

Изменение формы симметричного светового импульса при прохождении сквозь квантовую яму

© Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио*, С.Т. Павлов**,**

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия
E-mail: ilang@dor.ioffe.rssi.ru

* Escuela de Fisica de la UAZ, Apartado Postal c-580,
98060 Zacatecas, Mexico
E-mail: pavlov@ahobon.reduaz.mx

** Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
117924 Москва, Россия

(Поступила в Редакцию 14 апреля 2000 г.)

Развита теория отклика двухуровневой двумерной системы на облучение световым импульсом симметричной формы. Подобная электронная система в определенных условиях аппроксимирует одиночную идеальную квантовую яму при нулевом или сильном магнитном поле \mathbf{H} , перпендикулярном плоскости ямы. Один из уровней — основное состояние системы, второй — дискретное возбужденное состояние с энергией $\hbar\omega_0$, каковым может являться экситонный уровень при $\mathbf{H} = 0$ или любой уровень в сильном магнитном поле. Предполагается, что влиянием прочих уровней и взаимодействием света с решеткой можно пренебречь. Получены общие формулы для временной зависимости безразмерных отражения $\mathcal{R}(t)$, поглощения $\mathcal{A}(t)$ и пропускания $\mathcal{T}(t)$ симметричного светового импульса. Показано, что на временных зависимостях $\mathcal{R}(t)$, $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$ существуют особые точки трех типов. В точках t_0 первого типа $\mathcal{A}(t_0) = \mathcal{T}(t_0) = 0$ и происходит полное отражение. Показано, что в случае $\gamma_r \gg \gamma$, где γ_r — радиационное, а γ — нерадиационное обратное время жизни верхнего уровня двухуровневой системы при условии резонанса $\omega_l = \omega_0$ может происходить сильное изменение величины и формы прошедшего импульса. В случае достаточно длинного импульса, когда $\gamma_l < \gamma_r$, он почти полностью отражается. (Величина γ_l характеризует продолжительность возбуждающего импульса). В случае промежуточной длительности импульса $\gamma_l \simeq \gamma_r$ отражение, поглощение и прохождение сравнимы по величине, форма прошедшего импульса сильно отличается от формы возбуждающего — прошедший импульс имеет два максимума, что обусловлено точкой t_0 полного отражения, в которой прохождение равно нулю. При отклонении несущей частоты ω_l света от резонансной частоты ω_0 имеет место осциллирующая временная зависимость $\mathcal{R}(t)$, $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$ на частоте $\Delta\omega = \omega_l - \omega_0$. Осцилляции удобнее всего наблюдать при величинах $\Delta\omega \simeq \gamma_l$. Изучено положение особых точек полного поглощения, отражения и прозрачности при отклонении частоты ω_l от резонанса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 00-02-16904). С.Т. Павлов благодарит Университет Закатекаса (CONACyT) за поддержку и гостеприимство. Д.А. Контрерас-Солорио благодарит CONACyT (27736-E) за финансовую поддержку.

В [1] было предсказано сильное изменение формы проходящего через квантовую яму резко асимметричного светового импульса с крутым фронтом и большая величина отраженного импульса. Предполагалось, что несущая частота ω_l возбуждающего импульса близка к энергии ω_0 электронного возбуждения, отсчитанной от энергии основного состояния. Означенные явления возможны при условии

$$\gamma_r \gg \gamma, \quad (1)$$

где $\gamma_r(\gamma)$ — обратное радиационное (нерадиационное) время жизни электронного возбуждения. Хорошо известно, что в противоположном случае

$$\gamma_r \ll \gamma \quad (2)$$

форма импульса, прошедшего через яму, меняется мало и отраженный и поглощенный импульсы слабы по сравнению с возбуждающим.

Радиационное уширение энергетических уровней возникает в случае квазидвумерных систем в результате нарушения трансляционной симметрии в направлении, перпендикулярном плоскости ямы [2,3]. В случае ям высокого качества радиационное уширение γ_r может быть сравнимо и даже превосходить по величине вклады других релаксационных механизмов. Эта новая физическая ситуация требует адекватного теоретического описания, в котором необходим учет высоких порядков взаимодействия электронов с электромагнитным полем [1–14]. Величина обратного радиационного времени жизни γ_r для экситонного уровня в квантовой яме при нулевом магнитном поле вычислена в [2], в случае сильного магнитного поля — в [11,12], для магнетополярона в квантовой яме — в [12].

В настоящей работе рассмотрен случай двухуровневой системы, состоящей из основного и одного возбужденного состояния. Предполагается, что влиянием прочих уровней можно пренебречь. В качестве электронного

возбуждения может фигурировать экситон в квантовой яме в нулевом или сильном магнитном поле. Поскольку импульс с одним крутым фронтом создать трудно, в настоящей работе в отличие от [1] рассматривается случай симметричного импульса.

1. Электрические поля справа и слева от квантовой ямы при импульсном облучении

Допустим, что слева (со стороны $z < 0$) на одиночную квантовую яму падает возбуждающий световой импульс, которому соответствует электрическое поле

$$\mathbf{E}_0(z, t) = E_0 \mathbf{e}_l \exp(-i\omega_l p) \{ \Theta(p) \exp(-\gamma_{l1} p/2) + [1 - \Theta(p)] \exp(\gamma_{l1} p/2) \} + \text{с.с.}, \quad (3)$$

где E_0 — вещественная амплитуда, \mathbf{e}_l — вектор поляризации, $p = t - zn/c$, n — показатель преломления среды вне ямы, $\Theta(p)$ — ступенчатая функция, γ_{l1} (γ_{l2}) определяют затухание (нарастание) симметричного импульса. Импульсу (3) соответствует вектор Умова–Пойнтинга

$$\mathbf{S}(p) = \mathbf{S}_0 P(p), \quad (4)$$

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{e}_z c E_0^2 / (2\pi n),$$

$$P(p) = \Theta(p) \exp(-\gamma_{l1} p/2) + [1 - \Theta(p)] \exp(\gamma_{l2} p/2), \quad (5)$$

где \mathbf{e}_z — единичный вектор вдоль оси z .

Произведем преобразование Фурье выражения (3), записав его в виде

$$\mathbf{E}_0(z, t) = E_0 \mathbf{e}_l \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega p} \mathcal{D}_0(\omega) + \text{с.с.}, \quad (6)$$

где

$$\mathcal{D}_0(\omega) = \frac{i}{2\pi} [(\omega - \omega_l + i\gamma_{l1}/2)^{-1} - (\omega - \omega_l - i\gamma_{l2}/2)^{-1}]. \quad (7)$$

В [1,10,11] был использован сильно несимметричный импульс с крутым фронтом, для которого $\gamma_{l2} \rightarrow \infty$ и обращается в нуль второй член в (5), а также второй член в квадратной скобке в (7). При

$$\gamma_{l1} = \gamma_{l2} = \gamma_l \quad (8)$$

импульс (3) симметричен. При $\gamma_l \rightarrow 0$ симметричный импульс переходит в монохроматическую волну с частотой ω_l , а функция $\mathcal{D}_0(\omega)$ — в $\delta(\omega - \omega_l)$. Импульс вида (3) удобен для вычислений. Его недостаток — разрыв производной в точке $t - zn/c$ (см. (5)), однако все качественные выводы теории, полученные далее, не меняются при переходе к импульсам сглаженной формы. Некоторые результаты для симметричного импульса, пропорционального $[\text{ch}(\gamma_l p)]^{-1}$, приведены в [1].

Рассмотрим квантовые ямы, ширина которых d много меньше длины световой волны $c/(n\omega_l)$. Тогда электрические поля $\mathbf{E}_{l(r)}(z, t)$ слева (справа) от квантовой ямы определяются выражениями [1]

$$\mathbf{E}_{l(r)}(z, t) = \mathbf{E}_0(z, t) + \Delta \mathbf{E}_{l(r)}(z, t), \quad (9)$$

$$\Delta \mathbf{E}_{l(r)}(z, t) = E_0 \mathbf{e}_l \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t \pm zn/c)} \mathcal{D}(\omega) + \text{с.с.}, \quad (10)$$

где верхний (нижний) знак относится к индексу $l(r)$. Согласно (10), поляризация наведенного электрического поля совпадает с поляризацией возбуждающего поля. Результат (10) предполагает, что падающие волны имеют круговую поляризацию

$$\mathbf{e}_l = 2^{-1/2} (\mathbf{e}_x \pm i \mathbf{e}_y), \quad (11)$$

где \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y — единичные векторы вдоль осей x и y . Подразумевается также, что каждая из двух круговых поляризаций соответствует возбуждению из основного состояния одного из двух типов электронно-дырочных пар (ЭДП), энергия которых одинакова (см. [12,15]).

Частотная зависимость $\mathcal{D}(\omega)$ имеет вид

$$\mathcal{D}(\omega) = -\frac{4\pi\chi(\omega)\mathcal{D}_0(\omega)}{1 + 4\pi\chi(\omega)}, \quad (12)$$

$$\chi(\omega) = (i/4\pi) \sum_{\varrho} (\gamma_{r\varrho}/2) [(\omega - \omega_{\varrho} + i\gamma_{\varrho}/2)^{-1} + (\omega + \omega_{\varrho} + i\gamma_{\varrho}/2)^{-1}], \quad (13)$$

где индекс ϱ обозначает номер возбужденного состояния, $\hbar\omega_{\varrho}$ — энергия возбужденного состояния, отсчитанная от энергии основного состояния, $\gamma_{r\varrho}$ и γ_{ϱ} — соответственно радиационное и нерадикационное обратное время жизни возбужденного состояния с индексом ϱ . Второй член в квадратной скобке в (13) является нерезонансным и в дальнейшем не учитывается. Подразумевается, что отражение и поглощение света квантовой ямой обусловлено только переходами электронов из валентной зоны в зону проводимости. Взаимодействие света с решеткой и глубокими электронными уровнями не учитывается.

Как было отмечено, в сумме (13) будем учитывать единственный возбужденный уровень, т.е. рассматривать двухуровневую систему, причем первый уровень соответствует основному состоянию, второй — возбужденному. Индекс ϱ принимает одно значение и поэтому используем обозначения

$$\omega_{\varrho} = \omega_0, \quad \gamma_{r\varrho} = \gamma_r, \quad \gamma_{\varrho} = \gamma, \quad \Gamma = \gamma_r + \gamma. \quad (14)$$

С помощью формул (7)–(13) получаем следующий результат для наведенного поля слева от ямы при об-

лучении симметричным импульсом:

$$\begin{aligned} \Delta E_1(z, t) &= -iE_0 \mathbf{e}_l (\gamma_r/2) \\ &\times \left\{ \mathcal{E} \Theta(s) + \frac{(1 - \Theta(s)) \exp(-i\omega_0 s - \Gamma s/2)}{\Delta\omega + i(\Gamma + \gamma_l)/2} \right\} + \text{с.с.}, \\ \mathcal{E} &= \frac{\exp(-i\omega_l s - \gamma_l s/2)}{\Delta\omega + i(\Gamma - \gamma_l)/2} - \exp(-i\omega_0 s - \Gamma s/2) \\ &\times \left[\frac{1}{\Delta\omega + i(\Gamma - \gamma_l)/2} - \frac{1}{\Delta\omega + i(\Gamma + \gamma_l)/2} \right], \quad (15) \end{aligned}$$

где $s = t + zn/c$, $\Delta\omega = \omega_l - \omega_0$. Выражение для $\Delta E_r(z, t)$ отличается от (15) только заменой s на переменную $p = t - zn/c$. Поскольку выражение (15) справедливо для $|z| \gg d$, то в дальнейшем шириной квантовой ямы пренебрегаем и считаем, что она расположена в плоскости $z = 0$.

