Бесфононные и дипольные $\Gamma - X$-переходы электронов в гетероструктурах GaAs/AlAs с квантовыми ямами в продольном электрическом поле

© В.Я. Алешкин¶, А.А. Андронов

Институт физики микроструктур Российской академии наук,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Получена 6 сентября 1999 г. Принята к печати 22 ноября 1999 г.)

Вычислены вероятности бесфононных и дипольных переходов электронов между Г- и X-подзонами в гетероструктуре GaAs/AlAs с квантовыми ямами в присутствии сильного продольного электрического поля. Показано, что электрическое поле существенно влияет как на вероятность бесфононного $\Gamma - X$-перехода, так и на вероятность прямого дипольного $\Gamma - X$-перехода. Кроме того, электрическое поле изменяет спектральную зависимость коэффициента межподзонного поглощения света на $\Gamma - X$-переходах, т. е. фактически имеется межподзонный аналог эффекта Франца–Келдыша.

В последние годы достигнуты значительные успехи в создании лазеров на межподзонных переходах при вертикальном транспорте [1] и с оптической накачкой [2]. В [3,4] была предложена схема создания межзонного лазера при продольном транспорте электронов в гетероструктуре GaAs/AlAs в сильных электрических полях. В функционировании такого лазера важную роль играет взаимодействие электронных состояний Г- и X-долин на гетерогранице [5]. Очевидно, что это взаимодействие снимает запрет на прямые оптические переходы электронов между этими долинами. Кроме того, оно приводит к дополнительным $\Gamma - X$-переходам электронов — бесфононным переходам [6].

Настоящая работа посвящена нахождению вероятностей бесфононного $\Gamma - X$-перехода и оптического дипольного $\Gamma - X$-перехода в гетероструктуре GaAs/AlAs с квантовыми ямами в присутствии сильного продольного электрического поля. Показано, что электрическое поле существенно влияет как на вероятность бесфононного $\Gamma - X$-перехода, так и на вероятность прямого дипольного $\Gamma - X$-перехода. Кроме того, электрическое поле изменяет спектральную зависимость коэффициента межподзонного поглощения света, т. е. фактически имеется межподзонный аналог эффекта Франца–Келдыша.

Бесфононные переходы в продольном поле

Рассмотрим периодическую гетероструктуру, состоящую из тонких чередующихся слоев GaAs и AlAs, выращенную на плоскости (001). Выберем ось z вдоль направления роста. В такой гетероструктуре слои GaAs являются потенциальными ямами для электронов Г-долины и барьерами для электронов X-долины, а слои AlAs — наоборот, потенциальными ямами для электронов X-долины и барьерами для электронов Г-долины. Будем полагать, что прозрачность барьеров для электронов Г и X мала, так что ширины минизон, возникающие из-за туннелирования, меньше величины размытия уровней за счет столкновений. В этом случае за время между туннельными переходами электрон несколько раз рассеивается и поэтому отсутствует когерентность волновых функций электронов, находящихся в разных слоях GaAs (AlAs). Это означает, что гетероструктуру можно рассматривать как совокупность независимых квантовых ям для электронов X и Г.

При столкновении электрона с гетерограницей изменяется компонента квазиимпульса, направленная по нормали к ней. Благодаря этому электроны Г-долины на гетерогранице могут непосредственно (т. е. без фононов и дефектов) взаимодействовать с электронами X-долины, которая смещена от центра зоны Бриллюэна в направлении [001] (будем обозначать ее X_z). Это взаимодействие приводит к появлению бесфононных переходов электронов между соседними слоями GaAs и AlAs [6]. В результате такого перехода электрон, находящийся в Г-долине GaAs, может оказаться в X-долине соседних слоев AlAs. Если вероятность перехода невелика (а именно такую ситуацию мы будем рассматривать), то из-за отсутствия фазовой когерентности волновых функций в различных слоях AlAs можно считать, что бесфононные переходы в два ближайших соседних слоя происходят независимо друг от друга. Поэтому для описания бесфононных переходов можно рассматривать $\Gamma - X$-взаимодействие на одной гетерогранице, т. е. переходы в один ближайший слой. Для описания этого взаимодействия мы будем использовать гамильтониан, предложенный в работе [5]:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \begin{pmatrix} \hat{H}_\Gamma & \alpha\delta(z - z_0) \\ \alpha\delta(z - z_0) & \hat{H}_X \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где $\hat{H}_\Gamma$, $\hat{H}_X$ — гамильтонианы, описывающие движение электрона в Г- и X_z-долинах, $\alpha \approx 0.155$ эВ Å — постоянная $\Gamma - X$-связи в гетероструктуре GaAs/AlAs [5], z_0 – z координата гетерограницы.

Рассмотрим движение электрона вдоль квантовой ямы под воздействием продольного электрического поля.

