

О шнуровании холловского тока диска Корбино в условиях квантового эффекта Холла

© В.Б. Шикин, Ю.В. Шикина*

Институт физики твердого тела Российской академии наук,
142432 Черноголовка, Россия

* Институт проблем технологии микроэлектроники и особо чистых материалов Российской академии наук,
142432 Черноголовка, Россия

(Получена 8 июня 1999 г. Принята к печати 26 августа 1999 г.)

Предложена модификация теории вольт-амперной характеристики для экранированного диска Корбино с замагниченной, бесспиновой двумерной (2Д) электронной системой для факторов заполнения, близких к одному из целочисленных значений, и электрического тянущего поля с энергией, малой по сравнению с циклотронной энергией. Исследованы особенности вольт-амперной характеристики в предельных случаях "чистой" и "грязной" 2Д электронной системы. Приводится сравнение теории с экспериментом. Определены локальные характеристики диска с током: распределение 2Д электронной плотности, электрического и электрохимического потенциалов — доступные для измерений с помощью линейного электрооптического эффекта.

В интересной работе [1] исследован ряд специфических нелинейных эффектов в поведении вольт-амперной характеристики (ВАХ) для экранированного диска Корбино с бесспиновой, замагниченной двумерной (2Д) электронной системой и фактором заполнения, близким к одному из целочисленных значений. Речь идет о деталях зависимости разности потенциалов на краях диска Корбино с током от величины магнитного фактора заполнения, величина которого варьируется затворным напряжением экранированного диска Корбино.

Наряду с экспериментальными данными работа [1] содержит относительно простую и потому особенно привлекательную, количественную интерпретацию полученных результатов. Следует отметить, что, несмотря на обширную литературу о пробое квантового эффекта Холла (КЭХ), начиная с оригинального сообщения [2], количественное соответствие между различными проявлениями нелинейных эффектов в поведении ВАХ и их объяснением, как правило, оставляет желать лучшего (см., например, [2–9]). Поэтому в тех редких случаях, как, например, в работе [1], для которых теория в состоянии дать надежные заключения, ее мотивация должна быть по возможности строгой.

С этой точки зрения расчет, представленный в работе [1], содержит ряд допущений, законность которых в действительности, не очевидна. Обсуждение самосогласованной системы уравнений для определения ВАХ экранированного диска Корбино в условиях КЭХ составляет содержание данной работы. Предлагаемая теория обобщает результаты [1] на случай чистых 2Д систем, уточняет некоторые из утверждений [1] для грязного предельного случая и позволяет объяснить ряд наблюдаемых деталей в поведении ВАХ для замагниченного диска Корбино.

Система определений

1. Для описания своих результатов авторы [1] использовали локальный закон Ома в форме

$$J/2\pi r = -\sigma_{rr}(\varphi)d\varphi/dr, \quad (1)$$

где J есть полный радиальный ток Корбино, φ — локальная разность потенциалов между экранирующим затвором и 2Д электронным слоем в кремниевой МДП структуре, $\sigma_{rr}(\varphi)$ — диагональная часть проводимости 2Д системы, зависящая, вообще говоря, от потенциала φ . В случае заполнения, близкого к целочисленному, проводимость носит активационный характер, типичный для КЭХ (см. [1,10]):

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 e^{\Delta/T} \cosh(\epsilon_F/T), \quad (2)$$

причем энергия Ферми ϵ_F отсчитывается от середины между уровнями Ландау, а Δ есть энергия активации при нулевом значении ϵ_F , T — температура.

Учитывая определяющее значение выражения (2) для интересующих нас нелинейных процессов в диске Корбино, имеет смысл отметить еще результаты работы [11]. Считая основной причиной конечности диагональной проводимости плавный хаотический потенциал, авторы [11] пришли к следующему определению проводимости:

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{\hbar} \exp[(\mu - V_c)/T] \int w(E) \exp(-E/T) dE/T. \quad (2a)$$

Здесь V_c — уровень протекания, $w(E)$ — вероятность прохождения типичной седловой точки, выраженная в терминах характеристик хаотического потенциала, μ — электрохимический потенциал.

Нетрудно видеть идентичность определений проводимости (2) и (2а), если полагать, что

$$\exp(-\Delta/T) \rightarrow \exp(-V_c/T), \quad \epsilon_F \rightarrow \mu,$$

$$\sigma_0 \rightarrow \frac{e^2}{\hbar} \int w(E) \exp(-E/T) dE/T,$$

и учесть симметризацию выражения для проводимости по отношению к электронным и дырочным возбуждениям, содержащуюся в определении проводимости (2).

Замыкает систему определений связь между ϵ_F и напряжением на затворе МДП структуры V_g , которую авторы [1] выбирают в виде

$$\varphi - V_g = p\epsilon_F, \quad p = eD/C_0. \quad (3)$$

Здесь D — плотность состояний в промежутке между уровнями Ландау, C_0 — емкость МДП структуры, нормированная на единицу площади. Простота соотношения (3) весьма относительна и возникает лишь в так называемом конденсаторном приближении (расстояние d между затвором и 2Д системой мало по сравнению с ее размерами), что с хорошей точностью имеет место в экспериментах [1].