2. Вычисление проходящего, отраженного и поглощенного потоков энергии

Вектор Умова–Пойнтинга для краткости будем называть потоком энергии. Проходящий поток, т.е. поток справа от ямы, равен

$$\mathbf{S}_r(z, t) = (\mathbf{e}_z/4\pi)(c/n)(\mathbf{E}_r(p))^2, \quad (16)$$

поток слева от ямы —

$$\mathbf{S}_l(z, t) = \mathbf{S}(p) + \mathbf{S}_{\text{ref}}(s), \quad (17)$$

где \mathbf{S}_p — поток возбуждающего импульса света, определенный в (4), $\mathbf{S}_{\text{ref}}(s)$ — отраженный поток, который равен

$$\mathbf{S}_{\text{ref}}(s) = -(\mathbf{e}_z/4\pi)(c/n)(\Delta E_l(s))^2. \quad (18)$$

Поглощенный поток энергии определяется как

$$\mathbf{S}_{\text{abs}}(t) = \mathbf{S}_l(z = 0, t) - \mathbf{S}_r(z = 0, t) \quad (19)$$

и равен

$$\mathbf{S}_{\text{abs}}(t) = -(\mathbf{e}_z/2\pi)(c/n)\mathbf{E}_r(z = 0, t)\Delta E(t), \quad (20)$$

где

$$\Delta E(t) = \Delta E_l(z = 0, t) = \Delta E_r(z = 0, t). \quad (21)$$

Введем безразмерные функции пропускания $\mathcal{T}(x)$, отражения $\mathcal{R}(x)$ и поглощения $\mathcal{A}(x)$, определив их как

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_r(z, t) &= \mathbf{S}_0 \mathcal{T}(p), \quad \mathbf{S}_{\text{ref}}(z, t) = -\mathbf{S}_0 \mathcal{R}(s), \\ \mathbf{S}_{\text{abs}}(t) &= \mathbf{S}_0 \mathcal{A}(t), \end{aligned} \quad (22)$$

причем из (19) следует, что всегда выполняется равенство

$$\mathcal{T}(x) + \mathcal{R}(x) + \mathcal{A}(x) = P(x). \quad (23)$$

Величины $P(x)$, $\mathcal{T}(x)$ и $\mathcal{R}(x)$ всегда положительны, поглощение может быть как положительным, так и отрицательным. Отрицательное поглощение в некоторый момент времени t означает, что электронная система квантовой ямы отдаст энергию, накопленную в предыдущие моменты времени. Далее вместо обозначения переменной x используем обозначение t , не забывая об определениях (22). Переменная t соответствует реальному времени при $z = 0$.

3. Временные точки нулевого поглощения, полного отражения и полной прозрачности

Содержание этого раздела основано на анализе формул раздела 2 без конкретизации выражения для наведенного поля $\Delta E(z, t)$. Поэтому полученные выше результаты справедливы в случае любого числа возбужденных уровней в квантовой яме (см., например, [10–14]), а не только в случае одного уровня, для которого применимо выражение (15).

На рисунках, демонстрирующих кривые $\mathcal{A}(t)$, $\mathcal{R}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$, можно видеть точки нулевого поглощения $\mathcal{A}(t) = 0$, полного отражения $\mathcal{R}(t) = P(t)$ и полной прозрачности $\mathcal{T}(t) = P(t)$. Назовем эти временные точки особыми. Из формул (16), (18) и (20) следует, что эти точки бывают трех типов. В случае первых двух типов они соответствуют обращению в нуль электрических полей или их комбинаций. В случае особых точек первого типа равны нулю поля $\mathbf{E}_r(z = 0, t)$ или $\Delta E_l(x = 0, t)$. В случае $\mathbf{E}_r(z = 0, t_0) = 0$ имеем

$$\mathcal{A}(t_0) = 0, \quad \mathcal{T}(t_0) = 0, \quad \mathcal{R}(t_0) = P(t_0), \quad (24)$$

и точку t_0 назовем точкой полного отражения первого типа. В случае $\Delta E_l(z = 0, t_x) = 0$

$$\mathcal{A}(t_x) = 0, \quad \mathcal{R}(t_x) = 0, \quad \mathcal{T}(t_x) = P(t_x), \quad (25)$$

точку t_x назовем точкой полной прозрачности первого типа. Итак, в особых точках полного отражения и полной прозрачности первого типа поглощение $\mathcal{A}(t) = 0$.

Равенство $P(t) - \mathcal{R}(t) = 0$ можно записать в виде

$$(\mathbf{E}_0)^2 - (\Delta E)^2 = 0, \quad (\mathbf{E}_0 + \Delta E)(\mathbf{E}_0 - \Delta E) = 0,$$

$$\mathbf{E}_r(\mathbf{E}_0 - \Delta E) = 0, \quad (26)$$

а равенство $P(t) - \mathcal{T}(t) = 0$ — в виде

$$(\mathbf{E}_0^2) - (\mathbf{E}_r)^2 = 0, \quad (\mathbf{E}_0 - \mathbf{E}_r)(\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r) = 0,$$

$$\Delta E(\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r) = 0. \quad (27)$$

Поэтому условие $\mathbf{E}_0 - \Delta E = 0$ соответствует точке полного отражения, а условие $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r = 0$ точке полной прозрачности. В этих точках поглощение $\mathcal{A}(t)$, вообще говоря, не равно нулю. Эти точки назовем точками полного отражения и полной прозрачности второго типа.

Наконец, из выражений (20), (26) и (27) следует, что особые точки $\mathcal{A} = 0$, $\mathcal{R} = P$ и $\mathcal{T} = P$ могут появляться в случае перпендикулярности векторов \mathbf{E}_r и $\Delta\mathbf{E}$, \mathbf{E}_r и $\mathbf{E}_0 - \Delta\mathbf{E}$, $\Delta\mathbf{E}$ и $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r$ соответственно. Эти особые точки назовем особыми точками третьего типа.

На эксперименте особые точки можно наблюдать следующим образом. Прохождение в зависимости от времени t будем измерять в плоскости z_0 , отражение — в плоскости $-z_0$, т.е. слева от квантовой ямы. Пусть t_0 — точка полного отражения первого типа. Учитывая (22), находим, что в момент времени $t = t_0 + z_0n/c$ пропускание равно нулю, а отражение полное. Поглощение \mathcal{A} непосредственно измерить не можем, но, определив его как $\mathcal{A} = P - \mathcal{R} - \mathcal{T}$ в момент времени $t = t_0 + z_0n/c$, получим $\mathcal{A} = 0$ в случае особой точки первого типа. Это означает, что при описанной постановке эксперимента поглощение измеряется с запаздыванием на интервал времени $\Delta t = z_0n/c$.

4. Потоки энергии в случае точного резонанса при произвольных соотношениях между обратными временами жизни

С помощью результатов раздела 2 и выражений (3), (8), (9) и (15) для электрических полей можно определить величины проходящего, отраженного и поглощенного потоков энергии при любых значениях параметров ω_l и γ_l , характеризующих возбуждающий импульс, и параметров ω_0 , γ_r и γ , характеризующих энергетический уровень в квантовой яме.

При $\gamma_l = 0$, что соответствует монохроматическому облучению, получаем выражения

$$\mathcal{T} = \frac{(\Delta\omega)^2 + \gamma^2/4}{(\Delta\omega)^2 + \Gamma^2/4}, \quad \mathcal{R} = \frac{\gamma^2/4}{(\Delta\omega)^2 + \Gamma^2/4},$$

$$\mathcal{A} = \frac{\gamma\gamma_r/2}{(\Delta\omega)^2 + \Gamma/4}, \quad (28)$$

выведенные ранее в [2–5,8].

В случае точного резонанса

$$\omega_l = \omega_0 \quad (29)$$

получаем следующие результаты для величин, характеризующих потоки энергии:

$$\mathcal{T}(p) = \Theta(p)[\mathcal{F}_T(p)]^2 + [1 - \Theta(p)] \times \exp(\gamma_l p)(\gamma + \gamma_l)^2/(\Gamma + \gamma_l)^2,$$

$$\mathcal{F}_T(p) = \exp(-\gamma_l p/2)(\gamma - \gamma_l)/(\Gamma - \gamma_l) + \exp(-\Gamma p/2)\gamma_r G, \quad (30)$$

$$\mathcal{R}(s) = \gamma_r^2 \{ \Theta(s)[\mathcal{F}_R(s)]^2 + [1 - \Theta(s)] \exp(\gamma_l s)(\Gamma + \gamma_l)^{-2} \},$$

$$\mathcal{F}_R(s) = (\exp(-\gamma_l s/2) - \exp(-\Gamma s/2))/(\Gamma - \gamma_l) + \exp(-\Gamma s/2)/(\Gamma + \gamma_l),$$

$$\mathcal{A}(t) = 2\gamma_r \{ \Theta(t)\mathcal{F}_A(t) + [1 - \Theta(t)] \times \exp(\gamma_l t)(\gamma + \gamma_l)/(\Gamma + \gamma_l)^2 \}, \quad (31)$$

$$\mathcal{F}_A(t) = \exp(-\gamma_l t) \frac{\gamma - \gamma_l}{(\Gamma - \gamma_l)^2} - \gamma_r G^2 \exp(-\Gamma t) + G \exp(-(\Gamma + \gamma_l)t/2) \frac{\gamma_r - \gamma + \gamma_l}{\Gamma - \gamma_l}. \quad (32)$$

В формулах (30) и (32) введено обозначение $G = (\Gamma - \gamma_l)^{-1} - (\Gamma + \gamma_l)^{-1}$. Из выражений (9) и (15) при $\omega_l = \omega_0$ следует, что положение точки t_0 полного отражения первого типа определяется условием $t > 0$ и уравнением

$$\exp(-\gamma_l t/2) \frac{\Gamma - \gamma_l - \gamma_r}{\Gamma - \gamma_l} + \exp(-\Gamma t/2) \frac{2\gamma_r \gamma_l}{\Gamma^2 - \gamma_l^2} = 0. \quad (33)$$

Решая уравнение (33), получаем

$$t_0 = \frac{2}{\Gamma - \gamma_l} \ln \frac{2\gamma_r \gamma_l}{(\gamma_l - \gamma)(\Gamma + \gamma_l)}, \quad \gamma_l > \gamma, \quad (34)$$

так что для достаточно короткого импульса точка полного отражения всегда существует. Это означает, что на больших временах поглощение энергии квантовой ямой сменяется генерацией, поскольку $\mathcal{A}(t_0) = 0$ и отрицательно при $t > t_0$.