¶ Fax: (8312) 675553
E-mail: aleshkin@ipm1.sci-nnov.ru

Под воздействием этого поля квазиимпульс электрона линейно увеличивается со временем. Из-за трансляционной инвариантности гамильтониана $\Gamma{-}X$-взаимодействия в плоскости гетерограницы бесфононные переходы происходят с сохранением квазиимпульса. Наиболее интенсивно они происходят в тех областях квазиимпульсного пространства, где Γ- и X-подзоны пересекаются или максимально сближаются (в отсутствие пересечений). Действительно, Γ- и X-подзонам соответствуют два типа электронных волн. В точках пересечения $\Gamma{-}X$-зон выполняется условие фазового синхронизма этих волн (совпадают частоты и волновые векторы), что необходимо для их эффективного взаимодействия. Если пересечение отсутствует, то условию фазового синхронизма удовлетворить нельзя, а в месте наибольшего сближения подзон его нарушение минимально возможное.

Рассмотрим пару взаимодействующих Γ- и X-подзон. Волновую функцию электрона можно искать в виде суммы двух волновых функций $\Psi = C_\Gamma\Psi_\Gamma + C_X\Psi_X$, где $\Psi_{\Gamma,X}$ — волновые функции в соответствующей подзоне. Решение стационарного уравнения Шредингера в отсутствие электрического поля имеет вид

$$C_\Gamma^\pm(k) = \frac{V}{\sqrt{[E_\pm(k) - \varepsilon_\Gamma(k)]^2 + V^2}},$$

$$C_X^\pm = \frac{E_\pm(k) - \varepsilon_\Gamma(k)}{\sqrt{[E_\pm(k) - \varepsilon_\Gamma(k)]^2 + V^2}}, \qquad (2)$$

где $\varepsilon_\Gamma(k)$, $\varepsilon_X(k)$ — зависимости энергии от волнового вектора в Γ- и X-подзонах, $E_\pm(k)$ — зависимости энергии от квазиволнового вектора в новых подзонах, получившихся из Γ- и X-подзон в результате их взаимодействия:

$$E_\pm(k) = \frac{\varepsilon_\Gamma(k) + \varepsilon_X(k)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_\Gamma(k) - \varepsilon_X(k)}{2}\right)^2 + V^2}, \quad (3)$$

$V = \alpha\Psi_\Gamma(0)\Psi_X(0)$ — эффективная энергия взаимодействия Γ- и X-долин, $\Psi_{\Gamma,X}(0)$ — значения соответствующих волновых функций на гетерогранице.

Из (3) видно, что взаимодействие приводит к снятию вырождения электронного спектра в точке пересечения $\Gamma{-}X$-подзон. В этом месте появляется щель величиной $2V$ — это минимальное расстояние между новыми подзонами при фиксированной величине k.

Прежде чем находить вероятность бесфононного $\Gamma{-}X$-перехода в электрическом поле произвольной величины, обсудим два предельных случая. В слабых электрических полях движение электрона имеет адиабатический характер и происходит целиком внутри одной из подзон с энергиями $E_\pm(k)$. В этом случае вероятность бесфононного $\Gamma{-}X$-перехода равна нулю, если электрон прошел две точки (или ни одной) k пересечения Γ- и X-подзон, и единице, если электрон прошел одну такую точку. В сильных электрических полях $\Gamma{-}X$-взаимодействие слабо влияет на движение электрона, поскольку мало время прохождения области k пространства, где $\Gamma{-}X$-взаимодействие эффективно. В этом случае вероятность бесфононного перехода мала.

Найдем вероятность бесфононного $\Gamma{-}X$-перехода при изменении волнового вектора электрона вдоль электрического поля от k_0 до k_1. Пусть в момент времени $t = t_0$ электрон находился в какой-то из Γ, X-подзон. Нестационарное уравнение Шредингера сводится к системе уравнений для $C_{\Gamma,X}$:

$$\varepsilon_\Gamma(\mathbf{k})C_\Gamma(\mathbf{k},t) - iF\frac{\partial}{\partial k_1}C_\Gamma(\mathbf{k},t) + VC_X(\mathbf{k},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}C_\Gamma(\mathbf{k},t),$$

$$VC_\Gamma(\mathbf{k},t) + \varepsilon_X(\mathbf{k})C_X(\mathbf{k},t) - iF\frac{\partial}{\partial k_1}C_X(\mathbf{k},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}C_X(\mathbf{k},t), \qquad (4)$$

где $F = eE$ — сила, действующая на электрон в электрическом поле E. Решение (4) удобно искать в виде [7]

$$C_j(k_1,k_2,t) = a_j(k_1,k_2)\delta\left[k_1 - k_0 - F(t-t_0)\right]$$
$$\times \exp\left\{-\frac{i}{F}\int_0^{k_1}\varepsilon_j(k_1',k_2)dk_1'\right\}, \qquad (5)$$

где k_2 — компонента волнового вектора, перпендикулярная электрическому полю. Квадрат модуля $a_j(k_1,k_2)$ равен вероятности нахождения электрона в j зоне в момент времени, когда компонента его волнового вектора вдоль F равна k_1. Уравнение для a_j имеют вид

$$-i\frac{\partial}{\partial k_1}a_\Gamma(\mathbf{k}) + \frac{V}{F}\exp\left\{\frac{i}{F}\int_0^{k_1}\big(\varepsilon_\Gamma(k_1',k_2) - \varepsilon_X(k_1',k_2)\big)dk_1'\right\}$$
$$\times a_X(\mathbf{k}) = 0,$$

$$\frac{V}{F}\exp\left\{-\frac{i}{F}\int_0^{k_1}\big(\varepsilon_\Gamma(k_1',k_2) - \varepsilon_X(k_1',k_2)\big)dk_1'\right\}a_\Gamma(\mathbf{k})$$
$$- i\frac{\partial}{\partial k_1}a_X(\mathbf{k}) = 0. \qquad (6)$$