Совместное решение системы (1)–(3) ведет к нелинейной связи между J и V , где напряжение V вводится соотношением

$$V = \varphi(r_1) - \varphi(r_0), \quad (4)$$

хорошо объясняющей данные [1], особенно в области достаточно больших токов (понятие больших токов будет уточнено далее). Здесь r_0, r_1 — границы 2Д системы в диске Корбино.

2. Заметим теперь, что в общем случае правая часть закона Ома (1) должна содержать не электрический, а электрохимический потенциал μ :

$$eJ/2\pi r = -\sigma_{rr}(\delta\mu)d\mu/dr. \quad (5)$$

Разница между (1) и (5) весьма существенна, так как вблизи целочисленных значений фактора заполнения $\nu = 1, 2, 3, \dots$ электрохимический потенциал в отличие от электропотенциала является нелинейной (а в некоторых случаях и сингулярной) функцией электронной плотности. Так, для идеальной, бесспиновой 2Д системы в нормальном к ее поверхности магнитном поле

$$\mu(r) = \hbar\omega_c/2 + e\varphi(r) - T \ln S(\nu), \quad \nu < 2, \quad T > \Gamma, \quad (6)$$

$$S(H, \nu) = (1/2)(1/\nu - 1) + \sqrt{(1/4)(1/\nu - 1)^2 + \epsilon(2/\nu - 1)}, \quad (6a)$$

$$\nu(r) = \pi l_H^2 n(r), \quad n(r) = n_s + \delta n(r),$$

$$\epsilon = \exp(-\hbar\omega_c/T) \ll 1.$$

Здесь $n(r)$ — локальное значение электронной плотности, n_s — ее среднее значение в отсутствие тока,

l_H — магнитная длина, ω_c — циклотронная частота. Неравенство $T > \Gamma$, где Γ — дисперсия плотности состояний, необходимо для совмещения предположений об идеальности системы и конечности ее диагональной проводимости в магнитном поле.

В грязном предельном случае, когда $T \ll \Gamma$, сравнительно просто выглядит лишь связь между ν и μ (а не наоборот, как в работе (6)):

$$\nu = \phi(\delta\mu_1/\Gamma\sqrt{2}) + \phi(\delta\mu_2/\Gamma\sqrt{2}) + 1, \quad (7)$$

$$\delta\mu_1 = \mu - \hbar\omega_c/2 - e\varphi, \quad \delta\mu_2 = \mu - 3\hbar\omega_c/2 - e\varphi,$$

где $\phi(x)$ — функция ошибок, $\phi(-x) = -\phi(x)$. Очевидно, что определения (6), (7) не дают никаких общих аргументов, позволяющих говорить о законе Ома (1) вместо (5).

Второе предположение из работы [1], требующее дополнительных комментариев, связано с использованием вблизи целочисленных значений фактора заполнения выражения (2) для σ_{rr} . Прежде всего неясен смысл величины ϵ_F . С одной стороны, энергия Ферми, определяющая показатель гиперболического косинуса из выражения (2), в неоднородных условиях эквивалентна электрохимическому потенциалу $\delta\mu(r)$. Об этом свидетельствует и полученное авторами [11] определение проводимости (2а). Такой подход к проводимости будет называться в дальнейшем μ -представлением. С другой стороны, μ -представление ведет, с нашей точки зрения, к нефизичным результатам для ВАХ, что заставляет искать альтернативные возможности, изложенные далее.

Следующий, на первый взгляд, технический вопрос, касающийся явного вида связи между ϵ_F и $\varphi(r)$, также нуждается в специальном обсуждении. Как будет видно из дальнейшего, универсальное использование разложения (3) вдоль всего диска Корбино может заметно исказить структуру ВАХ.

3. Приступая к анализу уточнений к определениям (1)–(3), остановимся сначала на возможностях μ -представления, т.е. будем полагать, что закон Ома определен формулой (5), а проводимость (2) понимается в смысле

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 e^{-\Delta/T} \cosh(\delta\mu/T). \quad (8)$$

Кроме того, граничные условия (4) также переписываются с заменой $\varphi \rightarrow \mu$.

