

Теоретическая фазовая диаграмма температура–давление для $[N(CH_3)_4]_2CuCl_4$

© Д.Г. Санников

Институт кристаллографии Российской академии наук,
117333 Москва, Россия

E-mail: el-mech@orc.ru

(Поступила в Редакцию 4 мая 2000 г.)

Построена теоретическая фазовая диаграмма температура–давление для кристалла $[N(CH_3)_4]_2CuCl_4$. Используется феноменологический подход, разработанный ранее. Приводятся выражения для термодинамических потенциалов разных фаз и для границ между ними. Теоретическая диаграмма согласуется с экспериментальной. Обсуждаются приближения и предположения, сделанные при построении диаграмм.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 00-02-17746).

Кристалл $[N(CH_3)_4]_2CuCl_4$ — (ТМАТС–Cu) принадлежит к большому семейству хорошо изученных тетраметиламмоний-тетрагалогенометаллических соединений $[N(CH_3)_4]_2MX_4$, где M — двухвалентный металл, X — галоген [1–3]. В [4] был разработан теоретический подход к построению фазовой диаграммы температура T –давление P для кристаллов ТМАТС– M , конкретно для кристалла ТМАТС–Zn. В основе этого подхода лежит предположение о том, что на фазовой диаграмме имеется тройная точка, названная точкой типа точки Лифшица (LT -точка). Она была введена теоретически Асланяном и Леванюком [5] и представляет собой некоторое подобие точки Лифшица (L -точка) [6]. В LT -точке, так же как и в L -точке, сходятся три линии фазовых переходов между фазами несоразмерной (IC -фаза), исходной (C -фаза) и соразмерной ($C_{0/1}$ -фаза), эквитрансляционной с C -фазой (классификацию и особенности таких тройных точек см. в [7]). Наличие LT -точки на фазовой диаграмме обусловлено характерной особенностью дисперсии мягкой оптической ветви спектра нормальных колебаний кристалла, ответственной за фазовые переходы. Эта ветвь в определенном диапазоне параметров имеет два минимума: один в центре зоны Бриллюэна, а другой в произвольной точке этой зоны.

Кристалл ТМАТС–Cu отличается другой симметрией мягкой ветви от родственных ему кристаллов ТМАТС– M , где $M = Zn, Fe, Mn$. LT -точка на T – P диаграмме не наблюдается, поскольку находится в области отрицательных давлений. Тем не менее разработанная в [4] методика применима и к этому кристаллу. На рис. 1 схематически представлена экспериментальная T – P фазовая диаграмма, полученная дифракцией рентгеновских лучей [8]. На рис. 2 схематически представлена экспериментальная T – P фазовая диаграмма в другом интервале значений T и P , полученная диэлектрическими измерениями [9]. На рис. 3 диаграммы объединены в одну и добавлена граница между фазами $C_{0/1}$ и $C_{1/3}$ [10] (см. также экспериментальные T – P фазовые диаграммы

в [11], полученные измерениями оптического двулучепреломления и упругих свойств).

Цель данной работы, основываясь на методике [4], — построить теоретическую T – P фазовую диаграмму для ТМАТС–Cu. Сначала будет построена фазовая диаграмма на плоскости безразмерных переменных D_0 и A , представляющих комбинации коэффициентов термодинамического потенциала (см. далее). Затем, исходя из предположения о линейной зависимости D_0 и A от T и P , будет построена T – P фазовая диаграмма и проведено ее сравнение с экспериментальными диаграммами (рис. 1–3).

1. Симметрия фаз

Пространственная группа D_{2h}^{16} исходной C -фазы кристалла в обычно используемой установке bca – $Pm\bar{c}n$. Волновой вектор несоразмерной IC -фазы — $k_z = qc^*$. Пространственные группы соразмерных $C_{m/1}$ -фаз — $P112_1/n$ ($C_{0/1}$ -фаза), $P12_1/c1$ ($C_{1/3}$ -фаза) (см. [8–10] и цитируемую там литературу).