Удобно в (5) ввести вместо k новую переменную $\eta = kL_{FK}$, где $m = m_\Gamma m_X/(m_\Gamma - m_X)$; m_Γ, m_X — массы электрона в Γ- и X_z-долинах соответственно, $L_{FK} = (\hbar^2/2mF)^{1/3}$. Тогда (6) принимает вид

$$-i\frac{\partial}{\partial\eta}a_\Gamma(\eta,k_2) + \frac{V}{V_{FK}}\exp\left\{i\left(\frac{\eta^3}{3} - \eta\frac{\Delta_{X\Gamma}(k_2)}{V_{FK}}\right)\right\}$$
$$\times a_X(\eta,k_2) = 0,$$

$$-i\frac{\partial}{\partial\eta}a_X(\eta,k_2) + \frac{V}{V_{FK}}\exp\left\{-i\left(\frac{\eta^3}{3} - \eta\frac{\Delta_{X\Gamma}(k_2)}{V_{FK}}\right)\right\}$$
$$\times a_\Gamma(\eta,k_2) = 0, \qquad (7)$$

$\Delta_{X\Gamma}(k_2) = \varepsilon_X(0,k_2) - \varepsilon_\Gamma(0,k_2)$, $V_{FK} = (\hbar^2F^2/2m)^{1/3}$ — энергия Франца–Келдыша. Отметим, что в электрическом поле характерные длины, на которых изменяются волновые функции электрона в невзаимодействующих X, Γ-подзонах, равны $(\hbar^2/2m_{X,\Gamma}F)^{1/3}$ [8].

Характерная длина, на которой происходят бесфононные переходы, равна L_{FK}, а изменение кинетической энергии на этой длине равно V_{FK}. Ясно, что область, в которой наиболее интенсивно происходят бесфононные переходы в k пространстве, имеет размер вдоль k_1 порядка L_{FK}^{-1} (т. е. порядка единицы по η). Этот размер увеличивается с ростом электрического поля пропорционально $F^{1/3}$. Из (7) видно, что с ростом электрического поля уменьшается величина эффективного взаимодействия Γ- и X-подзон, поэтому следует ожидать, что вероятность бесфононных переходов должна падать с ростом электрического поля. Кроме того, ясно, что зависимость вероятности бесфононного перехода от k_2 определяется зависимостью $\Delta_{X\Gamma}(k_2)$.

В достаточно сильных электрических полях вероятность бесфононных переходов при движении электрона от k_0 до k_1 мала и может быть вычислена с помощью теории возмущений:

$$D(k_0,k_1,k_2)=\frac{V^2}{F^2}\left|\int\limits_{k_0}^{k_1}d\tilde{k}_1\exp\left\{\frac{i}{F}\int\limits_0^{\tilde{k}_1}dk_1''\big(\varepsilon_\Gamma(k_1'',k_2)-\varepsilon_X(k_1'',k_2)\big)\right\}\right|^2. \quad (8)$$

Используя (8), находим для вероятности бесфононного перехода при движении от $-\infty$ до $+\infty$

$$D_0(k_2)=D(-\infty,\infty,k_2)=\left(\frac{2\pi V}{V_{FK}}\right)^2\mathrm{Ai}\left(-\frac{\Delta_{X\Gamma}(k_2)}{V_{FK}}\right),$$

$$\mathrm{Ai}(x)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty\cos\left(\frac{t^3}{3}+xt\right)dt, \quad (9)$$

$\mathrm{Ai}(x)$ — функция Эйри [9]. Из (9) видно, что для тех k_2, при которых $\Delta_{X\Gamma}>0$ и, следовательно, имеются точки пересечения Γ- и X-подзон, D_0 — осциллирующая функция от $\Delta_{X\Gamma}$, — это результат интерференции переходов от двух точек пересечения. Если точки пересечения отсутствуют ($\Delta_{X\Gamma}<0$), то D_0 — монотонно убывающая функция от $|\Delta_{X,\Gamma}|$.

Если точки пересечения Γ- и X-подзон достаточно сильно разнесены, так что происходит рассеяние частицы при движении между ними, необходимо отдельно рассматривать вероятность перехода при прохождении одной точки пересечения. В этом случае интеграл в (8) можно вычислить методом стационарной фазы:[1]

$$D(k_2)=\frac{2\pi V^2 m}{\hbar^2 F k_c(k_2)}, \quad (10)$$

где $k_c(k_2)$ — компонента волнового вектора k_1, соответствующая пересечению подзон. Отметим, что выражение (10) справедливо, когда $D\ll 1$, т. е. неприменимо для малых k_c.

[1] В работе [8] допущена опечатка в выражении, аналогичном формуле (10).