Нетрудно видеть, что комбинация выражений (5), (8) сводит задачу о ВАХ к одному уравнению для $\delta\mu$. К тому же отпадает необходимость использовать дискуссионное разложение (3), что дополнительно засчитывается в актив μ -представления. Влияние на ВАХ затворного напряжения, входящего в разложение (3), можно учесть, полагая, как и в [1], что в отсутствие тока J величина $\delta\mu$ однородна вдоль диска Корбино и имеет значение

$$\delta\mu(J=0) = \delta\mu_0, \quad \delta\mu_0 \propto V_g. \quad (9)$$

Учитывая сказанное, записываем решение уравнений (5), (8) для $\delta\mu$ с граничными условиями, учитывающими

замену $\varphi \rightarrow \mu$, в виде

$$\begin{aligned} \delta\mu(r_0)/\hbar\omega_c &= \delta\mu_0, & \delta\mu(r_1)/\hbar\omega_c &= \delta\mu_0 + v, \\ v &= eV/\hbar\omega_c. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь и далее все энергетические характеристики отнесены к циклотронной энергии. В результате получаем

$$\begin{aligned} \delta\mu(x) &= t \operatorname{Arsh} \left[\operatorname{sh} \left(\frac{\delta\mu_0}{t} \right) \left(1 - \frac{\ln x}{\ln q} \right) \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{sh} \left(\frac{\delta\mu_0 + v}{t} \right) \frac{\ln x}{\ln q} \right], \quad q = r_1/r_0, \quad x = r/r_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Связь между током J и напряжением V выглядит так:

$$\begin{aligned} j/t &= \left[\operatorname{sh} \frac{\delta\mu_0 + v}{t} - \operatorname{sh} \frac{\delta\mu_0}{t} \right], \\ j &= \frac{eJ \ln q}{2\pi\sigma_0 \hbar\omega_c} \exp \frac{\Delta}{T}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из выражения (11) следует, что с ростом v пространственное распределение $\delta\mu$ вдоль направления тока становится существенно нелинейным. При этом степень нелинейности определяется отношением eV/T , а не параметром $eV/\hbar\omega_c$, как это можно было бы предполагать интуитивно. Для примера на рис. 1–3 представлены расчетные зависимости $\delta\mu(x)$ для разных начальных значений $\delta\mu_0$, реакция $\delta\mu(x)$ на изменение v при фиксированном t , а также распределение $\delta\mu(x)$ при заданных $\delta\mu_0$, v и разных t .

Свойства решения (11), (12), а также данные рис. 1–3 указывают на появление с ростом v неоднородного распределения $\delta\mu(x)$, ведущего к локализации размеров целочисленной области, т. е. шнурованию холловского тока

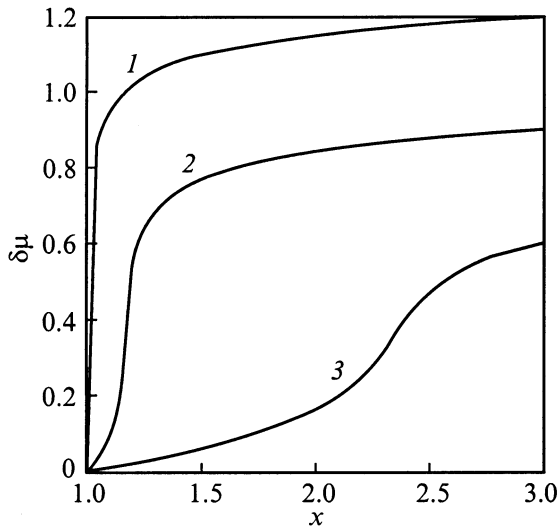


Рис. 1. Распределение величины $\delta\mu$, нормированной на $\hbar\omega_c$, вдоль направления тока $x = r/r_0$ при фиксированных значениях $\nu_0 = 0.8$, $t = 0.1$, $q = 3$ и величинах v : 1 — 0.6, 2 — 0.8, 3 — 1.2. (ν_0 — фактор заполнения в отсутствие тока).

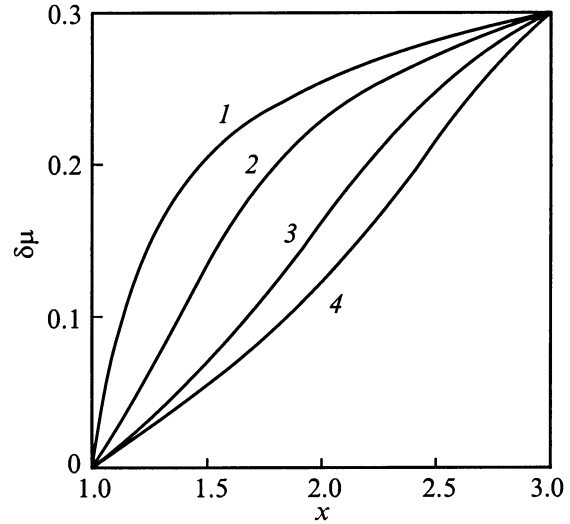


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но при фиксированных значениях $v = 0.5$, $t = 0.1$, $q = 3$ и величинах ν_0 : 1 — 1.00, 2 — 0.98, 3 — 0.96, 4 — 0.94.