Положение точки t_t полной прозрачности второго типа, в которой $\mathbf{E}_r + \mathbf{E}_0 = 0$, определяется условиями

$$t > 0, \quad \exp(-\gamma_l t/2) \left(2 - \frac{\gamma_r}{\Gamma - \gamma_l} \right) + \exp(-\Gamma t/2) \frac{2\gamma_r \gamma_l}{\Gamma^2 - \gamma_l^2} = 0, \quad (35)$$

из которых получаем

$$t_t = \frac{2}{\Gamma - \gamma_l} \ln \frac{2\gamma_r \gamma_l}{(\Gamma + \gamma_l)(2\gamma_l - \Gamma - \gamma)},$$

$$\gamma_l > \gamma + \gamma_r/2. \quad (36)$$

Из (36) следует, что точка t_t существует в случае достаточно короткого импульса. Заметим, что условие $\gamma_l > \gamma + \gamma_r/2$ более жесткое, чем требование $\gamma_l > \gamma$ из (34).

Для рассматриваемого случая одного возбужденного уровня при условии точного резонанса $\omega_l = \omega_0$ невозможно выполнение условий $\Delta\mathbf{E} = 0$, $\mathbf{E}_0 - \Delta\mathbf{E} = 0$, поэтому точек полной прозрачности первого типа и полного отражения второго типа не существует, что отражено на рис. 1–3.

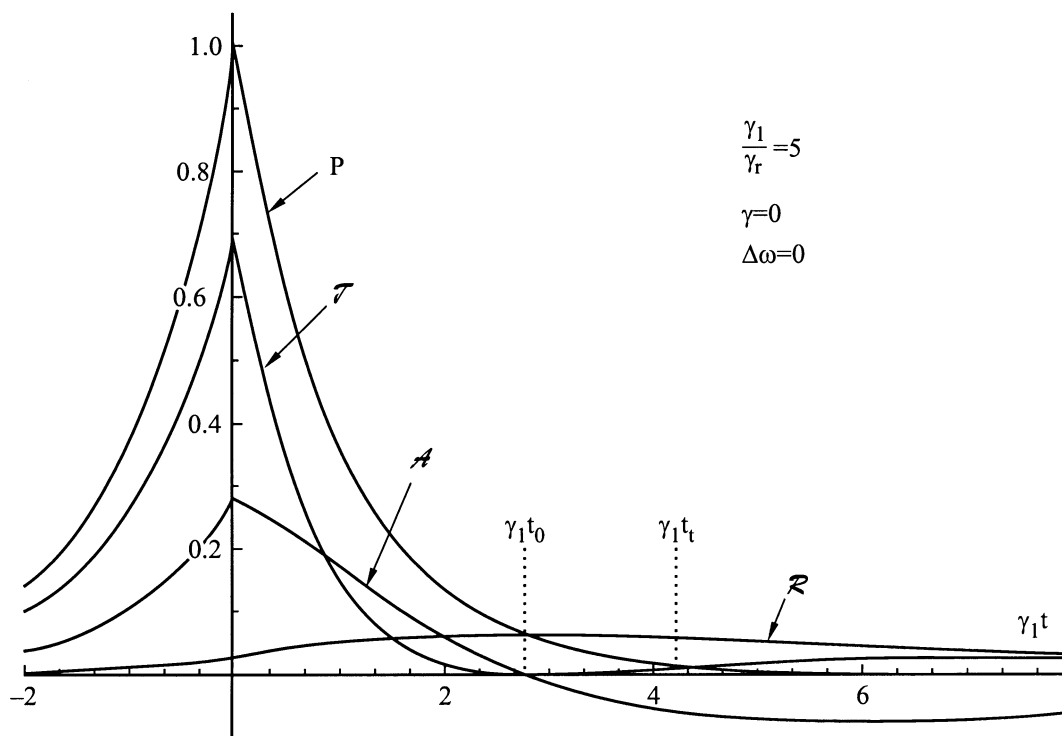


Рис. 1. Безразмерные отражения $\mathcal{R}(t)$, поглощение $\mathcal{A}(t)$ и пропускание $\mathcal{T}(t)$ двухуровневой системой симметричного светового импульса. Случай точного резонанса $\Delta\omega = \omega_l - \omega_0 = 0$ и короткого импульса. t_0 — точка полного отражения первого типа, t_l — точка полной прозрачности второго типа. γ_r — радиационное, γ — нерadiационное обратное время жизни возбужденного уровня, γ_l определяет продолжительность выбранного симметричного импульса, ω_l — несущая частота, ω_0 — частота резонансного перехода.

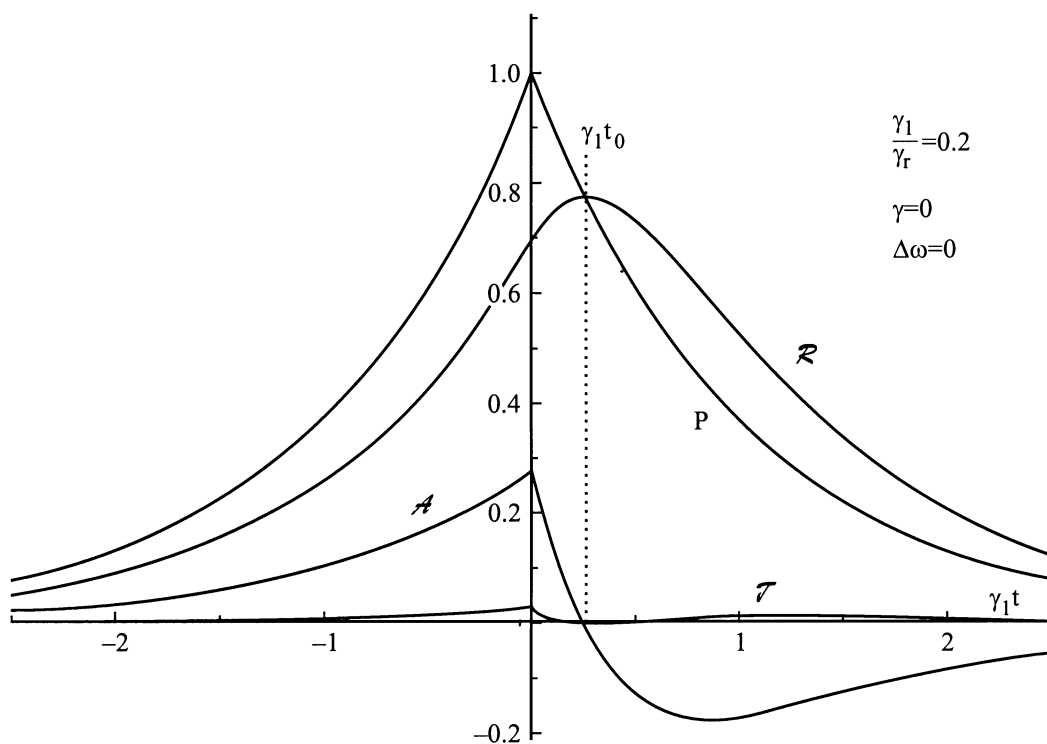


Рис. 2. То же, что и на рис. 1 для длинного импульса. Точка полной прозрачности отсутствует.

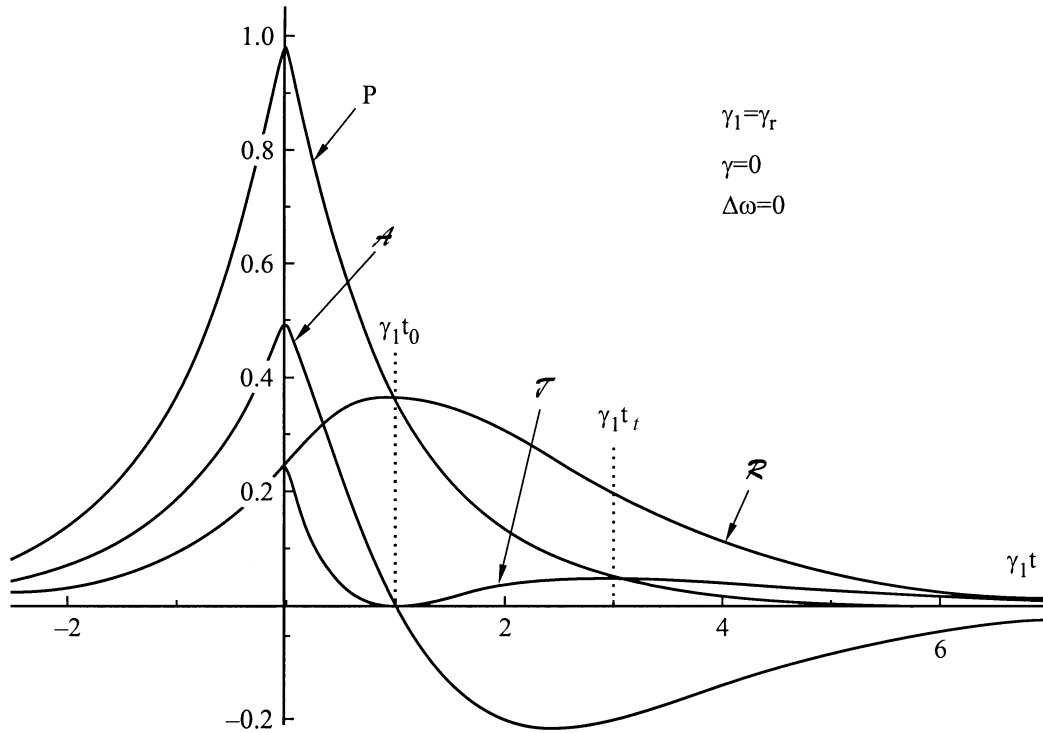


Рис. 3. То же, что на рис. 1 для промежуточного импульса.

Особых временных точек третьего типа также не существует в случае точного резонанса. Действительно, векторы \mathbf{E}_0 , \mathbf{E}_r и $\Delta\mathbf{E}$ параллельны во все моменты времени. В этом легко убедиться с помощью (3), (9) и (15) при $\Delta\omega = 0$. Для векторов $\mathbf{E}_0(z=0, t)$, $\mathbf{E}_r(z=0, t)$ и $\Delta\mathbf{E}(z=0, t)$, а также их комбинаций $\mathbf{E}_0 - \Delta\mathbf{E}$ и $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r$ получаем выражения вида

$$\mathbf{E}_i(z=0, t) = E_0 F_i(t) \mathbf{e}_i^\pm(t), \quad (37)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i^\pm(t) &= \mathbf{e}_i \exp(-i\omega t) + \mathbf{e}_i^* \exp(i\omega t) \\ &= \sqrt{2}(\mathbf{e}_x \cos \omega t \pm \mathbf{e}_y \sin \omega t), \end{aligned} \quad (38)$$

знаки $+$ ($-$) соответствуют правой (левой) круговой поляризации, $F_i(t)$ — безразмерные вещественные функции. Из уравнения (37) и следует параллельность всех трех векторов. Точкам же первого и второго типов соответствуют равенства $F_i(t) = 0$ при $t > 0$.