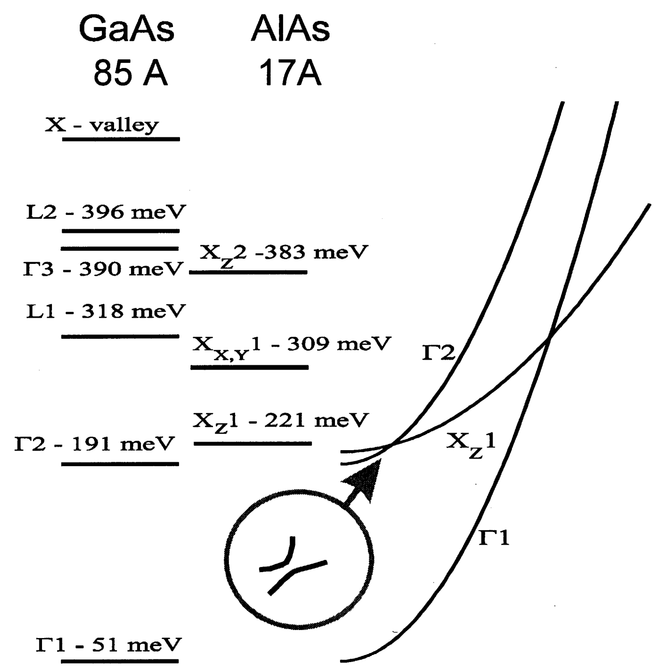

Рис. 1. Положение краев подзон размерного квантования электронов в периодической гетероструктуре GaAs/AlAs. Толщина слоев GaAs и AlAs 85 и 17 Å соответственно. Буквы обозначают долины, цифры — номера подзон. Энергия отсчитывается от дна Γ-долины в GaAs. Буквами X_x, X_y обозначены две X-долины, смещенные относительно центра зоны Бриллюэна в направлениях [100] и [010] соответственно. В правой части рисунка показаны зависимости энергии электрона от волнового вектора для Γ1-, Γ2- и X_z1-подзон.

В качестве примера найдем вероятности бесфононных переходов между второй Γ и первой X_z подзонами в гетероструктуре, состоящей из чередующихся слоев GaAs (85 Å) и AlAs (17 Å) (в [4] рассматривалась возможность создания лазера на межподзонных переходах в близкой по параметрам структуре). На рис. 1 приведено расположение краев подзон резмерного квантования для этой структуры и зависимости от волнового вектора энергий в Γ1, Γ2 и X_z1 подзонах. Величина эффективной энергии взаимодействия Γ1- и X_z1-подзон равна 0.9 мэВ.

На рис. 2 приведены зависимости вероятностей бесфононных переходов между Γ2- и X_z1-подзонами от конечного значения волнового вектора вдоль электрического поля для рассматриваемой гетероструктуры. Компонента волнового вектора, перпендикулярная электрическому полю, полагалась равной нулю. Точке пересечения подзон соответствует $k_1\approx\pm 2.9\cdot 10^6\,\text{см}^{-1}$. Начальное значение волнового вектора полагалось равным $-\infty$. На вставке приведены аналогичные зависимости, когда начальное значение вонового вектора равно 0. Из рис. 2 видно, что в согласии с приведенными выше рассуждениями размер области, в которой эффективно происходят бесфононные переходы, увеличивается с ростом электрического поля.

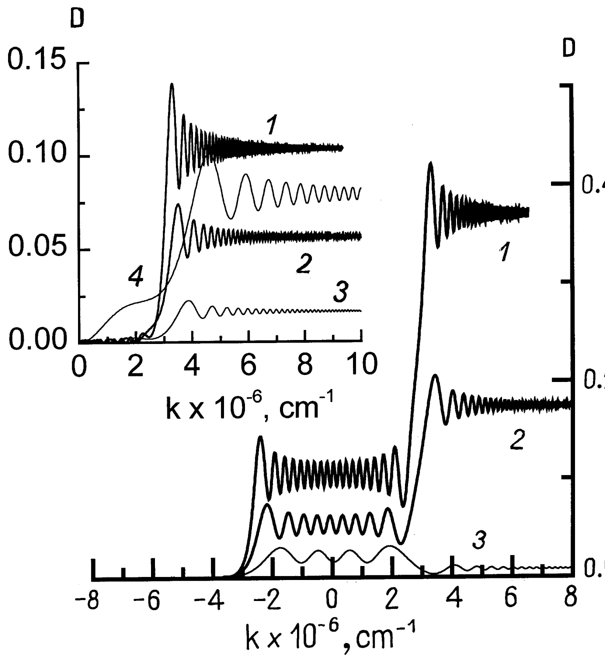

Рис. 2. Зависимости вероятности бесфононного перехода из Г2 в X_z1 от волнового вектора вдоль электрического поля $D(-\infty, k, k_2{=}0)$ и $D(0, k, k_2{=}0)$ (на вставке) для гетероструктуры GaAs/AlAs, спектр которой приведен на рис. 1 ($\Delta_{X\Gamma} = 30$ мэВ). Цифрам *1–4* соответствуют поля 1, 2, 5, 15 кВ/см. Вероятность для поля 15 кВ/см увеличена в 10 раз.