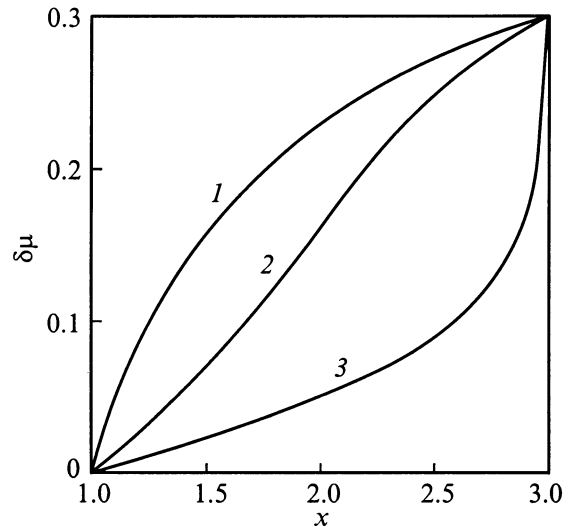


Рис. 3. То же, что и на рис. 1, но при фиксированных значениях $v = 0.3$, $\nu_0 = 0.96$, $q = 3$ и величинах t : 1 — 0.2, 2 — 0.1, 3 — 0.05.

в диске Корбино. Такое поведение $\delta\mu(x)$ не удивительно в связи с экспоненциальной зависимостью $\sigma_{xx}(\delta\mu)$.

Наряду с качественно понятными свойствами формул (11), (12) налицо парадокс, не имеющий решения в рамках μ -представления. Дело в том, что определения (11), (12) не зависят от деталей электронного спектра в циклотронной щели. Такая универсальность является скорее недостатком, чем достоинством μ -представления, ибо практика исследования пробоя КЭХ [1–9] свидетельствует о его чувствительности к деталям электронной плотности состояний между уровнями Ландау.

На наш взгляд, парадокс с определением (8) и последующими результатами (11), (12) заключается в том, что

эти формулы, правильно отражая экспоненциальную чувствительность проводимости к положению электрохимического потенциала, не берут во внимание возможное участие в формировании величины σ_{rr} электрического потенциала φ . Его наличие может изменять относительное положение уровней Ландау и электрохимического потенциала, а значит, и влиять на структуру выражений (2), (2а). Учитывая сказанное, естественно использовать, наряду с μ -представлением (8), альтернативное, названное нами для определенности ζ -представлением, феноменологическое определение проводимости

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 e^{-\Delta/T} \cosh[(\zeta - \hbar\omega_c)/T], \quad \zeta = \mu - e\varphi. \quad (13)$$

Это выражение принимает во внимание как пространственную неоднородность $\mu(x)$, так и возможную координатную зависимость $\varphi(x)$. Определение (13) записано специально для фактора заполнения, близкого к единице. Как будет показано далее, альтернатива (13) помогает избежать парадоксов в поведении $\delta\mu$, отмеченных выше.

Появление в (13) комбинации потенциалов μ и φ

$$\zeta = \mu - e\varphi$$

усложняет задачу, ”закрывая” возможность ее универсального решения вида (11), (12). С другой стороны, используя, например, соотношение (6), можно придать выражению (13) физически прозрачный вид

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 e^{-\Delta/T} \cosh \left[\frac{-\hbar\omega_c/2 - T \ln S(\nu)}{T} \right]. \quad (14)$$

При $\nu = 1$, т.е. в области с целочисленным значением фактора заполнения, аргумент гиперболического синуса в правой части (11) обращается в 0, а значит, проводимость имеет минимальное значение. Известно к тому же [12–14], что в неоднородных условиях 2Д замагниченная система обладает свойством сохранять размеры целочисленного канала в некотором интервале внешних параметров, причем четкость определения размеров канала растет с уменьшением температуры. Это свойство отсутствует в μ -представлении (8) и четко выражено в ζ -представлении проводимости (13).

4. Для полноты системы (5), (6), (13) или (5), (7), (13) необходима дополнительная, независимая связь между электрическим потенциалом φ и локальной плотностью 2Д системы. Искомое соотношение имеет электростатическое происхождение и в общем случае требует совместного определения плотности зарядов вдоль 2Д системы и экранирующего электрода. И в этой части имеются возможности для количественного уточнения существующих определений. Однако, претендуя в дальнейшем лишь на качественные утверждения, мы придерживаемся, как и в [1], популярного конденсаторного приближения, когда обеспечена малость расстояния $2d$ между 2Д системой и затвором по сравнению с $r_1 - r_0$:

$$2d \ll r_1 - r_0. \quad (15)$$

В этом случае

$$\varphi(r) \simeq 2ed[\nu(r) - \nu_0]/\kappa l_H^2, \quad (16)$$

где $\nu(r)$ — локальное значение фактора заполнения, ν_0 — его величина в отсутствие тока, κ — диэлектрическая постоянная.

Таким образом, полная система уравнений на определение величин в ζ -представлении, μ , φ , ζ , ν , состоит из формул (5), (6), (13), (16) или (5), (7), (13) и (16). Конечной целью теории является вычисление связи между J и V , а также нахождение локального распределения электропотенциала вдоль диска Корбино — величины, доступной для измерений с использованием линейного электрооптического эффекта [13].

