  $\mu_{pq}^{\pm(2)} = 0$ . Учет большей степени вырождения возбужденного уровня принципиально картину не меняет. В этом случае выражение  $F_{\varphi\varphi}$  имеет вид, приведенный в Приложении II.

Расчеты проводились при значениях параметров  $H_E = 9.7 \cdot 10^6$ ,  $H_D = 21.7 \cdot 10^3$  Ое,  $\alpha = 23.1^\circ$ ,  $\lambda M = 3.5 \cdot 10^5$  Ое,  $E^* = 121 \text{ см}^{-1}$ ,  $\mu_{pq}^{1,2} = \mp 2.83 \mu_B$ ,  $N_0 = 8.2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Температурные зависимости поля анизотропии в базисной плоскости и изотропной щели подгонялись полиномами из экспериментальных кривых, полученных на кристаллах гематита без ионов диспрозия,  $H_{AB}(T) = (4.4 - 0.011T + 3.12T^2 \cdot 10^{-4} - 3.63T^3 \cdot 10^{-6} + 1.31T^4 \cdot 10^{-8} - 1.5T^5 \cdot 10^{-11}) \cdot 10^6$  Ое и  $\Delta^2(T) = (28.4 - 0.016T) \cdot 10^6 \text{ Ое}^2$ .

### 3. Результаты и обсуждение

Заметим сразу, что в данном случае обменное взаимодействие примесного РЗ иона диспрозия с железной подсистемой необходимо брать ферромагнитным, тогда как во всех известных оксидных соединениях железа обменное взаимодействие с РЗ ионами носит антиферромагнитный характер [1].

На рис. 2 представлены теоретически рассчитанные температурные зависимости резонансного поля  $H_r$  для углов  $\varphi_H = 0^\circ$  и  $30^\circ$  (кривые 1, 2) и экспериментальные кривые, взятые из работы [4] (кривые 3, 4). Видно, что в общем наблюдается неплохое согласие теории и эксперимента, за исключением явно выраженного высокотемпературного максимума на экспериментальной кривой 4, связанного с вкладом высоко лежащих энергетических уровней, хотя и на теоретической кривой максимум присутствует (кривая 1). Причиной несоответствия является то, что магнитные моменты верхних уровней положены равными нулю. Тем не менее именно на характере спин-переориентационного перехода и его

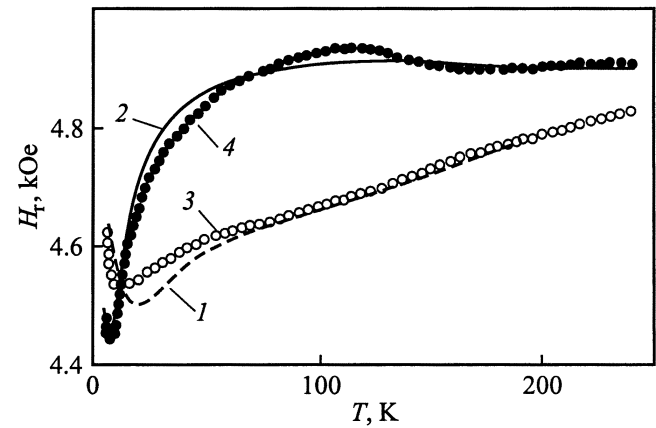


Рис. 2. Температурные зависимости величины резонансного поля. 1, 2 — расчет, 3, 4 — эксперимент [4]. 1, 3 —  $\varphi = 0^\circ$ , 2, 4 —  $\varphi = 30^\circ$ .

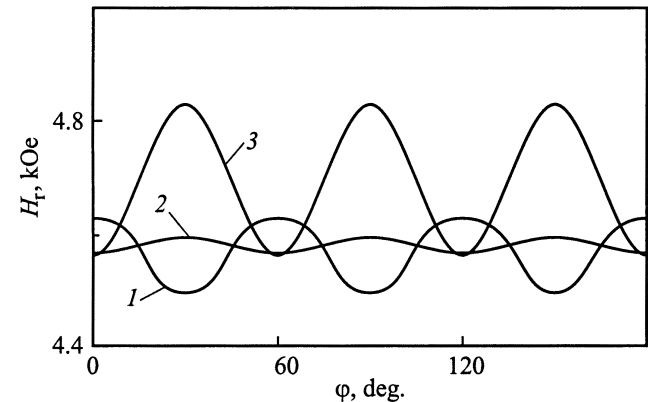


Рис. 3. Угловые зависимости величины резонансного поля. 1 —  $T = 7$ , 2 —  $T = 12$ , 3 —  $T = 36$  К.

местоположении по температуре при данном расположении уровней в энергетической шкале это не сказывается. Заселенность верхних уровней становится заметной при температурах  $T \geq 100$  К и по мере увеличения числа уровней их относительный вклад уменьшается.