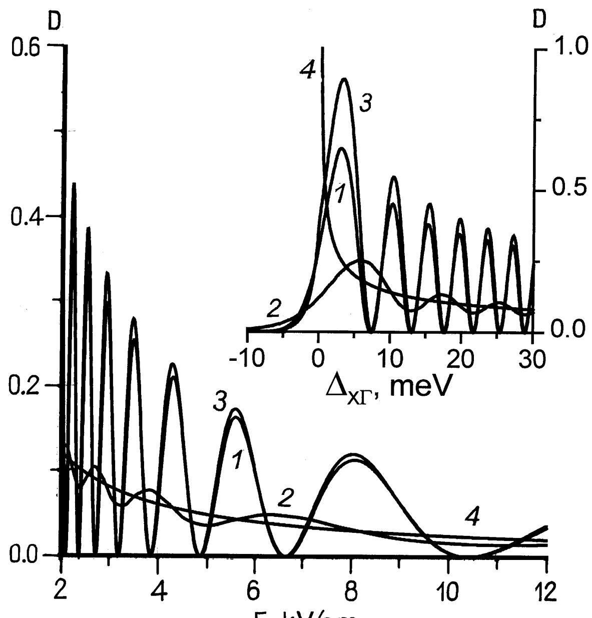

Рис. 3. Зависимость вероятности бесфононного перехода $\Gamma 2 - X_z 1$ при движении электрона от $k_0 = -\infty$ до $k_1 = \infty$ (линия *1*) и от $k_0 = 0$ до $k_1 = \infty$ (линия *2*) от величины электрического поля. Компонента волнового вектора электрона, перпендикулярная полю, равна нулю. Линия *3* получена с помощью выражения (9), а линия *4* — с помощью (10). На вставке изображены зависимости вероятности бесфононных переходов от $\Delta_{X\Gamma}$ в поле 2 кВ/см.

На рис. 3 приведены зависимости вероятностей бесфононных переходов от величины электрического поля при движении электрона от $k_0 = -\infty, 0$ до $k_1 = +\infty\,(k_2 = 0)$, полученные из решения (7) (линии *1, 2*) и из (9) и (10) (линии *3, 4*). Из рисунка видно, что (9), (10) хорошо описывают вероятность бесфононных переходов для полей больше 2 кВ/см. На вставке изображены зависимости вероятностей бесфононных переходов от $\Delta_{X\Gamma} = \Delta_{X\Gamma}(k_2 = 0) - \hbar^2 k_2^2/2m$ для электрического поля 2 кВ/см. Видно резкое уменьшение вероятности в области $\Delta_{X\Gamma} < 0$, где отсутствует пересечение подзон.

Дипольные $\Gamma - X$-переходы

Найдем теперь вероятность дипольного перехода электрона из X_z1-подзоны в $\Gamma 1$-подзону под воздействием слабого переменного электромагнитного поля $E_1 \exp(i\omega t)$, направленного вдоль оси z, в присутствии сильного постоянного электрического поля, лежащего в плоскости квантовых ям и направленного вдоль оси x_1 для рассматриваемой выше гетероструктуры. Для нахождения вероятности дипольного перехода будем решать нестационарное уравнение Шредингера. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ электрон был помещен в X_z1-подзону с компонентой волнового вектора вдоль постоянного электрического поля k_0. Решение уравнения Шредингера будем искать в виде

$$\Psi(k,t) = a_{\Gamma 1}(k_2,t)\Psi_{\Gamma 1} + a_{\Gamma 2}(k_2,t)\Psi_{\Gamma 2} + a_X(k_2,t)\Psi_X, \quad (11)$$

где

$$\Psi_X(r,t) = \Psi_X(z)\delta\left(k_1 - k_0 - \frac{Ft}{\hbar}\right) \times \exp\left\{\frac{-i}{F}\left[\int\limits_0^{k_0+\frac{Ft}{\hbar}} \varepsilon_X(\hat{k}_1, k_2)d\hat{k}_1\right] + ik_1x + ik_2y\right\},$$

$$\Psi_{\Gamma 1,2}(r,t) = \Psi_{\Gamma 1,2}(z)\delta\left(k_1 - k_0 - \frac{Ft}{\hbar}\right) \times \exp\left\{\frac{-i}{F}\left[\int\limits_0^{k_0+\frac{Ft}{\hbar}} \varepsilon_{\Gamma 1,2}(\hat{k}_1, k_2)d\hat{k}_1\right] + ik_1x + ik_2y\right\}, \quad (12)$$

$\Phi_J(z)$ — компонента волновой функции в J подзоне, которая определяет движение электрона поперек квантовой ямы. Взаимодействием X_z1- и $\Gamma 1$-подзон будем пренебрегать из-за того, что его величина существенно меньше по сравнению с величиной взаимодействия X_z1- и $\Gamma 2$-подзон. Тогда, умножая уравнение Шредингера на $\Phi_{\Gamma 1}(z)$ и интегрируя по z, можно получить следующее уравнение для $a_{\Gamma 1}(t)$:

$$i\hbar \frac{d}{dt} a_{\Gamma 1}(k_2, t) = -eE_1 \exp(i\omega t) z_{12}\, a_{\Gamma 2}(k_2, t)$$

$$\times \exp\left\{ \frac{i}{F} \left[\int\limits_0^{k_0 + \frac{Ft}{\hbar}} \left(\varepsilon_{\Gamma 1}(\hat{k}_1, k_2) - \varepsilon_{\Gamma 2}(\hat{k}_1, k_2) \right) d\hat{k}_1 \right] \right\}, \quad (13)$$