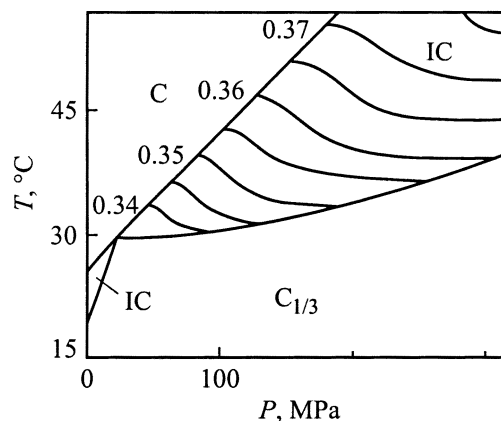


Рис. 1. Экспериментальная T – P фазовая диаграмма для ТМАТС–Cu [8]. Обозначения фаз такие же, как в тексте.

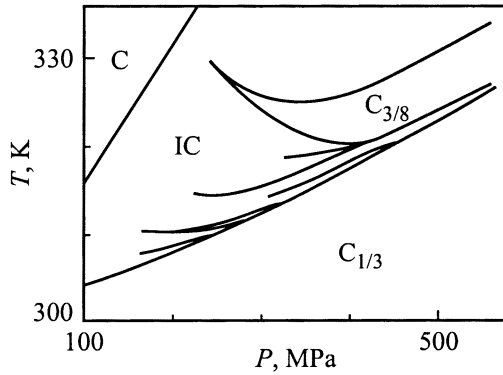


Рис. 2. Экспериментальная T - P фазовая диаграмма для ТМАТС-Cu [9]. Обозначения фаз такие же, как в тексте.

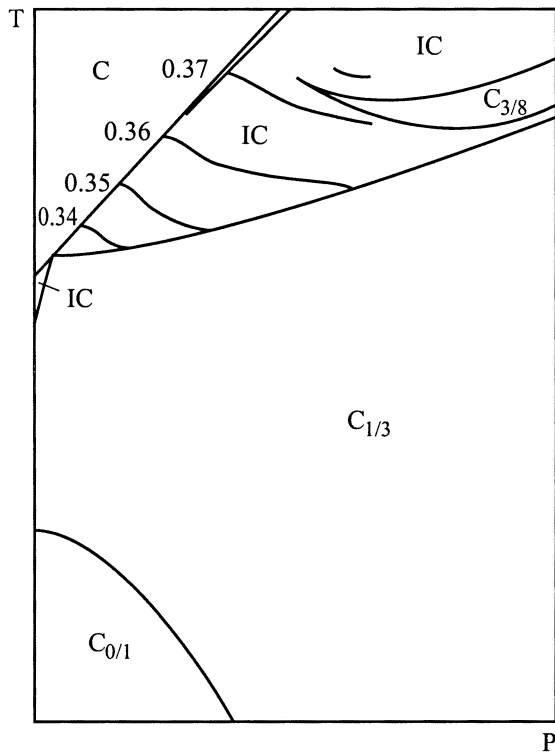


Рис. 3. Экспериментальная T - P фазовая диаграмма для ТМАТС-Cu, приведенная к одному масштабу (рис. 1, 2 и [10]).

Естественно предположить, что все фазы, наблюдаемые на T - P диаграммах, обусловлены одной мягкой оптической ветвью спектра нормальных колебаний исходной фазы кристалла (язык динамики кристаллической решетки удобно использовать вне зависимости от того, рассматриваются ли фазовые переходы типа смещения или типа порядок-беспорядок). Пространственные группы $C_{m/l}$ -фаз находятся в согласии с этим предположением (см. таблицу). Симметрия мягкой ветви однозначно определяется по пространственной группе $P112_1/n$ (C_{2h}^5) $C_{0/1}$ -фазы при выбранной установке груп-

пы $Pm\bar{c}n$ (D_{2h}^{16}) C -фазы и направлении волнового вектора IC -фазы вдоль оси z .