5. Собирая вместе определения (5), (6), (14), (16), сформулируем уравнение на $\nu(r)$ для идеальной 2Д системы

$$\begin{aligned} \frac{j}{\ln q} \int_1^x \frac{dx}{x \cosh\{-1/2t - \ln S[\nu(x)]\}} \\ = 2d_*(\nu - \nu_0) - t \ln[S(\nu)/S(\nu_0)], \end{aligned} \quad (17)$$

$$1 > t > \gamma, \quad \gamma = \Gamma/\hbar\omega_c \ll 1,$$

где $S(\nu)$ определяется из (6а). Требования $1 > t > \gamma$ необходимы для гарантии нахождения 2Д системы в окрестности основного состояния и конечности диагональной проводимости, безразмерный параметр j из (12) изменяется в рамках применимости данной теории от нуля до значений, несколько превышающих единицу,

$$0 \leq j < 2, \quad (17a)$$

и связь между током J и V имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{j}{\ln q} \int_1^q \frac{dx}{x \cosh\{-1/2t - \ln S[\nu(x)]\}} = \nu, \\ q = r_1/r_0 > 1. \end{aligned} \quad (18)$$

Соответствующие уравнения для грязного случая не могут быть представлены в форме, аналогичной (17). Далее мы обсудим структуру определений ВАХ в применении к экспериментальной ситуации [1].

Вольт-амперная характеристика в разных приближениях

1. Несколько утверждений относительно ВАХ образца с идеальным 2Д электронным газом. Согласно (17), в области низких температур $\gamma < t < 1$ распределение электронной плотности вдоль диска Корбино при наличии радиального тока j в существенной мере определяется игрой двух параметров: ν и ν_0 .

1а. Наиболее интересен случай $\nu_0 = 0$, когда доминирующая роль в определении электрохимического потенциала (6) принадлежит энтропийному члену. В результате электронный ток является в основном диффузионным, электропотенциал практически не изменяется вдоль диска Корбино (факт, доступный для проверки методами из работы [13]), а ВАХ имеет структуру (12) с $\delta\mu_0 = 0$.

1б. В случае $\nu_0 \neq 0$ поведение ВАХ зависит, в частности, от знака $(1 - \nu_0)$. В положительной области сопротивление образца нелинейно растет с ростом ν (дело в том, что появление тока возмущает электронную плотность 2Д системы и, если $(1 - \nu_0) > 0$, это возмущение приближает 2Д систему к состоянию с $\nu(x) = 0$ на какой-либо параллели диска Корбино; естественно, что эффективное сопротивление при этом растет). В случае $(1 - \nu_0) < 0$ те же качественные соображения позволяют ожидать нелинейного уменьшения сопротивления диска. Пусть например,

$$\nu \leq 2d_*(1 - \nu_0) \leq 1 \quad (19)$$

и величина $\nu(x)$ плавно растет от своего начального значения ν_0 до максимальной величины $\nu(q) < 1$ на внешнем краю диска Корбино. Для расчета ВАХ обращаемся к (17), (18) с двумя упрощениями. Во-первых, полагаем приближенно

$$\begin{aligned} -1/2 - t \ln S(\nu) &\simeq \delta\zeta_1^* + (D_1^*)^{-1}\nu_1'x, \\ \nu_1' &\equiv d\nu(1)/dx, \quad \zeta^* = \zeta/\hbar\omega_c, \\ \delta\zeta_1^* &= -1/2 - t \ln S(\nu_1) < 0, \end{aligned} \quad (20)$$

$$(D_1^*)^{-1} = \left. \frac{d\zeta^*}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_0} = -\frac{t}{S(\nu_0)} \frac{dS(\nu_0)}{d\nu} > 0.$$

Выражения для $\delta\zeta_1^*$ и $(D_1^*)^{-1}$ отвечают идеальной 2Д системе. А неизвестная производная $d\nu(1)/dx$, входящая в разложение (20), вычисляется с помощью (17)

$$j/\cosh \left[\frac{(D_1^*)^{-1}\nu_1' + \delta\zeta_1^*}{t} \right] = [2d_* + (D_1^*)^{-1}]\nu_1'. \quad (21)$$

Во-вторых, естественно допустить, что разложение (20) "работает" на всем интервале $1 \leq x \leq q$. В этом случае формула (18) с учетом (20) принимает вид

$$\frac{2j}{b \ln q} \{ \operatorname{arctg} [\exp(a + bq)] - \operatorname{arctg} [\exp(a + b)] \} = \nu, \quad (22)$$

$$a = \delta\zeta_1^*, \quad b = (D_1^*)^{-1}\nu_1'$$

и $\nu_1' \propto j$ из (21).

Как и ожидалось, эффективная перенормировка сопротивления, представленная в (22) фигурной скобкой, растет при увеличении j .