$z_{12} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi^*_{\Gamma 1}(z) z \Phi_{\Gamma 2}(z) dz$ — матричный элемент z между $\Gamma 1$- и $\Gamma 2$-подзонами. Учитывая по теотии возмущений взаимодействие $X_z 1$- и $\Gamma 2$-подзон, находим

$$a_{\Gamma 2}(k_2, t) = \frac{V}{iF} \int\limits_{k_0}^{k_0 + \frac{Ft}{\hbar}} \exp\left(\frac{ig(k, k_2)}{F} \right) dk,$$

$$g(k, k_2) = \int\limits_0^k \left(\varepsilon_{\Gamma 2}(\tilde{k}_1, k_2) - \varepsilon_{X1}(\tilde{k}_1, k_2) \right) d\tilde{k}_1. \quad (14)$$

Интегрируя (13) с использованием (14) и учитывая, что $\varepsilon_{\Gamma 1}(k_1, k_2) - \varepsilon_{\Gamma_2}(k_1, k_2) = \Delta - \mathrm{const}$, находим

$$a_{\Gamma 1}(k_2, t) = \frac{eE_1 z_{12}}{\hbar} \frac{V}{F} \int\limits_0^t dx \exp(i\bar{\omega} x) \int\limits_{k_0}^{k_0 + \frac{Fx}{\hbar}} \exp\left(\frac{ig(k, k_2)}{F} \right) dk,$$

$$\bar{\omega} = \omega - \frac{\Delta}{\hbar}. \quad (15)$$

Интегрируя (15) по частям, получаем следующее выражение для $a_{\Gamma 1}(k_2, t)$:

$$a_{\Gamma 1}(k_2, t) = \frac{eE_1 V z_{12} \exp\left(-i \frac{\hbar\bar{\omega} k_0}{F}\right)}{iF\hbar\bar{\omega}} \left[\exp\left(\frac{i}{F} \left[\bar{\omega}(\hbar k_0 + Ft) \right] \right) \right.$$

$$\left. \times \int\limits_{k_0}^{k_0 + \frac{Fx}{\hbar}} \exp\left(\frac{ig(k, k_2)}{F} \right) dk - \int\limits_{k_0}^{k_0 + \frac{Fx}{\hbar}} \exp\left(\frac{i}{F} \left[\hbar\bar{\omega} k + g(k, k_2) \right] \right) dk \right]. \quad (16)$$

Используя (16), квадрат модуля $a_{\Gamma 1}(k_2, t)$ можно записать в виде трех слагаемых

$$\left| a_{\Gamma 1}(k_2, t) \right|^2 = A(k_2, t) + B(k_2, t) + C(k_2, t), \quad (17)$$

где

$$A(k_2, t) = \frac{|eE_1 z_{12} V|^2}{F^2 (\hbar\bar{\omega})^2} \left[\left(R_1(k_2, t) - R_2(k_2, t, \omega) \right)^2 \right.$$

$$\left. + \left(I_1(k_2, t) - I_2(k_2, t, \omega) \right)^2 \right], \quad (18)$$

$$B(k_2, t) = \frac{4|eE_1 z_{12} V|^2}{F^2 (\hbar\bar{\omega})^2} \left(R_1(k_2, t) R_2(k_2, t) \right.$$

$$\left. + I_1(k_2, t) I_2(k_2, t) \right) \sin^2\left(\frac{\hbar\bar{\omega}\left(k_0 + \frac{Ft}{\hbar}\right)}{2F} \right), \quad (19)$$

$$C(k_2, t) = \frac{2|eE_1 z_{12} V|^2}{F^2 (\hbar\bar{\omega})^2} \left(I_1(k_2, t) R_2(k_2, t) \right.$$

$$\left. - I_2(k_2, t) R_1(k_2, t) \right) \sin\left(\frac{\hbar\bar{\omega}\left(k_0 + \frac{Ft}{\hbar}\right)}{2F} \right), \quad (20)$$

$$R_1(k_2, t) = \mathrm{Re}\left(\int\limits_{k_0}^{k_0 + \frac{Ft}{\hbar}} \exp\left(\frac{ig(k, k_2)}{F} \right) dk \right),$$

$$I_1(k_2, t) = \mathrm{Im}\left(\int\limits_{k_0}^{k_0 + \frac{Ft}{\hbar}} \exp\left(\frac{ig(k, k_2)}{F} \right) dk \right), \quad (21а)$$

$$R_2(k_2, t) = \mathrm{Re}\left(\int\limits_{k_0}^{k_0 + \frac{Ft}{\hbar}} \exp\left(\frac{i}{F} \left[\hbar\bar{\omega} k + g(k, k_2) \right] \right) dk \right), \quad (21б)$$

$$I_2(k_2, t) = \mathrm{Im}\left(\int\limits_{k_0}^{k_0 + \frac{Ft}{\hbar}} \exp\left(\frac{i}{F} \left[\hbar\bar{\omega} k + g(k, k_2) \right] \right) dk \right). \quad (21в)$$