Для достаточно коротких импульсов при условии $\gamma_l > \Gamma$ при $p \gg \gamma_l^{-1}$ получается следующая картина. Возбуждающее поле, содержащее множитель $\exp(-\gamma_l p/2)$, становится пренебрежимо малым, поэтому

$$\mathbf{E}_r(z, t) \simeq \Delta\mathbf{E}_r(z, t). \quad (39)$$

Тогда получаем, что при $t \gg \gamma_l^{-1}$

$$\mathcal{R}(t) \simeq \mathcal{T}(t), \quad \mathcal{A}(t) \simeq -2\mathcal{R}(t). \quad (40)$$

Это означает, что сохраняются только наведенные поля $\Delta\mathbf{E}_{l(r)}$, симметричные относительно плоскости ямы. Электронная система ямы отдает накопленную энергию, излучая ее симметрично двумя потоками направо и налево. Выполнение соотношений (40) видно из рис. 1 при $\gamma_l t \gg 1$.

5. Потоки энергии в случае точного резонанса при условии $\gamma_r \gg \gamma$

В случае $\gamma_r \ll \gamma$ применима теория возмущений и достаточен учет только низшего порядка по взаимодействию электронов с электромагнитным полем, что эквивалентно отбрасыванию члена $4\pi\chi(\omega)$ в знаменателе формулы (12).¹ При условии $\gamma_r \ll \gamma$ наведенные поля $\Delta\mathbf{E}_{l(r)}$ слева (справа) от ямы малы по сравнению с возбуждающим полем (3) при $p = 0$, т.е. безразмерные отражение \mathcal{R} и поглощение \mathcal{A} малы по сравнению с единицей. Проходящий импульс по форме мало отличается от возбуждающего. Правда и в этой ситуации получены интересные результаты: в проходящем свете наблюдается "затягивание" короткого импульса на временах порядка γ^{-1} , а в случае двух близко расположенных уровней — синусоидальные биения на частоте $\Delta E/\hbar$, где ΔE энергетический зазор между уровнями (см., например, [15]).

¹ В случае импульсного облучения квантовой ямы низшее приближение теории возмущений при условии $\gamma_r \ll \gamma$ применимо только на временах $t \ll \gamma_r^{-1}$, поскольку при $t \geq \gamma_r^{-1}$ интенсивность прошедшего и отраженного света затухает по закону $\exp(-\gamma_r t)$.

В противоположном случае $\gamma_r \gg \gamma$ наведенные поля сравнимы по величине с возбуждающими, при этом форма проходящего импульса может сильно меняться. В [1] это показано для случая сильно несимметричного импульса и приведены результаты численных расчетов для симметричного импульса, пропорционального $[\text{ch}(\gamma_l p)]^{-1}$. Выше приведены аналитические выражения (30)–(32) для безразмерных величин \mathcal{T} , \mathcal{R} и \mathcal{A} для случая симметричного импульса (3).

Рассмотрим случай $\gamma = 0$, при котором условие $\gamma_r \gg \gamma$ всегда выполняется. На рис. 1–3 представлены кривые, рассчитанные по формулам (30)–(32), в которых положено $\gamma = 0$, для случаев короткого ($\gamma_l \gg \gamma_r$), длинного ($\gamma_l \ll \gamma_r$) и промежуточного ($\gamma_l = \gamma_r$) импульсов. На этих рисунках видна точка полного отражения первого типа t_0 , которая при $\gamma = 0$ всегда существует и определяется выражением

$$t_0 = \frac{2}{\gamma_r - \gamma_l} \ln \frac{2\gamma_r}{\gamma_r + \gamma_l}. \quad (41)$$

Поэтому кривая $\mathcal{T}(t)$ имеет два максимума, что особенно хорошо видно на рис. 3. На рис. 1 и 3 также видна точка полной прозрачности второго типа t_t , которая в случае $\gamma = 0$ существует при $\gamma_l > \gamma_r/2$ и равна

$$t_t = \frac{2}{\gamma_r - \gamma_l} \ln \frac{2\gamma_r \gamma_l}{(\gamma_r + \gamma_l)(2\gamma_l - \gamma_r)}. \quad (42)$$

На рис. 2 эта точка отсутствует, поскольку условие $\gamma_l > \gamma_r/2$ не выполняется для длинных импульсов.

Из формул (30)–(32) и рис. 1 видно, что в случае короткого импульса прошедший импульс не очень сильно отличается от возбуждающего. Отраженный импульс очень слабый, так как формула (31) содержит малый множитель $\sim (\gamma_r/\gamma_l)^2$. Поглощение тоже мало по сравнению с возбуждающим импульсом, но больше, чем отражение, поскольку содержит множитель $\sim (\gamma_r/\gamma_l)$.

В случае длинного импульса картина совершенно иная, что можно увидеть на рис. 2. Импульс почти полностью отражается, т.е. отраженный импульс почти совпадает с возбуждающим. Прошедший импульс очень мал, содержит множитель $\sim (\gamma_r/\gamma_l)^2$. Поглощение больше, чем прохождение, поскольку содержит множитель $\sim (\gamma_r/\gamma_l)$.

Рис. 3 относится к случаю $\gamma_l = \gamma_r$. Подставляя в уравнения (30)–(32) $\gamma_l = \gamma_r$ и $\gamma = 0$, получим, что

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(t) &= [\Theta(t)e^{-\gamma_l t}(1 - \gamma_l t)^2 + (1 - \Theta(t))e^{\gamma_l t}]/4, \\ \mathcal{R}(t) &= [\Theta(t) \exp(-\gamma_l t)(1 + \gamma_l t)^2 + (1 - \Theta(t)) \exp(\gamma_l t)]/4, \\ \mathcal{A}(t) &= [\Theta(t) \exp(-\gamma_l t)(1 - (\gamma_l t)^2) \\ &\quad + (1 - \Theta(t)) \exp(\gamma_l t)]/2. \end{aligned} \quad (43)$$

Очевидно, что точки полного отражения первого типа t_0 и полной прозрачности второго типа t_t равны

$$t_0 = \gamma_l^{-1}, \quad t_t = 3\gamma_l^{-1}. \quad (44)$$

Возбуждающий, проходящий и отраженный импульсы оказываются одного порядка по величине, но проходящий импульс сильно отличается по форме от возбуждающего, что видно из рис. 3. В точке $t_0 = \gamma_l^{-1}$ проходящий импульс имеет минимум, затем второй максимум, т.е. является двугорбым.

6. Интегральные потоки энергии в случае точного резонанса $\omega_l = \omega_0$

Полное количество поглощенной энергии на единицу площади при импульсном облучении равно

$$\mathcal{E}_A = 2|S_0|\mathcal{K}_A/\gamma_l, \quad (45)$$

где введена безразмерная величина

$$\mathcal{K}_A = (\gamma_l/2) \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}(t) dt. \quad (46)$$

Полное количество возбуждающей, прошедшей и отраженной энергий на единицу площади соответственно равно

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_P &= 2|S_0|\mathcal{K}_P/\gamma_l, \quad \mathcal{E}_T = 2|S_0|\mathcal{K}_T/\gamma_l, \\ \mathcal{E}_R &= 2|S_0|\mathcal{K}_R/\gamma_l, \end{aligned} \quad (47)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_P &= \frac{\gamma_l}{2} \int_{-\infty}^{\infty} P(t) dt, \quad \mathcal{K}_T = \frac{\gamma_l}{2} \int_{-\infty}^{\infty} T(t) dt, \\ \mathcal{K}_R &= \frac{\gamma_l}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{R}(t) dt, \end{aligned} \quad (48)$$

причем

$$\mathcal{K}_T + \mathcal{K}_R + \mathcal{K}_A = \mathcal{K}_P. \quad (49)$$

С помощью выражений (30)–(32) получаем

$$\mathcal{K}_T = \frac{\gamma^2(\Gamma + 2\gamma_l) + \gamma_l^2\Gamma}{\Gamma(\Gamma + \gamma_l)^2}, \quad (50)$$

$$\mathcal{K}_R = \frac{\gamma_r^2(\Gamma + 2\gamma_l)}{\Gamma(\Gamma + \gamma_l)^2}, \quad (51)$$

$$\mathcal{K}_A = \frac{2\gamma_r\gamma(\Gamma + 2\gamma_l)}{\Gamma(\Gamma + \gamma_l)^2}. \quad (52)$$

Аналогичные выражения для асимметричного импульса с крутым фронтом приведены в [1]. Из (52) следует, что при $\gamma = 0$ полное количество поглощенной энергии равно нулю. Физически это понятно, ибо только при $\gamma \neq 0$ электронные возбуждения в квантовой яме передают свою энергию другим возбуждениям, например фононам. Если $\gamma = 0$, то вся энергия электронных возбуждений в конечном счете переходит в световую и суммарное поглощение отсутствует. При $\gamma = 0$, $\gamma_r = \gamma_l$ из (50) и (51) получаем, что три четверти энергии возбуждающего импульса отражаются, а одна четверть проходит сквозь яму.

7. Отражение и поглощение светового импульса при отклонении несущей частоты от резонансного значения

Выражения для безразмерных поглощения $\mathcal{A}(t)$, отражения $\mathcal{R}(t)$ и пропускания $\mathcal{T}(t)$ при отклонении от резонанса имеют вид

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(t) &= \frac{\Theta(t)}{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l - \Gamma)^2/4} \\ &\times \left\{ \frac{1}{2} \exp(-\gamma_l t) \gamma_r (\gamma - \gamma_l) - \frac{\exp(-\Gamma t) \gamma_r^2 \gamma_l^2}{2[(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4]} \right. \\ &- \gamma_r \gamma_l \sqrt{\frac{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \gamma_r - \gamma)^2/4}{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4}} \exp(-(\gamma_l + \Gamma)t/2) \\ &\left. \times \cos(\Delta\omega t + \chi) \right\} + [1 - \Theta(t)] \frac{\exp(\gamma_l t) \gamma_r (\gamma_l + \gamma)}{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4}, \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(t) &= \frac{\gamma_r^2}{4} \left\{ \frac{\Theta(t)}{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l - \Gamma)^2/4} [a_{\mathcal{R}}^2(t) + b_{\mathcal{R}}^2(t)] \right. \\ &\left. + 2a_{\mathcal{R}}(t)b_{\mathcal{R}}(t) \cos(\Delta\omega t - \zeta) \right\} + \frac{[1 - \Theta(t)] \exp(\gamma_l t)}{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4}, \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(t) &= \frac{\Theta(t) [a_{\mathcal{T}}^2 + b_{\mathcal{T}}^2 + 2a_{\mathcal{T}}b_{\mathcal{T}} \cos(\Delta\omega t + \kappa)]}{(\Delta\omega)^2 + (\Gamma - \gamma_l)^2/4} \\ &+ \frac{(1 - \Theta(t)) \exp(\gamma_l t) [(\Delta\omega)^2 + (\gamma + \gamma_l)^2/4]}{(\Delta\omega)^2 + (\Gamma + \gamma_l)^2/4}, \end{aligned} \quad (55)$$