В таблице, которая является извлечением из таблиц [12], приведены пространственные группы всех возможных $C_{m/l}$ -фаз, отвечающих данной ветви. В первом столбце таблицы дается обозначение представленной точечной группы mmm (D_{2h}), по которому осуществляется переход из C -фазы в $C_{0/1}$ -фазу, а в скобках — компонента тензора низшего ранга, преобразующаяся по этому представлению; затем приводится пространственная группа $C_{0/1}$ -фазы. В последующих трех столбцах приводятся пространственные группы трех возможных фаз c_1 , c_2 и c_3 для каждой $C_{m/l}$ -фазы для всех $q_{m/l} = m/l$ (m_+ , m_- — четные, m_- , l_- — нечетные целые числа; также даются компоненты тензоров низшего ранга, имеющие спонтанные значения в фазах c_1 и c_2 (подробнее см. в [12])).

2. Термодинамические потенциалы. Мягкая ветвь

Воспользуемся выражениями для термодинамических потенциалов фаз, полученных в [4], добавив член, пропорциональный ρ^6 (необходимый, как это будет видно из дальнейшего рассмотрения). Потенциал $C_{m/l}$ -фаз с $q_{m/l} = m/l$ (исключая случай $q_{0/1} = 0/1$) имеет вид

$$\Phi_{m/l} = \alpha(q_{m/l})\rho^2 + \beta\rho^4 + \gamma\rho^6 - \alpha'_{2l}\rho^{2l} \cos 2l\varphi, \quad (1)$$

где ρ и φ — амплитуда и фаза двукомпонентного параметра порядка (мягкая ветвь двукратно вырождена, т. е. $\alpha(q) = \alpha(-q)$). Предполагается, что $\beta > 0$ и $\gamma > 0$. Потенциал несоразмерной IC -фазы имеет вид

$$\Phi_{IC} = \alpha(q)\rho^2 + \beta\rho^4 + \gamma\rho^6. \quad (2)$$

Заметим, что анизотропный член с коэффициентом α'_{2l} в (1) для произвольного несоразмерного q не удовлетворяет трансляционной симметрии кристалла и, следовательно, не является инвариантом. Потенциал исходной C -фазы и соразмерной $C_{0/1}$ -фазы имеет вид

$$\Phi_{0/1} = \alpha\zeta^2 + \frac{2}{3}\beta\zeta^4 + \frac{2}{5}\gamma\zeta^6. \quad (3)$$

Мягкая оптическая ветвь, точнее зависимость коэффициента упругости $\alpha(q)$, см. (1) и (2), от волнового числа q определяется выражением [5]

$$\alpha(q) = \alpha - \delta q^2 - \varkappa q^4 + \tau q^6, \quad (4)$$

где предполагается, что $\varkappa > 0$ и $\tau > 0$.

Выражение (4) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \alpha(q) &= a + \Delta(q), \quad \Delta(q) = \tau(b^2 - q^2)^2 [2(b^2 - q_L^2) + q^2], \\ a &= \alpha - \Delta_0, \quad \Delta_0 = \Delta(0) = 2\tau b^4 (b^2 - q_L^2), \\ \delta &= \tau b^2 (3b^2 - 4q_L^2), \quad q_L^2 = \varkappa/2\tau, \end{aligned} \quad (5)$$

где введены используемые в дальнейшем величины a , b и q_L . Их физический смысл следующий: a и b — коэффициенты минимума мягкой ветви в произвольной точке

Пространственные группы всех возможных соразмерных фаз, отвечающих мягкой ветви с волновым вектором $k_z = qc^*$ спектра нормальных колебаний исходной фазы $Pmcn (D_{2h}^{16})$ кристалла TМАТС–Cu