1в. С ростом ν в область

$$2d_*(1 - \nu_0) \leq \nu \leq 1, \quad (23)$$

где $d_* = d/r_0$, возникает один излом на зависимости $\nu(x)$. Точка излома x_\wedge разделяет области с конечным градиентом электронной плотности и ее целочисленным плато. Далее, если

$$2d_*(1 - \nu_0) < 1 \leq \nu, \quad (24)$$

появляются два излома профиля электронной плотности в точках x_\wedge и x_\vee . Между ними формируется целочисленный канал шириной $2a$, где

$$2a = x_\wedge - x_\vee$$

и т.д. Можно показать, что

$$2a = tD_{\min}^*/\nu'_{\min} = 2/\pi j, \quad (24a)$$

где D_{\min}^* — минимальная плотность состояний в промежутке между уровнями Ландау. Но в целом надежное определение ВАХ и других деталей поведения 2Д системы в режимах (23), (24) требует численных расчетов и в данной работе не обсуждается.

2. Перейдем к случаю неидеальных (грязных) 2Д систем, актуальному с точки зрения экспериментов [1]. В этом пределе, как отмечалось выше, не удастся записать в замкнутом виде уравнение для $\nu(r)$, аналогичное (17). Однако можно продвинуться в описании свойств "грязного" диска Корбино, пользуясь разложениями вида (20). При этом сохраняются преемственность между "чистыми" и "грязными" определениями, если вместо (20) для D_1^* и ζ_1^* использовать величины

$$(D_1^*)^{-1} = \frac{d\zeta^*}{d\nu} > 0, \quad \delta\zeta_1^* = \zeta^*[\nu(0)]. \quad (25)$$

Производная $d\zeta/d\nu$ вычисляется с помощью (7):

$$\begin{aligned} \frac{d\nu}{d\zeta} &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ \exp \left[\frac{-(\zeta - \frac{1}{2}\hbar\omega_c)^2}{2\Gamma^2} \right] \right. \\ &\quad \left. + \exp \left[\frac{-(\zeta - \frac{3}{2}\hbar\omega_c)^2}{2\Gamma^2} \right] \right\} / \Gamma. \end{aligned}$$

Эта производная минимальна в точке

$$\zeta_{\min} = \hbar\omega_c, \quad \left. \left(\frac{d\nu}{d\zeta} \right) \right|_{\min} = \frac{2}{\Gamma} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp \left[-\frac{(\frac{1}{2}\hbar\omega_c)^2}{2\Gamma^2} \right].$$

В этом месте величина ν из (7) точно равна 1, ибо $\delta\mu_1 = -\hbar\omega_c/2$ и $\delta\mu_2 = +\hbar\omega_c/2$, а также $\phi(-x) = -\phi(x)$.

Таким образом, поведение грязной 2Д системы качественно аналогично чистому случаю, если в различных "идеальных" предсказаниях роль температуры играет параметр Γ .

Использование разложений вида (20) позволяет разобрататься и в приближениях, использованных в работе [1]. Как явствует из предшествующих результатов, вне целочисленного канала с хорошей точностью справедливо равенство

$$\mu(x) \simeq e\varphi(x). \quad (26)$$

При этом правая часть выражения (5) совпадает с (1). Допустим также, как и в (20), что

$$\delta\zeta^*(x) \simeq \delta\zeta_1^* + (D_1^*)^{-1}\delta\nu. \quad (27)$$

Кроме того, вслед за (16) запишем

$$\delta\nu = \kappa l_H^2 \varphi(x) / 2ed.$$

С учетом (27), (16) выражение для проводимости (13) в ζ -представлении приобретает характерные черты проводимости из соотношений (2), (3), если полагать

$$\delta\zeta \equiv \zeta(1) = -V_g/p, \quad (D_1^*)^{-1}\kappa l_H^2 / 2ed = 1/p. \quad (28)$$

Вспомянув определения p из (3) и D_1^* из (20), нетрудно видеть, что разница между соотношениями (3) и (28) заключается лишь в том, что формула (3) предполагает использование минимальной плотности состояний D_{\min}^* . Соотношение же (28) содержит эту плотность D_1^* на внутреннем краю диска Корбино.

Учитывая сказанное, приведем 2 выражения для ВАХ грязной 2Д системы в диске Корбино.

Одно из них воспроизводит вычисления [1]:

$$j = \frac{t}{\lambda} \left[\text{sh} \frac{\lambda(\delta\mu_0 + \nu)}{t} - \text{sh} \frac{\lambda\delta\mu_0}{t} \right],$$

$$j = \frac{eJ \ln q}{2\pi\sigma_0 \hbar\omega_c} \exp \frac{\Delta}{T}, \quad \lambda = \frac{\kappa l_H^2}{2e^2 d D_1^*} \ll 1. \quad (29)$$

Формула (29) получена с использованием разложения (27) (или (3)) на всем интервале $r_0 < r < r_1$. Интересны условия омичности ВАХ (29). Линейный режим имеет место, если

$$\lambda\nu/t \ll 1. \quad (30)$$

В случае $\lambda \ll 1$ омические условия существенно мягче, чем просто неравенство $\nu \ll t$, имеющее место в μ -представлении.