где введены обозначения

$$a_{\mathcal{R}} = \exp(-\gamma_l t/2), \quad b_{\mathcal{R}} = \frac{\gamma_l \exp(-\Gamma t/2)}{\sqrt{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l - \gamma)^2/4}}, \quad (56)$$

$$a_{\mathcal{T}} = \sqrt{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l - \gamma)^2/4} \exp(-\gamma_l t/2),$$

$$b_{\mathcal{T}} = \gamma_r \gamma_l / \left[2\sqrt{(\Delta\omega)^2 + (\Gamma + \gamma_l)^2/4} \right] \exp(-\Gamma t/2), \quad (57)$$

а углы χ , ζ и κ определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \cos \chi &= - \frac{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)(\gamma_l + \gamma_r - \gamma)/4}{\sqrt{[(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4][(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \gamma_r - \gamma)^2/4]}}, \\ \sin \chi &= \frac{\Delta\omega \gamma}{\sqrt{[(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4][(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \gamma_r - \gamma)^2/4]}}, \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \cos \zeta &= - \frac{\gamma_l + \Gamma}{2\sqrt{[(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4]}}, \\ \sin \zeta &= - \frac{\Delta\omega}{\sqrt{[(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4]}}, \end{aligned} \quad (59)$$

$$\cos \kappa =$$

$$\begin{aligned} &- \frac{(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l - \gamma)(\gamma_l + \Gamma)/4}{\sqrt{[(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4][(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l - \gamma)^2/4]}}, \\ \sin \kappa &= \frac{\Delta\omega(\Gamma + \gamma)/2}{\sqrt{[(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l + \Gamma)^2/4][(\Delta\omega)^2 + (\gamma_l - \gamma)^2/4]}}. \end{aligned} \quad (60)$$

Во всех трех зависимостях имеют место осцилляции на частоте $\Delta\omega$ с различными сдвигами по фазе.

8. Особые точки при отклонении несущей частоты от резонанса

Покажем, что в случае $\Delta\omega \neq 0$ особые временные точки первого и второго типов, вообще говоря, не существуют. Действительно, из выражений (9), (10) и (15) следует, что поля $\Delta\mathbf{E}(z = 0, t)$ и $\mathbf{E}_r(z = 0, t)$ могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z = 0, t) &= E_0 \mathbf{e}_l \{ \Theta(t) [A \exp(-\gamma_l t/2 - i(\omega_l t + \xi))] \\ &+ B \exp(-\Gamma t/2 - i(\omega_0 t + \varphi))] + [1 - \Theta(t)] \\ &\times C \exp(\gamma_l t/2 - i(\omega_l t + \zeta))] \} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (61)$$

где A , B и C — не зависящие от времени вещественные коэффициенты, ξ , φ и ζ — сдвиги фазы. Используя круговую поляризацию (11), преобразуем (61) к виду

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z = 0, t) &= E_0 \{ \Theta(t) [A\sqrt{2} \exp(-\gamma_l t/2) (\mathbf{e}_x \cos(\omega_l t + \xi) \\ &\pm \mathbf{e}_y \sin(\omega_l t + \xi))] + B\sqrt{2} \exp(-\Gamma t/2) (\mathbf{e}_x \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ &\pm \mathbf{e}_y \sin(\omega_0 t + \varphi))] + [1 - \Theta(t)] C\sqrt{2} \exp(\gamma_l t/2) \\ &\times (\mathbf{e}_x \cos(\omega_0 t + \zeta) \pm \mathbf{e}_y \sin(\omega_0 t + \zeta))] \}, \end{aligned} \quad (62)$$

где знак $+$ ($-$) относится к правой (левой) круговой поляризации возбуждающего света. Таким образом, при отклонении от резонанса при $t > 0$ как в проходящем, так и в отраженном импульсе присутствуют две циркулярно поляризованные волны с разными несущими частотами — ω_l и ω_0 и разными сдвигами по фазе по отношению к $\mathbf{E}_0(z = 0, t)$. В этом случае суммарный вектор $\mathbf{E}(z = 0, t)$, вообще говоря, в нуль не обращается. Приравняв вектор $\mathbf{E}(z = 0, t)$ нулю, получим два уравнения для одной неизвестной t , не имеющих решения. То же относится и к комбинациям векторов $\mathbf{E}_0 - \Delta\mathbf{E}$ и $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r$. Таким образом, особые точки первого и второго типов при отклонении от резонанса отсутствуют. Зато возможны и существуют особые точки третьего типа, поскольку векторы $\Delta\mathbf{E}$, \mathbf{E}_r , $\mathbf{E}_0 - \Delta\mathbf{E}$ и $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r$ могут быть перпендикулярны в некоторые моменты времени.

Условия существования точки нулевого поглощения, полного отражения и полной прозрачности третьего типа удобнее анализировать с помощью выражений

(53)–(55). Далее ограничимся анализом наиболее интересного случая $\gamma_r \gg \gamma$, положив $\gamma = 0$. Тогда условие $\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_{\gamma=0}(t) dt = 0$ выполняется и ясно, что должна существовать хотя бы одна точка нулевого поглощения. Анализ выражения (53) при $\gamma = 0$ показывает, что при $\gamma_l \neq \gamma_r$ существует конечное нечетное число точек нулевого поглощения. Это показывает, что на больших временах величина $\mathcal{A}_{\gamma=0}(t)$ становится отрицательной. Количество точек, в которых $\mathcal{A}_{\gamma=0}(t) = 0$, зависит от отношения $q = \Delta\omega/\gamma_l$, т.е. от отклонения от резонанса. В случае короткого импульса, когда $\gamma_l \gg \gamma_r$, при $q \ll \pi$ существует одна точка нулевого поглощения, при $q \gg \pi$ — много точек. В случае длинного импульса, когда $\gamma_l \ll \gamma_r$, при $q \ll \pi\gamma_r/\gamma_l$ имеется одна точка нулевого поглощения, при $q \gg \pi\gamma_r/\gamma_l$ — много точек.

В случае $\gamma_l = \gamma_r$ число точек нулевого поглощения бесконечно. Количество же точек полного отражения зависит от параметра q . При $q < q_b$ число точек полного отражения бесконечно, при $q > q_b$ — равно нулю. Значение q_b определяется уравнением $(2q_b - 1)\sqrt{1 + q_b^2} - 1 = 0$ и равно 0.876. Отметим также, что при $\gamma_l = \gamma_r$ число точек полной прозрачности бесконечно при любых q .

9. Обсуждение результатов для случая отклонения частоты от резонансной

На рис. 4–6 изображены функции $\mathcal{R}(t)$, $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$ при $\gamma = 0$ и различных соотношениях параметров γ_r , γ_l и $\Delta\omega$. Рис. 4 относится к случаю коротких импульсов, для которых $\gamma_l \gg \gamma_r$, рис. 5 — к случаю длинных импульсов ($\gamma_l \ll \gamma_r$). Рис. 6 относится к промежуточным импульсам, когда $\gamma_l/\gamma_r = 1$.

На рис. 4 изображены зависимости отражения $\mathcal{R}(t)$ и поглощения $\mathcal{A}(t)$ от безразмерной переменной $\gamma_l t$ в случае $\gamma_l/\gamma_r = 10$ при различных значениях параметра $q = \Delta\omega/\gamma_l$, характеризующего отклонение от резонанса. Для коротких импульсов кривые пропускания $\mathcal{T}(t)$ не приводятся, так как для значений q от 1 до 10 они близки к $P(t)$, т.е. пропускание всегда велико. На рис. 4 видно, что \mathcal{R} и \mathcal{A} много меньше 1 при $\Delta\omega = 0$ и быстро убывают по мере увеличения отклонения от резонанса. Осциллирующий вклад в \mathcal{R} и \mathcal{A} затухает по закону $\exp[-(\gamma_l + \gamma_r)t/2]$. Параметр затухания определяется как $\Pi = 2/(1 + \gamma_r/\gamma_l)$, на рис. 4 $\Pi = 1.9$. Период колебаний $T = 2\pi/q$. На кривых $\mathcal{R}(t)$ и $\mathcal{A}(t)$ при $q = 0.2$ осцилляции не видны, поскольку $T \gg \Pi$. Но на кривых $q = 1$ и 10 осцилляции хорошо различимы. С ростом отклонения от резонанса период осцилляций становится меньше и уменьшается их амплитуда. На рис. 4,а присутствуют точки полного отражения третьего типа, а на рис. 4,б — точки нулевого поглощения третьего типа (см. раздел 8).

На рис. 5 показаны кривые \mathcal{R} , \mathcal{A} и \mathcal{T} для $\gamma_l/\gamma_r = 0.1$. На кривых \mathcal{R} рис. 5,а осцилляции не видны ни при каких значениях q , так как их амплитуда очень мала по сравнению с неосциллирующим вкладом. Если при $q = 0$ кривая $\mathcal{R}(t)$ близка к кривой $P(t)$, т.е. импульс почти

полностью отражается, то с ростом q отражение убывает, достигая малых значений при $q = 100$. На рис. 5,б видно, что поглощение также резко убывает по мере роста параметра q . Осцилляции на кривых $\mathcal{A}(t)$ хорошо видны при $q = 20$ и 100. Точки нулевого поглощения числом больше единицы появляются только при $q = 100$, что согласуется с результатами раздела 8. Прохождение \mathcal{T} (рис. 5,с) мало при $q = 0$, с ростом q оно растет и приближается к $P(t)$ при $q > 10$. Осцилляции не заметны. При $q = 0$ имеется точка полного отражения первого типа (рис. 5,а), ей соответствуют точка нулевого поглощения на рис. 5,б и нулевой прозрачности на рис. 5,с. С ростом q точка нулевой прозрачности превращается в точку минимума пропускания, а точка полного отражения — в точку максимума отражения.

Наконец, на рис. 6 изображены зависимости $\mathcal{R}(t)$, $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$ для промежуточного импульса в случае $\gamma_l = \gamma_r$. На рис. 6,а показаны кривые $\mathcal{R}(t)$ при $q = 0, 1, 10$ и 30. Если при $q = 0$ отражение сравнимо с $P(t)$, то уже при $q = 10$ оно становится чрезвычайно малым по сравнению с единицей. Осцилляции на кривых заметны для $q = 10$ и 30. На кривой $q = 0$ видна точка полного отражения первого типа, на остальных кривых точки полного отражения отсутствуют. Это согласуется с результатом раздела 8 для $q > q_b$. На рис. 6,б изображены кривые $\mathcal{R} \exp(\gamma_l t)$, на которых исключено затухание, и благодаря этому видно бесконечное число осцилляций. В соответствии с разделом 8 при $q < q_b$ имеется бесконечное число точек полного отражения третьего типа, при $q > q_b$ ни одной точки полного отражения нет. При $q = q_b$ кривая $\mathcal{R} \exp(\gamma_l t)$ касается прямой $P(t) \exp(\gamma_l t)$, соответствующей возбужденному импульсу. На рис. 6,с изображены кривые $\mathcal{A}(t)$ для промежуточного импульса. С ростом параметра q поглощение падает, осцилляции и большое число точек нулевого поглощения хорошо видны при $q = 10$. Напомним, что в случае $\gamma_l = \gamma_r$ число точек нулевого поглощения всегда бесконечно. На рис. 6,д изображены кривые $\mathcal{T}(t)$ для промежуточного импульса. С ростом q пропускание растет и уже при $q = 2$ близко к кривой $P(t)$. Число точек полной прозрачности должно быть бесконечным при всех значениях $q \geq 0$. Однако ввиду быстрого затухания кривых при $q = 0.5$ видна только одна точка, при $q = 2$ — две точки полной прозрачности. Для того чтобы показать большое число точек полной прозрачности, полного отражения и нулевого поглощения, на рис. 6,е изображены кривые $\mathcal{R} \exp(\gamma_l t)$ и $\mathcal{T} \exp(\gamma_l t)$, соответствующие значению $q = 0.7$, а также прямая $P \exp(\gamma_l t)$ при $t > 0$. Видно, что все три кривые имеют разные сдвиги по фазе. Подчеркнем, что на рис. 6,б и е кривая $\mathcal{R}(t)$ нигде не обращается в нуль, как может показаться, а принимает очень малые положительные значения в точках минимумов.