На рис. 3 приведены угловые зависимости резонансного поля, рассчитанные при разных температурах. Видно, что при данном подборе параметров в районе  $T_{ph} \cong 12$  К имеет место смена характера угловой зависимости — максимумы и минимумы поменялись местами, что можно интерпретировать как смену знака константы магнитной кристаллографической анизотропии в базисной плоскости. Имеющееся различие с экспериментом можно объяснить тем, что в теории закладывалась зависимость  $H_{AB}(T)$ , взятая из эксперимента на кристаллах  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3:\text{Ga}$  (4 at.%), без учета возможных изменений за счет индуцированных ионами диспрозия искажений. Тем не менее и в этом случае наблюдается удовлетворительное согласие теории и эксперимента. Зависимость  $\Delta(T)$  подгонялась из условия, чтобы при угле  $\varphi = 15^\circ$  величина  $H_r$  соответствовала экспериментально наблюдаемым

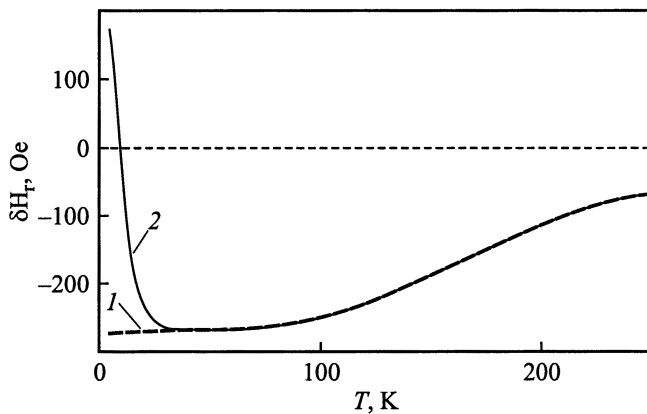


Рис. 4. Температурные зависимости величины поля магнитной анизотропии, умноженной на  $2H_E$ , кристалла гематита: 1 — без РЗ примеси, 2 — с ионами  $\text{Dy}^{3+}$ .

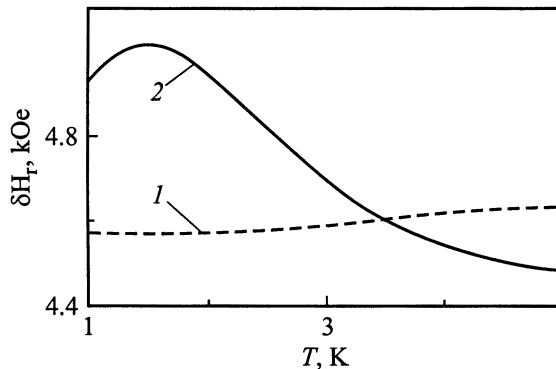


Рис. 5. Температурные зависимости резонансного поля в окрестности низкотемпературной особенности. 1 —  $\varphi = 0^\circ$ , 2 —  $\varphi = 30^\circ$ .

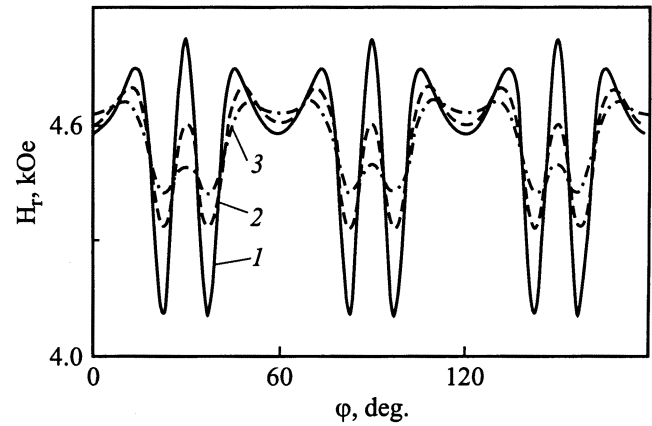


Рис. 6. Угловые зависимости величины резонансного поля 1 —  $T = 2.5$ , 2 —  $T = 3.5$ , 3 —  $T = 4.5$  К.