Второе из определений ВАХ построено в предположении, что линейное разложение (27) имеет ограниченную область применимости, и с ростом параметра $\lambda\nu/t$ становятся заметными вклады следующих членов разложения в этом ряду. Ограничиваясь двумя членами этого ряда и полагая $\delta\mu_0 = 0$, имеем

$$j = \int_0^\nu \cosh \left(\frac{\lambda}{t}\varphi - \frac{\eta}{t}\varphi^2 \right) d\varphi. \quad (31)$$

Определение (31) содержит две подгоночные константы λ и η , характеризующие в конечном итоге минимальную

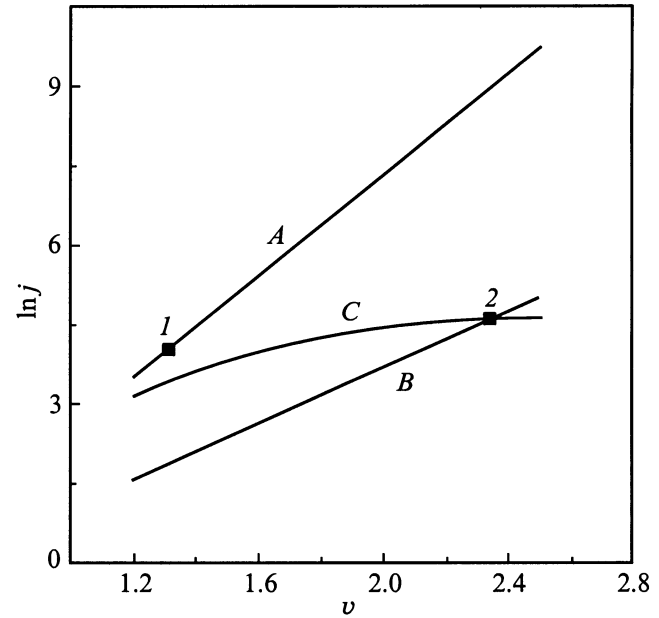


Рис. 4. Примеры вольт-амперных характеристик для "грязной" 2Д системы диска Корбино, иллюстрирующие определения (29), (31). 1, 2 — экспериментальные точки, линии A–C — расчет: A — (29), $\lambda = \lambda_1 = 0.12$, B — (29), $\lambda = \lambda_2 = 0.067$, C — (31), $\lambda = \lambda^* = 0.16$, $\eta = 0.05$.

плотность состояний и первые поправки к ней при удалении от окрестности перевала.

Конечной целью манипуляций с выражениями для ВАХ (29), (31) является их сравнение с экспериментом [1]. При этом среди имеющихся данных приходится использовать лишь две точки, расположенные в окрестности $\nu \leq 2$ (большинству из результатов [1] отвечают значения $\nu > 2$, для которых наши расчеты непригодны). На рис. 4 представлена информация о соответствии формул (29), (31) данным [1]. На рис. 4 безразмерное значение ν определяется отношением eV к циклотронной энергии для $H = 10.6$ Тл и эффективной массы $m^* = 0.19m_e$. В результате $\hbar\omega_c = 5.25$ мэВ. Безразмерная комбинация j содержит числа: $k = 7$, $\Delta = 30$ К, $\sigma_0 = 1.7 \cdot 10^{-6}$ Ом $^{-1}$, $q = 3$. Для ориентации безразмерные координаты двух экспериментальных (1, 2) и максимальной (см. [1]) точек на плоскости (ν, j) таковы:

$$\nu_1 = 1.32, \quad j_1 = 50; \quad \nu_2 = 2.33, \quad j_2 = 99;$$

$$\nu_{\max} = 8.7 \quad j_{\max} = 4090. \quad (32)$$

Линия A отвечает выражению (29) с $\delta\mu_0 = 0$ и константой $\lambda = \lambda_1$, подобранной из условия, что эта линия должна содержать точку (ν_1, j_1) . В результате получаем

$$\lambda = \lambda_1 = 0.12. \quad (33)$$

Линия B аналогична линии A, но должна проходить через точку (ν_2, j_2) . В результате находим

$$\lambda = \lambda_2 = 0.067. \quad (33a)$$

Аналогичная процедура для точки (v_{\max}, j_{\max}) дает

$$\lambda = \lambda_{\min} = 0.026. \quad (33б)$$

Линия C построена в соответствии с выражением для ВАХ (31), чтобы оптимально располагаться по отношению к экспериментальным точкам 1, 2. В результате получаем

$$\lambda = \lambda^* = 0.16, \quad \eta = 0.05. \quad (34)$$

Анализ результатов сопоставления экспериментальных данных и расчета, представленных на рис. 4, указывает на сравнительно "невысокое качество" 2Д электронного газа в образце из работы [1] и разумность его описания в "грязных" терминах. При оценке эффективной минимальной плотности состояний авторы [1] ориентировались на цифры (33б). Этому значению λ_{\min} отвечает минимальная плотность состояний

$$D/D_0 = 6.6 \cdot 10^{-2}.$$

Если же обращаться к цифрам (33), (33а) для точек 1, 2, то минимальная плотность состояний еще увеличивается.