Итак, можно сделать основные качественные выводы, полученные при условии $\gamma \ll \gamma_r$. (Для простоты полагаем $\gamma = 0$). В точном резонансе при $\omega_l = \omega_0$ в случае очень короткого импульса, когда $\gamma_l \gg \gamma_r$, импульс

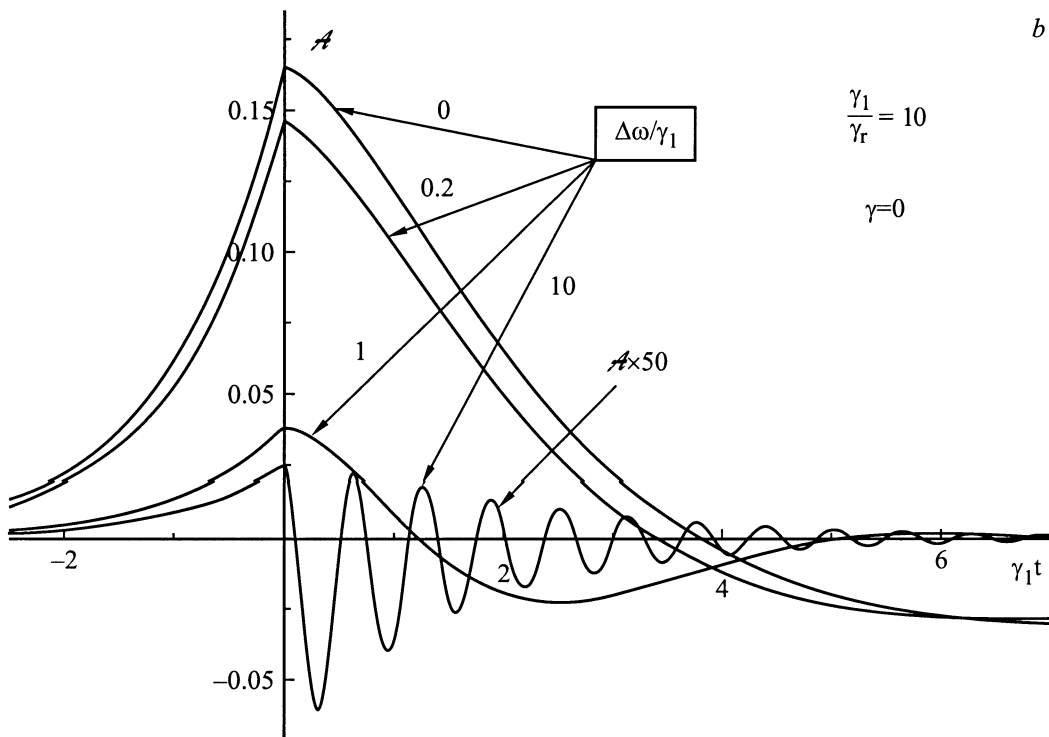
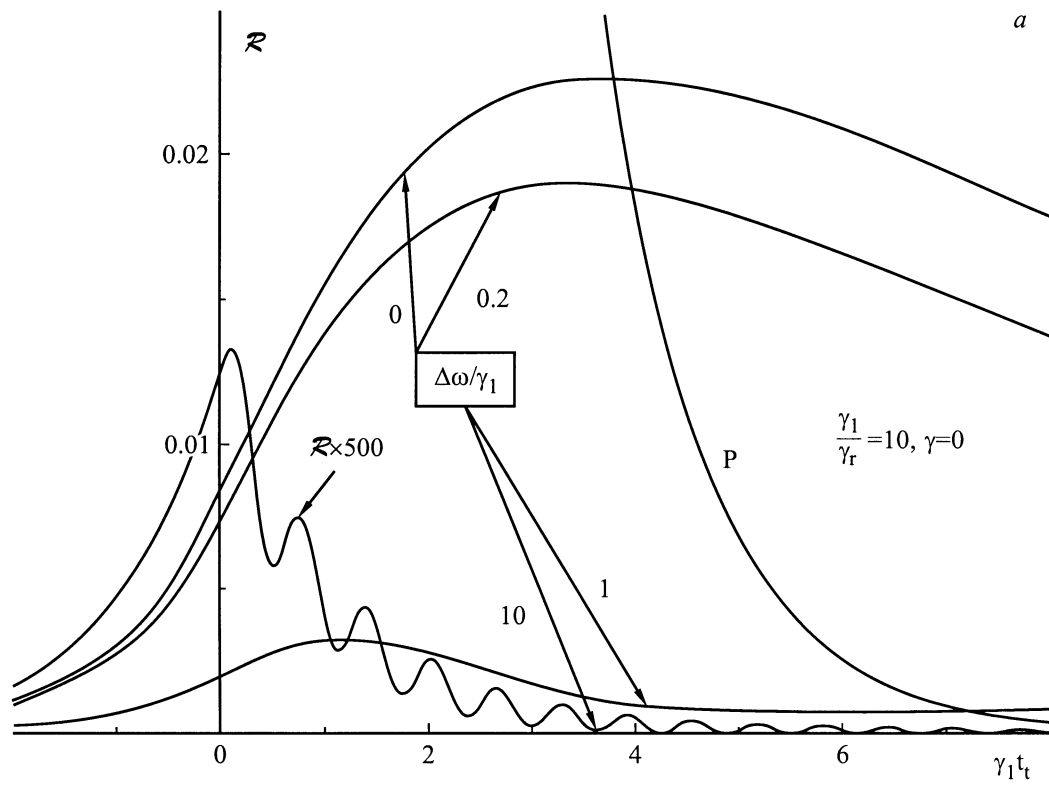


Рис. 4. Кривые $\mathcal{R}(t)$ (a) и $\mathcal{A}(t)$ (b) в случае очень короткого импульса при различных величинах $\Delta\omega$ отклонения несущей частоты импульса от резонанса.

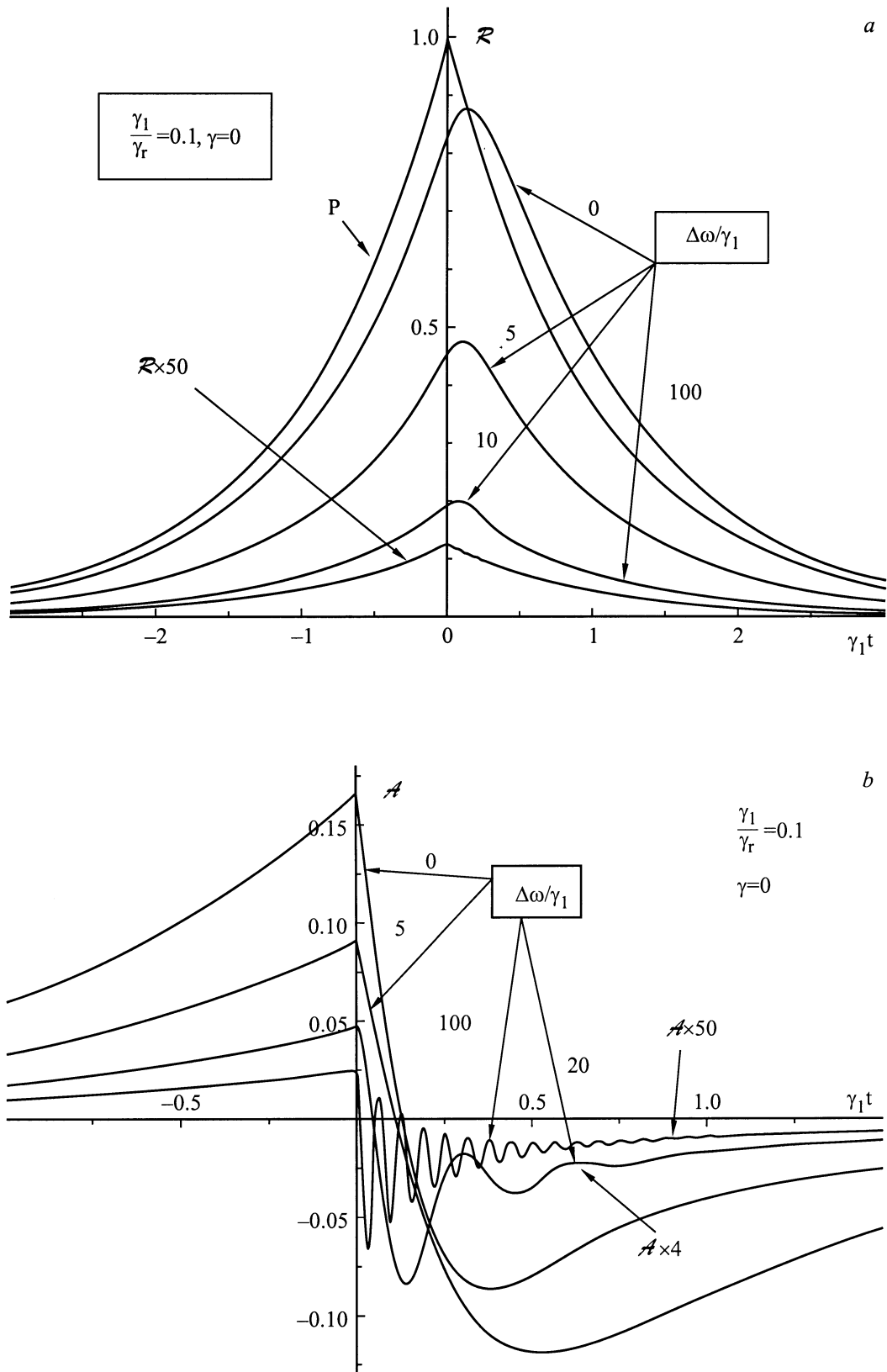


Рис. 5. Кривые $\mathcal{R}(t)$ (a), $\mathcal{A}(t)$ (b) и $\mathcal{T}(t)$ (c) в случае очень длинного импульса при различных значениях $\Delta\omega$.