При стремлении t к бесконечности $B(k_2, t)$ пропорционально $t\delta(\hbar\omega - \Delta)$. Действительно, воспользовавшись равенством [8]

$$\lim_{t \to \infty} \frac{\sin^2 \alpha t}{\pi t \alpha^2} = \delta(\alpha), \quad (22)$$

$B(k_2 t)$ можно переписать в виде

$$B(k_2, t) \approx \frac{2\pi (eE_1 z_{12})^2 D(k_0, \infty, k_2)}{\hbar} t\delta(\hbar\omega - \Delta), \quad (23)$$

где $D(k_0, \infty, k_2)$ — вероятность бесфононного перехода при движении электрона от $k_1 = k_0$ до $k_1 = \infty$, которая определяется из (8). Очевидно, что это слагаемое описывает дипольные переходы электронов, оказавшихся в $\Gamma 2$-подзоне в результате бесфононных переходов.

Нетрудно показать, что при стремлении t к бесконечности $C(k_2, t)$ также пропорционально $\delta(\hbar\omega - \Delta)$. Для этого воспользуемся равенством

$$\lim_{t \to \infty} \frac{\sin \alpha t}{\pi \alpha} = \delta(\alpha). \quad (24)$$

Тогда $C(k_2, t)$ можно представить в виде

$$C(k_2, t) = \frac{2\pi (eE_1 z_{12} V)^2}{F^2} G(k_2) \delta(\hbar\omega - \Delta), \quad (25)$$

$$G(k_2) = \int\limits_{k_0}^{\infty} \int\limits_{k_0}^{\infty} x \cos\left(\frac{g(x, k_2) + g(y, k_2)}{F} \right) dx\, dy. \quad (26)$$

Наиболее просто найти вероятность дипольного перехода, когда k_0 отрицательно и велико по модулю. В этом случае основной вклад в интегралы (21) дают области, где $\delta\varepsilon(k_1, k_2)$ минимальна (области максимального сближения $\Gamma 2$- и $X_z 1$-подзон), и поэтому в качестве нижнего предела интегрирования можно взять $-\infty$. Интеграл (26) при таких k_0 обращается в нуль, следовательно, $C = 0$, и остается только два члена в вероятности перехода: A и B. Выражение для $A(k_2, \infty)$ можно тогда записать в следующем виде:

$$A(k_2,\infty) = \left(\frac{2\pi e E_1|z_{12}|V}{\hbar\bar{\omega}V_{FK}}\right)^2 \left\{ \mathrm{Ai}\left(\frac{\hbar^2 k_2^2}{2mV_{FK}} - \frac{\Delta_{X1\Gamma2}}{V_{FK}}\right) \right.$$

$$\left. - \mathrm{Ai}\left(\frac{\hbar^2 k_2^2}{2mV_{FK}} + \frac{\hbar\bar{\omega} - \Delta_{X1\Gamma2}}{V_{FK}}\right)\right\}^2 \qquad (27)$$

Отметим, что зависимость A от ω имеет максимум в $V_{FK}/\hbar$-окрестности частоты $\omega = \Delta/\hbar$. Появление этого нерезонансного слагаемого связано с особенностями в динамике электрона во время прохождения им областей, где эффективно $\Gamma-X$-взаимодействие. Именно эти области дают основной вклад в интегралы (21).

Важно подчеркнуть, что вероятность перехода B пропорциональна времени. Поэтому соответствующий коэффициент поглощения может быть вычислен в рамках "золотого правила". И соответствующий вклад просто пропорционален вероятности $\Gamma_2 - \Gamma_1$ оптического перехода для электрона, претерпевшего $X_z1-\Gamma_2$ прямой переход. Вклад, соответствующий A, не зависит от времени. Это есть вероятность оптического перехода при пересечении электроном области эффективного $\Gamma-X$-взаимодействия. Поглощаемая мощность, обусловленная такими переходами, пропорциональна произведению вероятности перехода (A) на поток электронов в импульсном пространстве. В результате получаем следующее выражение для поглощаемой мощности при $\hbar\omega \neq \Delta$ в системе из N квантовых ям в пренебрежении размытием уровней за счет столкновений:

$$P(\omega) = \frac{L_1 L_2 F N \omega}{(2\pi)^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(k_2) A(k_2,\infty) dk_2, \qquad (28)$$

где L_1, L_2 — размеры системы в плоскости вдоль осей x_1 и x_2, $f(k_2)$ — разность вероятностей заполнения состояний $\Gamma1$ и X_z1. Пусть излучение распространяется вдоль оси x_2. Тогда мощность падающей на структуру волны можно записать в виде

$$I(\omega) = \frac{L_1 L_3 n c E_1^2}{2\pi}. \qquad (29)$$

где L_3 — размер системы вдоль z, n — показатель преломления, c — скорость света. Используя (28) и (29), можно найти коэффициент поглощения

$$\alpha(\omega) = \frac{4P(\omega)}{I(\omega)L_2} = \frac{32\pi e^2 |z_{12}|^2 V^2 \omega m}{dnc(\hbar\omega - \Delta)^2 \hbar^2} \int\limits_0^{\infty} \left\{ \mathrm{Ai}\left(x^2 - \frac{\Delta_{X1\Gamma2}}{V_{FK}}\right)\right.$$

$$\left. - \mathrm{Ai}\left(x^2 - \frac{\Delta_{X1\Gamma2} - \hbar\omega + \Delta}{V_{FK}}\right)\right\}^2 f(k_2) dx, \qquad (30)$$

где $d = L_3/N$ — переход структуры в направлении z. При получении (30) было учтено спиновое вырождение состояний электронов и возможность перехода из слоя AlAs в два соседних слоя GaAs.