$\frac{m}{l}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{m_-}{l_-}$	$\frac{m_+}{l_+}$	$\frac{m_-}{l_+}$			
$B_{1g}(xy)$	$P112_1/n C_{2h}^5$	$c_1 P2_1cn$ $c_2 P12_1/c1$ $c_3 P1c1$	$C_{2v}^9 x$ $C_{2h}^5 zx$ C_s^2	$P112_1/n$ $P2_12_12_1$ $P112_1$	$C_{2h}^5 xy$ $D_2^3 xyz$ C_2^2	$Pc2_1n$ $P2_1/c11$ $Pc11$	$C_{2v}^9 y$ $C_{2h}^5 yz$ C_s^2

зоны Бриллюэна

$$q = b, \quad \alpha(b) = a. \quad (6)$$

Этот минимум существует при значениях $\delta > -x^2/3\tau$, или $b^2 > 2q_L^2/3$. Минимум в центре зоны Бриллюэна

$$q = 0, \quad \alpha(0) = \alpha \quad (7)$$

существует при значениях $\delta < 0$, или $b^2 < 4q_L^2/3$. Таким образом, в интервале значений $-x^2/3\tau < \delta < 0$, или $2q_L^2 < b^2 < 4q_L^2/3$, мягкая ветвь имеет два минимума. LT -точка определяется условием равенства этих минимумов и одновременным обращением их в нуль. Координаты LT -точки в зависимости от того, на какой плоскости их определять, имеют вид

$$a = 0, \quad b^2 = q_L^2, \quad \delta = -\tau q_L^4, \quad \Delta_0 = 0. \quad (8)$$

Величина q_L , следовательно, определяет одну из координат LT -точки.

Выражения (1)–(3) для потенциалов можно упростить, проварьировав их по переменным. В результате при $\gamma = 0$ найдем [4]

$$\Phi_C = 0, \quad \Phi_{IC} = -a^2/4\beta, \quad \Phi_{0/1} = -3\alpha^2/8\beta,$$

$$\Phi_{m/l} = -\frac{\alpha_{m/l}^2}{4\beta} \left[1 + \frac{|\alpha'_{2l}|}{\beta} \left(\frac{-\alpha_{m/l}}{2\beta} \right)^{l-2} \right],$$

$$\alpha_{m/l} \equiv \alpha(q_{m/l}), \quad \Delta_{m/l} = \Delta(q_{m/l}). \quad (9)$$

Последнее выражение для $\Phi_{m/l}$ получено при условии, что анизотропный (т. е. зависящий о фазы φ) инвариант в (1) мал по сравнению с изотропным инвариантом [4]

$$\frac{|\alpha'_{2l}|\rho^{2l}}{2\beta\rho^4} = \frac{|\alpha'_{2l}|}{2\beta} \left(\frac{-\alpha_{m/l}}{2\beta} \right)^{l-2} \ll 1. \quad (10)$$

Подчеркнем, что пренебрежение членом $\gamma\rho^6$ в термодинамических потенциалах (9), см. [4], не оправдано для $\Phi_{1/3}$. Действительно, если $\gamma = 0$, то минимум $\Phi_{1/3}$ (1) при конечных значениях ρ^2 сравнительно быстро исчезает с ростом $\alpha(q_{1/3})$ даже при небольших значениях $|\alpha'_6|$. Чтобы этого избежать, необходимо учитывать член $\gamma\rho^6$ и полагать $\gamma \geq |\alpha'_6|$. Очевидно, что член $\gamma\rho^6$ нужно учитывать также во всех потенциалах (а не только в $\Phi_{1/3}$). Минимизируя (1)–(3) по их переменным,