значениям при  $T = 7$  и 300 К. Зависимость

$$\delta H_r(T) = H_r(T, \varphi = 0) - H_r(T, \varphi = 30^\circ), \quad (7)$$

часто используемая при обработке экспериментальных результатов, позволяет судить о температурном ходе поля магнитной анизотропии (рис. 4). Из нее следует, что вклад от редкоземельной подсистемы начинает проявляться только при  $T < 48$  К (кривая 2), а при более высоких температурах все определяется матрицей-кристаллом (кривая 1, сравните с рис. 1 из [4]). Если вести обработку результатов согласно выражению (7), то по этой модели при температуре  $T^* \cong 3.5$  К (рис. 5), казалось бы, имеет место еще один спин-переориентационный переход, такой что при  $T < T^*$  и  $T > T_{ph}$  направления легкого намагничивания совпадают. Однако анализ угловых зависимостей  $H_r(T, \varphi)$  при разных температурах в области  $T < 5$  К (рис. 6) показывает их сложную зависимость, которая получается в результате конкуренции вкладов от ионов диспрозия, находящихся в различных неэквивалентных кристаллографических позициях. Здесь не приходится говорить о смене трудного и легкого направлений намагничивания, здесь имеет место трансформация функциональной зависимости.

В результате проведенного исследования установлены причина и особенность спин-переориентированного перехода, возникающего в кристалле  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3:\text{Ga}$  при легировании его РЗ элементами диспрозия. Из модельных представлений следует, что основной вклад вносят низко лежащие энергетические уровни примесных ионов, тогда как учет высоко лежащих уровней поправляет ситуацию, но суть дела при этом не меняется. Неожиданным моментом при теоретическом описании экспериментальных данных оказалось то, что потребовалось вводить ферромагнитный обмен между РЗ элементом и железной подсистемой, а это является не типичным для оксидных соединений, содержащих РЗ ионы. Объяснение этого факта требует дополнительного специального исследования.

## ПРИЛОЖЕНИЕ I

$$\begin{aligned}
\Psi_1 &= 0.633 \left| \pm \frac{13}{2} \right\rangle + 0.582 \left| \pm \frac{5}{2} \right\rangle - 0.451 \left| \mp \frac{3}{2} \right\rangle - 0.239 \left| \mp \frac{11}{2} \right\rangle & \mu_1 &= \pm 2.83 \mu_B \\
\Psi_2 &= -0.397 \left| \pm \frac{15}{2} \right\rangle - 0.398 \left| \pm \frac{11}{2} \right\rangle - 0.352 \left| \pm \frac{7}{2} \right\rangle - 0.447 \left| \pm \frac{3}{2} \right\rangle & \mu_2 &= \pm 1.79 \mu_B \\
&+ 0.458 \left| \mp \frac{1}{2} \right\rangle - 0.125 \left| \mp \frac{5}{2} \right\rangle + 0.095 \left| \mp \frac{9}{2} \right\rangle - 0.354 \left| \mp \frac{13}{2} \right\rangle \\
\Psi_3 &= -0.396 \left| \pm \frac{15}{2} \right\rangle + 0.399 \left| \pm \frac{11}{2} \right\rangle - 0.352 \left| \pm \frac{7}{2} \right\rangle + 0.448 \left| \pm \frac{3}{2} \right\rangle & \mu_3 &= \pm 1.79 \mu_B \\
&+ 0.458 \left| \mp \frac{1}{2} \right\rangle + 0.125 \left| \mp \frac{5}{2} \right\rangle + 0.095 \left| \mp \frac{9}{2} \right\rangle + 0.354 \left| \mp \frac{13}{2} \right\rangle \\
\Psi_4 &= 0.582 \left| \pm \frac{15}{2} \right\rangle + 0.331 \left| \pm \frac{7}{2} \right\rangle + 0.718 \left| \mp \frac{1}{2} \right\rangle + 0.191 \left| \mp \frac{9}{2} \right\rangle & \mu_4 &= \pm 2.5 \mu_B \\
\Psi_5 &= -0.047 \left| \pm \frac{15}{2} \right\rangle - 0.502 \left| \pm \frac{11}{2} \right\rangle + 0.03 \left| \pm \frac{7}{2} \right\rangle + 0.314 \left| \pm \frac{3}{2} \right\rangle & \mu_5 &= \mp 1.26 \mu_B \\
&- 0.164 \left| \mp \frac{1}{2} \right\rangle - 0.24 \left| \mp \frac{5}{2} \right\rangle + 0.705 \left| \mp \frac{9}{2} \right\rangle + 0.254 \left| \mp \frac{13}{2} \right\rangle \\
\Psi_6 &= -0.044 \left| \pm \frac{15}{2} \right\rangle + 0.53 \left| \pm \frac{11}{2} \right\rangle + 0.029 \left| \pm \frac{7}{2} \right\rangle - 0.331 \left| \pm \frac{3}{2} \right\rangle & \mu_6 &= \mp 0.92 \mu_B \\
&- 0.155 \left| \mp \frac{1}{2} \right\rangle + 0.253 \left| \mp \frac{5}{2} \right\rangle + 0.668 \left| \mp \frac{9}{2} \right\rangle - 0.286 \left| \mp \frac{13}{2} \right\rangle \\
\Psi_7 &= -0.376 \left| \pm \frac{15}{2} \right\rangle + 0.232 \left| \pm \frac{11}{2} \right\rangle + 0.514 \left| \pm \frac{7}{2} \right\rangle - 0.333 \left| \pm \frac{3}{2} \right\rangle & \mu_7 &= \pm 0.88 \mu_B \\
&+ 0.076 \left| \mp \frac{1}{2} \right\rangle - 0.547 \left| \mp \frac{5}{2} \right\rangle - 0.029 \left| \mp \frac{9}{2} \right\rangle + 0.353 \left| \mp \frac{13}{2} \right\rangle \\
\Psi_8 &= -0.449 \left| \pm \frac{15}{2} \right\rangle - 0.194 \left| \pm \frac{11}{2} \right\rangle + 0.614 \left| \pm \frac{7}{2} \right\rangle + 0.279 \left| \pm \frac{3}{2} \right\rangle & \mu_8 &= \pm 2.06 \mu_B \\
&+ 0.09 \left| \mp \frac{1}{2} \right\rangle + 0.458 \left| \mp \frac{5}{2} \right\rangle - 0.035 \left| \mp \frac{9}{2} \right\rangle - 0.295 \left| \mp \frac{13}{2} \right\rangle
\end{aligned}$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ II