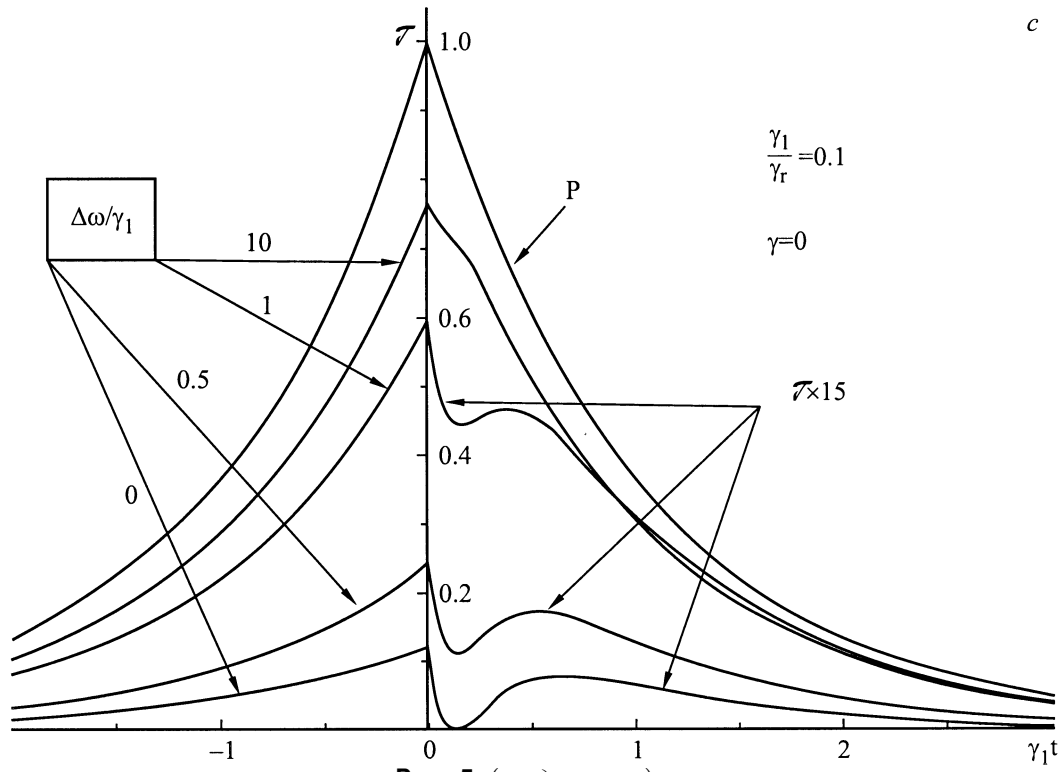


Рис. 5 (продолжение).

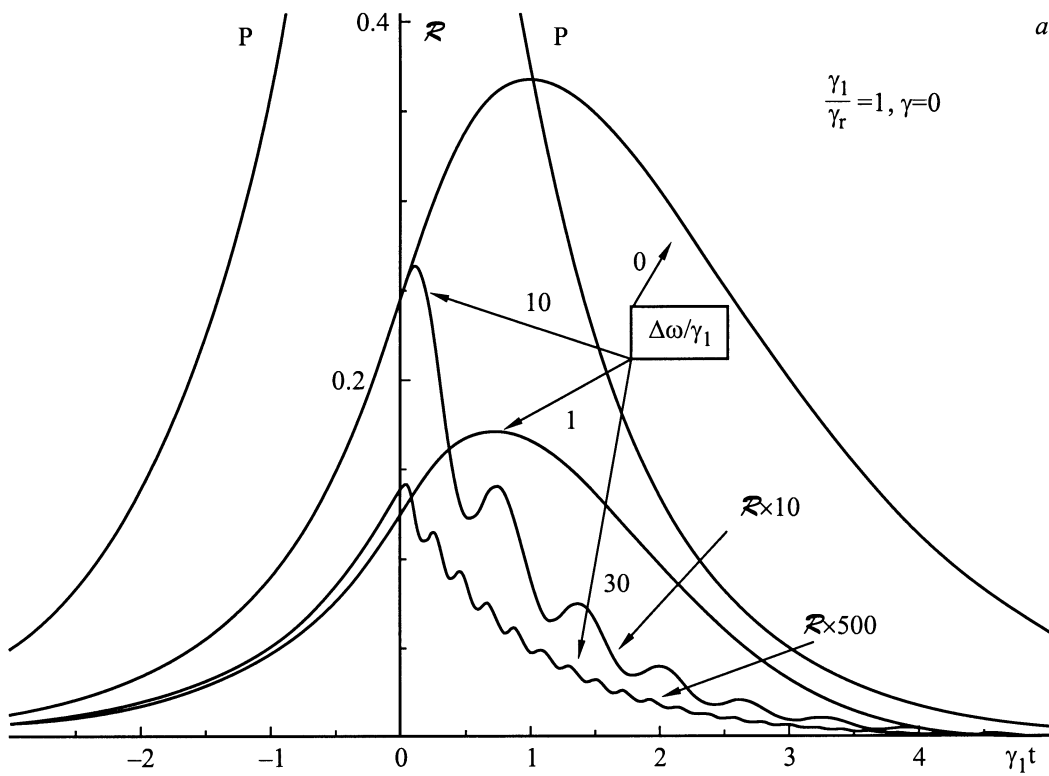


Рис. 6. Кривые $\mathcal{R}(t)$, $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$ для промежуточного импульса при различных величинах $\Delta\omega$. a — $\mathcal{R}(t)$, b — кривые $\mathcal{R}(t) \exp(\gamma_1 t)$ для $q < q_b$, $q = q_b$ и $q > q_b$, c — $\mathcal{A}(t)$, d — $\mathcal{T}(t)$, e — кривые $\mathcal{R}(t) \exp(\gamma_1 t)$, $\mathcal{A}(t) \exp(\gamma_1 t)$ и $\mathcal{T}(t) \exp(\gamma_1 t)$ при $q = 0.7$.

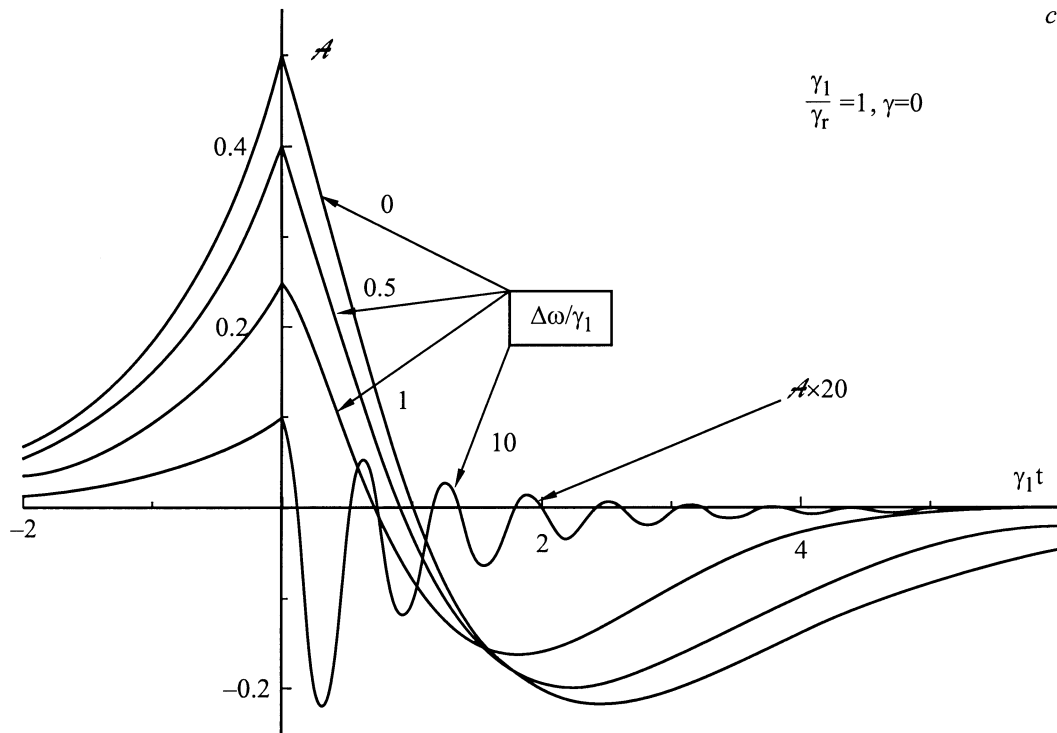
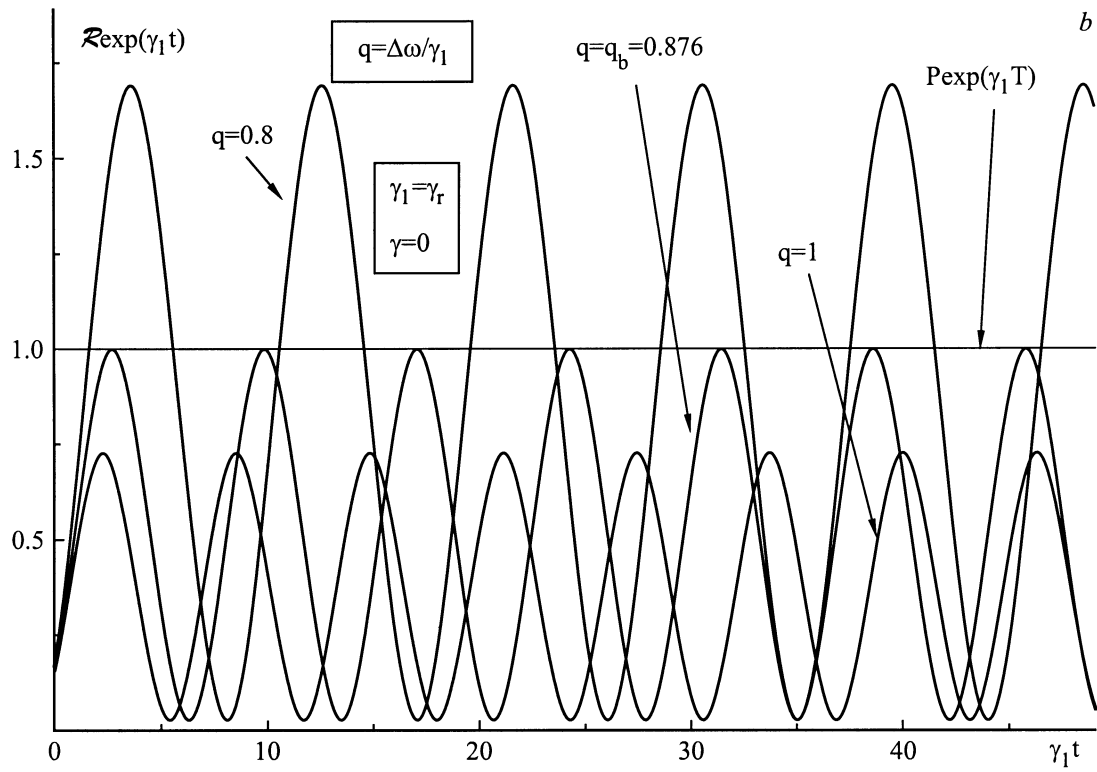


Рис. 6 (продолжение).