Очевидно также, что линейное разложение (20), использованное для построения ВАХ (29), не очень эффективно в области $\lambda v/t > 1$. Об этом свидетельствует разброс констант (33)–(33б) и относительный успех формулы (31).

Обсуждение результатов

Подведем некоторые итоги. В работе исследованы слабо нелинейные вольт-амперные эффекты для 2Д системы в конфигурации диска Корбино с магнитным полем, нормальным к поверхности диска, и условиях, отвечающих возникновению КЭХ. Исходной предпосылкой для развития слабых нелинейностей ВАХ является потеря 2Д системой с током пространственной однородности, даже если в равновесии эта система являлась идеально однородной. Аномальное развитие токовых неоднородностей в режиме КЭХ на фоне линейного или логарифмического роста электронной плотности, имеющих место в любой 2Д системе с током, осуществляется по двум каналам. Один из них специфичен для 2Д систем с фактором заполнения, близким к целочисленному. Он присутствует и в равновесных условиях, создавая в неоднородных системах "целочисленные" полоски. Наличие тока модифицирует параметры таких полосок, либо приводит к условиям, необходимым для их возникновения. Другой канал — шнурование тока — качественно одинаков в любых проводящих системах с нелинейной зависимостью проводимости от параметров задачи (см. [15]). Его наличие для диска Корбино с током в режиме КЭХ, впервые отмеченное авторами [1], иллюстрируется рис. 1–3, следующими из теории ВАХ в μ -представлении.

В действительности, однако, оба канала неоднородности взаимосвязаны. Как показано, выше, в центре каждого холловского шнура находится целочисленная полка электронной плотности, являющаяся ядром области с минимальной проводимостью.

Размеры полки зависят от величины пропускаемого тока, и в некоторых предельных случаях могут быть определены аналитически (см. (24а)). Наблюдение таких полок возможно с помощью линейного электрооптического эффекта [16].

Целочисленные каналы хорошо определены в чистых системах и в омическом (квазиомическом) режимах. Шнурование холловского тока сохраняется до очень больших значений $v \gg 1$, хотя теория такого шнурования должна модифицироваться в сторону других возможных нелинейностей ВАХ (перегрев электронной системы и т.д.).

Авторы благодарны В.Т. Долгополову за обсуждение результатов работы.

Работа частично финансирована РФФИ (грант 98-02-16640) и программой "Физика твердотельных наноструктур" (грант 99-1126).

Список литературы

- [1] А.А. Шашкин, В.Т. Долгополов, С.И. Дорожкин. ЖЭТФ, **91**, 1897 (1986).
- [2] G. Ebert, K. von Klitzing, K. Ploog, G. Weimann. J. Phys. C, **16**, 5441 (1983).
- [3] M.E. Cage, R.F. Dziuba, B.F. Field, E.R. Williams, S.M. Girvin, A.C. Gossard, D.C. Tsai, R.J. Wagner. Phys. Rev. Lett., **51**, 1374 (1983).
- [4] O. Heinonen, P. Taylor, S. Girvin. Phys. Rev. B, **30**, 3016 (1984).
- [5] P. Streda, K. von Klitzing. J. Phys. C, **17**, 483 (1984).
- [6] S. Komiyama, T. Takkumasu, S. Hiamizu, S. Sasa. Sol. St. Commun., **54**, 479 (1985).
- [7] Ch. Cimon, B.B. Goldberg, F. Fang, M. Thomas, S. Wright. Phys. Rev. B, **33**, 1190 (1986).
- [8] S. Kawaji, K. Hirakawa, M. Nagata. Physica B, **184**, 17 (1993).
- [9] N.Q. Balaban, U. Meirav, H. Shtrikman, Y. Levinson. Phys. Rev. B, **26**, 3648 (1983).
- [10] М.Г. Гаврилов, И.В. Кукушкин. Письма ЖЭТФ, **43**, 79 (1986).
- [11] С.В. Иорданский, Б.А. Музыкантский. ЖЭТФ, **103**, 2116 (1993).
- [12] D.B. Chklovskii, B.I. Shklovskii, L.I. Glazman. Phys. Rev. B, **46**, 4026 (1992).
- [13] D.B. Chklovskii, K.F. Matveev, B.I. Shklovskii. Phys. Rev. B, **47**, 12 605 (1993).
- [14] D. Chklovskii, P. Lee. Phys. Rev. B, **48**, 18 060 (1993).
- [15] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. Физика полупроводников (М., Наука, 1977).
- [16] W. Dietsche, K. von Klitzing, K. Ploog. Surf. Sci., **361**, 289 (1996).

Редактор Т.А. Полянская

On the formation of Hall current streamer in the Corbino disc under Hall's quantum effect

V.B. Shickin, Yu.V. Shickina*

Institute of Solid State Physics,
Russian Academy of Sciences,
142432 Chernogolovka, Russia

* Institute for Problems of Technology
of Microelectronics and Highly Pure Materials,
Russian Academy of Sciences,
142432 Chernogolovka, Russia