$$Z_{pq} = \text{ch} \left( \frac{E_{pq}^{(1)}}{T} \right) + 4 \exp \left( \frac{-E_{pq}^{(2)}}{T} \right),$$

$$F_{\varphi_1 \varphi_2} = \sum_{\{pq\}} - \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial^2 E_{pq}^{(1)}}{\partial \varphi^2} \frac{\text{sh}(E_{pq}^{(1)}/T)}{Z} + \\ & + \frac{8}{T} \left[ \left( \frac{\partial E_{pq}^{(1)}}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{1}{2} E_{pq}^{(1)} \frac{\partial^2 E_{pq}^{(1)}}{\partial \varphi^2} \right] \frac{1 + \text{ch}(E_{pq}^{(1)}/T) \exp(-E^{(2)}/T)}{Z^2} - \\ & - \frac{4}{T^2} E_{pq}^{(1)} \left( \frac{\partial E_{pq}^{(1)}}{\partial \varphi} \right)^2 \frac{\text{sh}(E_{pq}^{(1)}/T) \exp(-E^{(2)}/T)}{Z^2} - \\ & - \frac{8}{T^2} E_{pq}^{(1)} \left( \frac{\partial E_{pq}^{(1)}}{\partial \varphi} \right)^2 \frac{[1 + \text{ch}(E_{pq}^{(1)}/T) \exp(-E^{(2)}/T)] \text{sh}(E_{pq}^{(1)}/T)}{Z^3} + \\ & + \frac{2}{T} E^{(2)} \frac{\partial^2 E_{pq}^{(2)}}{\partial \varphi^2} \frac{\text{sh}(E^{(2)}/T) \exp(-E^{(2)}/T)}{Z^2} - \\ & - \frac{2}{T^2} E^{(2)} \left( \frac{\partial E_{pq}^{(1)}}{\partial \varphi} \right)^2 \frac{\exp(-E^{(1)}/T)}{Z^2} \left[ \text{ch}(E_{pq}^{(1)}/T) - \frac{2 \text{sh}^2(E_{pq}^{(1)}/T)}{Z} \right] \end{aligned} \right\}$$

## Список литературы

- [1] А.К. Звездин, В.М. Матвеев, А.А. Мухин, А.И. Попов. Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах. Наука, М. (1985). 294 с.
- [2] В.Н. Васильев, Е.Н. Матвейко. В сб.: Физические свойства магнитодиэлектриков. ИФ СО АН СССР, Красноярск (1987). С. 46.
- [3] G.S. Patrin, N.V. Volkov, V.N. Vasiliev. Phys. Lett. **A230**, 96 (1997).
- [4] Г.С. Патрин, Н.В. Волков, Е.В. Еремин. Письма в ЖЭТФ **63**, 12, 941 (1996).
- [5] S. Geschwind, J.P. Remeika. Phys. Rev. **122**, 3, 757 (1961).
- [6] E.J. Samuelsen, G. Shirane. Phys. Stat. Sol. **42**. 241 (1970).
- [7] А.Г. Гуревич. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. Наука, М. (1973). 591 с.
- [8] Е.Ф. Кустов, Г.А. Бондуркин, Э.Н. Муравьев, В.П. Орловский. Электронные спектры соединений редкоземельных элементов. Наука, М. (1981). 303 с.
- [9] K.R. Lee, M.J. Leask, W.P. Wolf. J. Phys. Chem. Solids. **23**, 10, 1381 (1962).
- [10] P. Grunberg, S. Hufner, E. Orlich, J. Schmitt. J. Appl. Phys. **40**. 3, 1501 (1969).