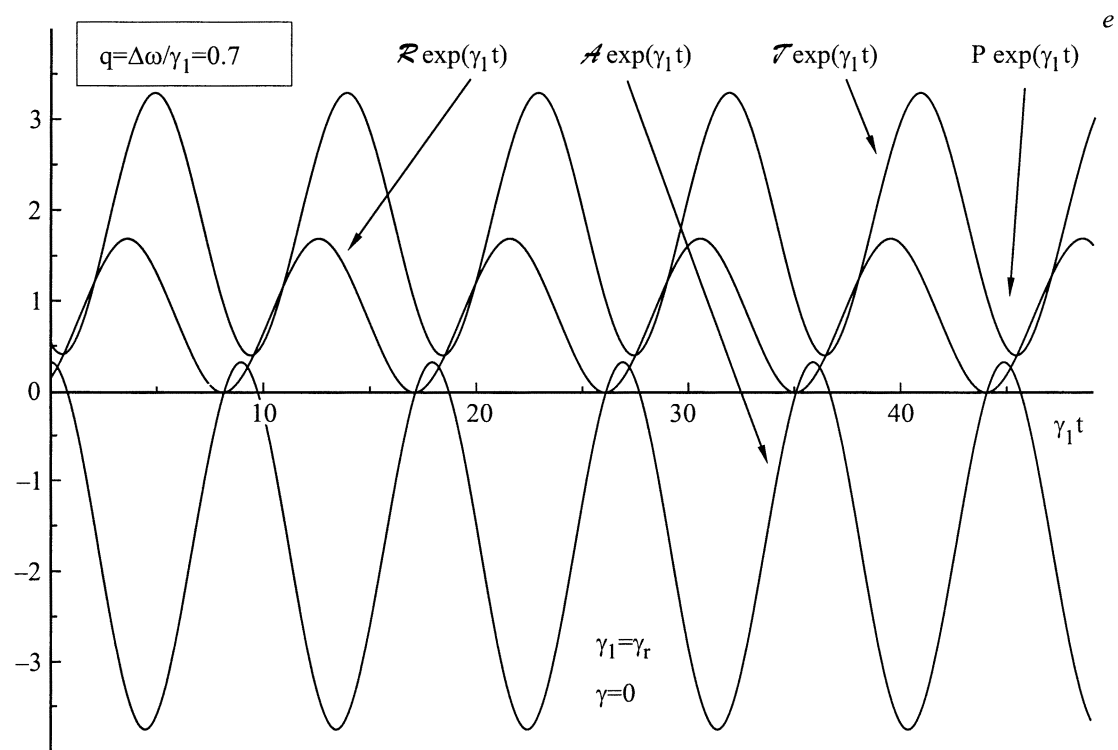
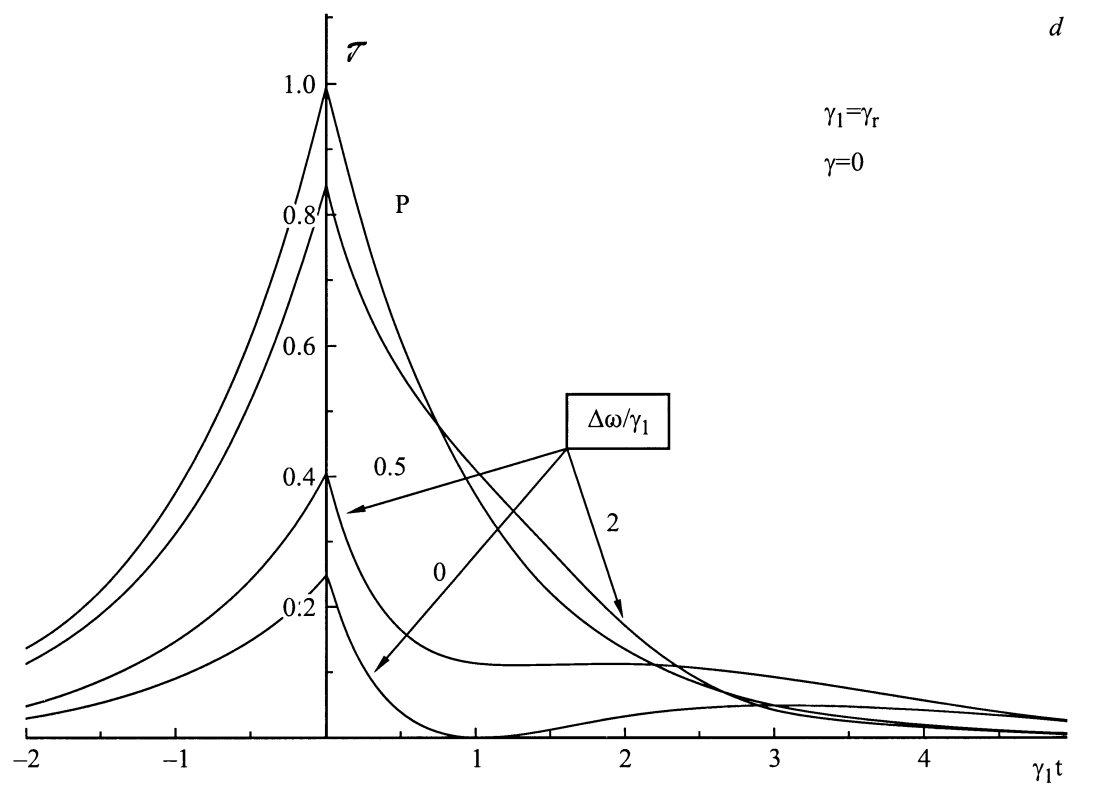


Рис. 6 (продолжение).

проходит сквозь яму, почти не меняя форму. Отражение и поглощение малы, отражение много меньше поглощения. В случае очень длинного импульса при $\gamma_l \ll \gamma_r$ импульс почти полностью отражается, прохождение много меньше поглощения. Поскольку интегральное поглощение при $\gamma = 0$ равно нулю, при любых соотношениях величин γ_l и γ_r имеется точка нулевого поглощения, в которой поглощение световой энергии сменяется ее излучением. В точке нулевого поглощения происходит полное отражение и прохождение равно нулю (особая точка первого типа).

Особенно интересен случай $\omega_l = \omega_0$, $\gamma_l \simeq \gamma_r$, при котором отражение, поглощение и прохождение сравнимы по величине. Форма проходящего импульса сильно отличается от формы импульса возбуждающего. Из-за наличия особой точки первого типа проходящий импульс имеет два максимума, т.е. является двугорбым.

При отклонении от резонанса, когда $\Delta\omega = \omega_l - \omega_0 \neq 0$, по мере роста величины отклонения $\Delta\omega$ отражение и поглощение уменьшаются, а проходящий импульс по величине и форме приближается к возбуждающему. При $\Delta\omega \gg \gamma_l$ импульс проходит сквозь яму почти неизменным. На всех кривых зависимостей $\mathcal{R}(t)$, $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$ присутствуют осцилляции на частоте $\Delta\omega$. Однако эти осцилляции заметны не на всех рис. 4–6, относящихся к случаю отклонения от резонанса. При $\Delta\omega \ll \gamma_l$ период осцилляций много больше времени, на котором происходит затухание величин $\mathcal{R}(t)$, $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$. При $\Delta\omega \gg \gamma_l$ период осцилляций мал, но и амплитуда их очень мала. Поэтому осцилляции видны лучше всего при условии $\Delta\omega \simeq \gamma_l$.

При отклонении от резонанса точки полного отражения, полного прохождения и нулевого поглощения не совпадают друг с другом. Эти особые точки были названы точками третьего типа. Для лучшего изучения этих точек в наиболее интересном случае $\gamma_r \simeq \gamma_l$ приведены рис. 6, *b* и *e*, на которых затухание кривых исключено, так как по ординате отложены величины $\mathcal{R}(t)$, $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{T}(t)$, умноженные на $\exp(\gamma_l t)$. Показано, что в случае точного равенства $\gamma_r = \gamma_l$ число точек нулевого поглощения и полной прозрачности всегда бесконечно при $\Delta\omega \neq 0$, а число точек полного отражения бесконечно при $\Delta\omega/\gamma_l < q_b$, где $q_b = 0.876$. Бесконечное число точек нулевого поглощения означает, что происходит бесконечное число переходов энергии от электронной системы к световым волнам и обратно, однако следует помнить, что эти колебания затухают по закону $\exp(-\gamma_l t)$. При отклонении от точного равенства $\gamma_r = \gamma_l$ число особых точек третьего типа всегда конечно. В частности, число точек нулевого поглощения является нечетным, так как на больших временах поглощение всегда отрицательно — система отдает световую энергию, накопленную ранее.

Список литературы

- [1] I.G. Lang, V.I. Belitsky. Sol. State Commun. **107**, 10, 577 (1998).
- [2] L.C. Andreani, F. Tassone, F. Bassani. Sol. State Commun. **77**, 9, 641 (1991).
- [3] L.C. Andreani. In: Confined Electrons and Photons / Ed. by E. Burstein, C. Weisbuch. Plenum Press, N. Y. (1995). P. 57.
- [4] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 8, 2388 (1991).
- [5] F. Tassone, F. Bassani, L.C. Andreani. Phys. Rev. **B45**, 11, 6023 (1992).
- [6] T. Strouken, A. Knorr, C. Anthony, P. Thomas, S.W. Koch, M. Koch, S.T. Cundiff, J. Feldman, E.O. Göbel. Phys. Rev. Lett. **74**, 9, 2391 (1995).
- [7] T. Strouken, A. Knorr, P. Thomas, S.W. Koch. Phys. Rev. **B53**, 4, 2026 (1996).
- [8] L.C. Andreani, G. Panzarini, A.V. Kavokin, M.V. Vladimirova. Phys. Rev. **B57**, 3, 4670 (1998).
- [9] M. Hübner, J. Kuhl, S. Haas, T. Strouken, S.W. Koch, R. Hey, K. Ploog. Sol. State Commun. **105**, 2, 105 (1998).
- [10] I.G. Lang, V.I. Belitsky, M. Gardona. Phys. Stat. Sol. (a) **164**, 1, 307 (1997).
- [11] I.G. Lang, V.I. Belitsky. Phys. Lett. **A245**, 4, 329 (1998).
- [12] I.G. Lang, L.I. Korovin, D.A. Contreras-Solorio, S.T. Pavlov. Cond-mat/0001248. Phys. Rev. B, in press.
- [13] D.A. Contreras-Solorio, S.T. Pavlov, L.I. Korovin, I.G. Lang. Cond-mat/0002229. Phys. Rev B, in press.
- [14] I.G. Lang, L.I. Korovin, D.A. Contreras-Solorio, S.T. Pavlov. Cond-mat/0004178.
- [15] H. Stolz. Time Resolved Light Scattering from Exitons. Springer Tracts in Modern Physics. Springer, Berlin (1994).