получим более сложные, чем в (9), выражения для термодинамических потенциалов

$$\Phi_{IC} = -\frac{2\beta^3}{27\gamma^2} \left\{ \left[1 - \frac{3\gamma a}{\beta^2} \right]^{3/2} - \left[1 - \frac{9\gamma a}{2\beta^2} \right] \right\},$$

$$\Phi_{0/1} = -\frac{50}{27} \frac{2\beta^3}{27\gamma^2} \left\{ \left[1 - \frac{9}{10} \frac{3\gamma\alpha}{\beta^2} \right]^{3/2} - \left[1 - \frac{9}{10} \frac{9\gamma\alpha}{2\beta^2} \right] \right\},$$

$$\Phi_{1/3} = -\frac{2\beta^3}{27(\gamma - |\alpha'_6|)^2} \left\{ \left[1 - \frac{3(\gamma - |\alpha'_6|)\alpha_{1/3}}{\beta^2} \right]^{3/2} - \left[1 - \frac{9(\gamma - |\alpha'_6|)\alpha_{1/3}}{\beta^2} \right] \right\},$$

$$\Phi_{m/l} = -\frac{2\beta^3}{27\gamma^2} \left\{ \left[1 - \frac{3\gamma\alpha_{m/l}}{\beta^2} \right]^{3/2} - \left[1 - \frac{9\gamma\alpha_{m/l}}{\beta^2} \right] \right\} - \frac{|\alpha'_{2l}|}{\beta} \left[\frac{\beta}{3\gamma} \left(\left[1 - \frac{3\gamma\alpha_{m/l}}{\beta^2} \right]^{1/2} - 1 \right) \right]^l. \quad (11)$$

Последнее выражение для $\Phi_{m/l}$ получено при условии слабой анизотропии, которое теперь принимает вид

$$\frac{|\alpha'_{2l}|\rho^{2l}}{2\beta} \left[\frac{\beta}{3\gamma} \left[1 - \frac{3\gamma\alpha_{m/l}}{\beta^2} \right]^{1/2} - 1 \right]^{l-2} \ll 1, \quad (12)$$

что совпадает с (10), если $3\gamma(-\alpha_{m/l})/\beta^2 \ll 1$.

3. Границы между фазами

В дальнейшем будем использовать следующие переменные и параметры:

$$A = -\frac{a}{\tau Q^6}, \quad D_0 = \frac{\Delta_0}{\tau Q^6}, \quad D_{m/l} = \frac{\Delta_{m/l}}{\tau Q^6},$$

$$B = \frac{b}{a}, \quad Q_L = \frac{q_L}{Q}, \quad Q_{m/l} = \frac{q_{m/l}}{Q}, \quad D = \frac{\delta}{\tau Q^4},$$

$$\epsilon_{2l} = \frac{\tau Q^6}{2\beta} \left(\frac{|\alpha'_{2l}|}{\tau Q^6} \right)^{1/(l-1)}, \quad \epsilon_\gamma = \frac{\tau Q^6}{2\beta} \left(\frac{\gamma}{\tau Q^6} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Для удобства (см. D_0 – A диаграмму на рис. 4) знак A выбран противоположным знаком a . Каждая $C_{m/l}$ -фаза характеризуется только одним безразмерным параметром ϵ_{2l} , определяемым величиной коэффициента α'_{2l} . Есть и

Одновременно теряют смысл величины a и b (A и B). Следовательно, график на плоскости D_0 – A или D – A имеет смысл лишь при значениях $D_0 \geq (-8/27)Q_L^6$ или $D \geq (-4/3)Q_L^4$.

4. Теоретические фазовые диаграммы

Для построения D_0 – A фазовой диаграммы кристалла ТМАТС–Cu необходимо выбрать значения параметров Q_L , ϵ_γ и ϵ_{2l} для каждой $C_{m/l}$ -фазы, в данном случае для $m/l = 1/3$ и $3/8$. Такой выбор определяется из условия возможно лучшего согласия теоретической T – P диаграммы, получаемой из D_0 – A диаграммы, с экспериментальной T – P диаграммой, представленной на рис. 1–3. Выбираем следующие значения параметров:

$$Q_L^2 = 0.2, \quad \epsilon_\gamma = \epsilon_6 = 0.6, \quad \epsilon_{16} = 1.5, \quad Q = 0.5. \quad (20)$$

Они берутся практически с точностью до первого знака. Используется упрощающее предположение $\epsilon_\gamma = \epsilon_6$. На рис. 4 изображена D_0 – A фазовая диаграмма, полученная на основе выражений (14)–(20). Буквы LT обозначают LT -точку с координатами (16).

При построении T – P фазовой диаграммы на основе D_0 – A диаграммы (рис. 4) предполагаем простейшую линейную зависимость D_0 и A от T и P . Тогда оси T и P на рис. 4 будут прямыми линиями. Их позиция, ориентация и масштаб определяются из условия возможно лучшего согласия с экспериментальной T – P диаграммой (рис. 1–3). Полагаем $\text{ctg} \widehat{TD}_0 = 0.4$, $\text{ctg} \widehat{PD}_0 = 0.8$. Эти значения приведены с учетом масштабов на осях D_0 и A . На самом рис. 4 (без учета масштабов) значения ctg в 2 раза больше: 0.8 и 1.6.

Заметим, что A и D_0 связаны соотношением $\alpha/\tau Q^6 = -A + D_6$, см. (5) и (13). Обычно предполагается, что коэффициенты потенциала α линейно зависят от T и P . Из предположения, что A линейно зависит от T и P , автоматически следует, что и D_0 линейно зависит от T и P . Для переменных A и D такого взаимного соответствия не получается, и одновременно линейно зависеть от T и P они не могут, см. (5) и (13).

На рис. 5 представлена теоретическая T – P фазовая диаграмма, построенная по рис. 4, с выбранными на нем осями T и P . Сравнение рис. 5 с рис. 3 показывает, что теоретическая и экспериментальная диаграммы неплохо согласуются. Это согласие может быть несколько улучшено более адекватным выбором параметров Q_L , ϵ_γ и ϵ_{2l} и ориентацией осей T и P на D_0 – A диаграмме. На рис. 1–3 видна сильная нелинейная зависимость $q_{m/l}$ от T и P . На рис. 2 и 3 нелинейность соразмерной фазы $C_{3/8}$ настолько сильная, особенно в области, близкой к $C_{1/3}$ -фазе, что даже не наблюдается граница между фазами $C_{3/8}$ и $C_{1/3}$. Ничего такого на теоретической диаграмме рис. 5, очевидно, нет.

В заключение перечислим приближения и предположения, сделанные при построении теоретических D_0 – A и T – P фазовых диаграмм. Предполагается, что на фазовой

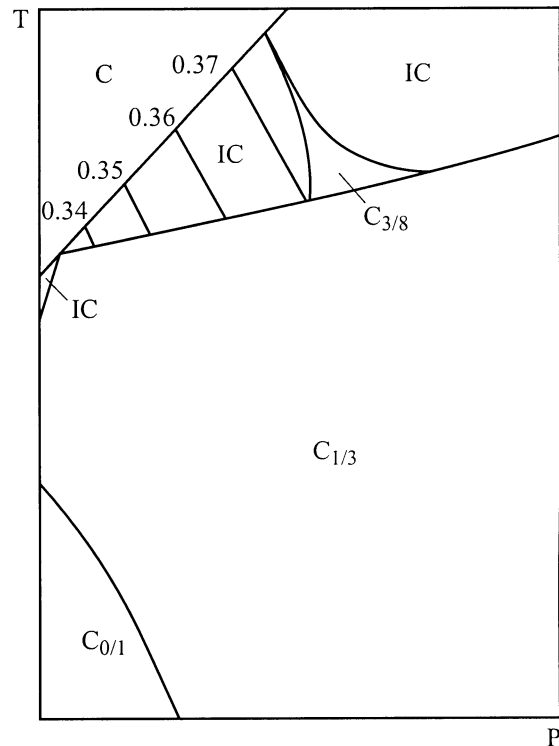


Рис. 5. Теоретическая T – P фазовая диаграмма для ТМАТС–Cu, полученная из рис. 4.

диаграмме существует тройная LT -точка, теоретически введенная в [5] (и отсутствует L -точка [6]). Заметим, что LT -точка на T – P фазовой диаграмме лежит в области отрицательных давлений (приблизительно при $P = -100$ МПа).

Для IC -фазы используется одногармоническое приближение. Это приводит к погрешностям, хотя и небольшим, при определении границ между IC -фазой и $C_{m/l}$ -фазами. Для $C_{m/l}$ -фаз ($m/l \neq 1/3$) используется условие слабой анизотропии, что позволяет получить явные выражения для потенциалов $C_{m/l}$ -фаз, а следовательно, для границ с $C_{m/l}$ -фазами. Это условие сравнительно хорошо выполняется во всей области D_0 – A и T – P фазовых диаграмм на рис. 4 и 5.

Предполагается, что только две малые величины D_0 и A зависят от T и P . Остальные величины Q_L , ϵ_γ и ϵ_{2l} (или κ , τ , β , γ , α'_{2l}) считаются постоянными, не зависящими от T и P . Предположение о линейной зависимости D_0 и A от T и P является упрощением, которое, очевидно, не вполне отвечает эксперименту (ср. рис. 5 и 3). При построении диаграмм численные значения параметров брались с точностью до первого знака. Использовалось упрощение $\epsilon_\gamma = \epsilon_6$. Пренебрегалось дисперсией (зависимостью от q) коэффициентов β , γ и α'_{2l} .

Приближения и предположения, перечисленные выше, не помешали получить в целом удовлетворительное согласие между теоретической и экспериментальной

T – P фазовыми диаграммами для ТМАТС–Си. И это при том, что в рассматриваемой феноменологической модели используется небольшое число параметров: Q_L , определяющий координату LT -точки, ϵ_γ и по одному для каждой $C_{m/l}$ -фазы параметру ϵ_{2l} , определяющему ширину интервала значений q вокруг $q_{m/l}$, занимаемому $C_{m/l}$ -фазой (при заданном значении A).

Полученные результаты свидетельствуют, таким образом, о том, что феноменологический подход к структурным фазовым переходам, который обычно хорошо оправдывается, оказался адекватным эксперименту и в данном случае сложной фазовой диаграмме, на которой существует особая тройная точка, несоразмерная фаза и большое число соразмерных фаз.

Список литературы

- [1] J.D. Axe, M. Iizumi, G. Shirane. In: *Incommensurate Phases in Dielectrics. 2. Materials* / Ed. by R. Blinc, A.P. Levanyuk. North Holland, Amsterdam (1985). Ch. 10.
- [2] K. Gesi. *Ferroelectrics* **66**, 269 (1986).
- [3] H.Z. Cummins. *Phys. Reports* **185**, 5–6, 211 (1990).
- [4] D.G. Sannikov, G.A. Kessenikh, H. Mashiyama. *J. Phys. Soc. Japan* **69**, 1, 130 (2000).
- [5] Т.А. Асланян, А.П. Леванюк. *ФТТ* **20**, 3, 804 (1978).
- [6] R.M. Hornreich, M. Luban, S. Strikman. *Phys. Rev. Lett.* **35**, 25, 1678 (1975).
- [7] Д.Г. Санников. *Кристаллография* **41**, 1, 5 (1996).
- [8] S. Shimomura, H. Terauchi, N. Hamaya, Y. Fujii. *Phys. Rev.* **B54**, 10, 6915 (1996).
- [9] K. Gesi. *J. Phys. Soc. Japan* **65**, 7, 1963 (1996).
- [10] K. Gesi. *Кристаллография* **44**, 1, 89 (1999).
- [11] О.Г. Влох, А.В. Китык, В.Г. Грибик, О.М. Мокрый. *ФТТ* **30**, 8, 2554 (1988).
- [12] Д.Г. Санников. *Кристаллография* **36**, 4, 813 (1991).