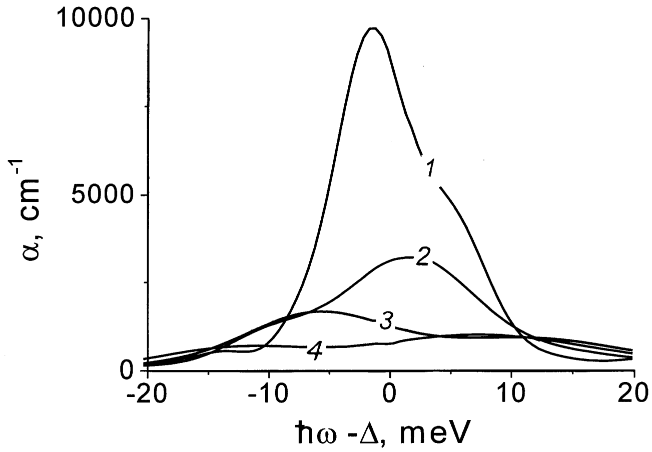

Рис. 4. Зависимость коэффициента поглощения от частоты в периодической гетероструктуре GaAs/AlAs при разных значениях электрического поля, вычисленная по формуле (31) с $f = 1$ для гетероструктуры, спектр которой представлен на рис. 1. Линиям *1–4* соответствуют поля 5, 9, 12, 15 кВ/см.

На рис. 4 приведена зависимость $\alpha(\omega)$ для периодической гетероструктуры, AlAs/GaAs, содержащей 87 Å слои GaAs и 17 Å слои AlAs, при различных величинах электрических полей. При вычислениях было положено $f(k_2) = 1$. Из рисунка видно, что с ростом электрического поля происходит расширение спектра $\alpha(\omega)$ около $\omega = \Delta/\hbar$ с одновременным уменьшением его амплитуды. Причина расширения спектра состоит в увеличении энергетического интервала $\Gamma-X$-взаимодействия (V_{FK}) с ростом электрического поля. Уменьшение амплитуды связано с одновременным ослаблением этого взаимодействия. Поскольку нерезонансные переходы происходят главным образом в областях пространства квазиимпульсов, где эффективно $\Gamma-X$-взаимодействие, $f(k_2)$ следует брать в этих областях.

В отсутствие постоянного поля вероятность дипольного перехода из состояний $\Gamma1$ в состояния с энергиями $E_\pm(k)$ вычисляется обычным образом. Приведем выражения для матричных элементов переходов:

$$\left|z_{\Gamma1,\pm}(k)\right|^2 = \frac{|z_{12}|^2}{1 + \frac{\left(E_\pm(k) - \varepsilon_{\Gamma2}(k)\right)^2}{V^2}}. \qquad (31)$$

Из (32) видно, что характерный масштаб убывания $|z_{\Gamma1,\pm}|^2$ по мере отклонения энергии перехода от Δ (т.е. $E_\pm$ от $\varepsilon_{\Gamma2}$) равен V. Для рассмотренной структуры эта величина заметно меньше энергии размытия уровней, которая составляет величину около 1–10 мэВ, и уширение линии перехода за счет $\Gamma-X$-взаимодействия в отсутствие электрического поля слабо изменит форму линии. Напротив, энергия V_{FK} в достаточно сильных полях может быть сравнимой или даже превосходить энергию размытия уровней и поэтому форма линии поглощения зависит от величины электрического поля. Отметим, что аналогичная зависимость имеет место в эффекте Франца–Келдыша при межзонном поглощении света [10].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (99-02–17873), МНТП "Физики твердотельных наноструктур" (98-02-1098) и Международного центра-фонда перспективных исследований в Нижнем Новгороде (99-2-11).

Список литературы

[1] J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco, A.L. Hutchinson, A.Y. Cho. Science **264**, 553 (1994).
[2] O. Gauthier-Lafaye, F.H. Julien, S. Cabaret, J.-M. Lourtioz. Appl. Phys. Lett., **74**, 1537 (1999).
[3] В.Я. Алешкин, А.А. Андронов. Письма ЖЭТФ, **68**, 73 (1998).
[4] V.Ya. Aleshkin, A.A. Andronov, E.V. Demidov. Mater. Sci. Forum, **297–298**, 221 (1999).
[5] H.C. Liu. Appl. Phys. Lett., **51**, 1019 (1987).
[6] З.С. Грибников, Райчев. ФТП, **23**, 2171 (1989).
[7] В.Я. Алешкин, Ю.А. Романов. ЖЭТФ, **87**, 1857 (1984).
[8] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М., Наука, 1989).
[9] *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовица и И. Стиган (М., Наука, 1979).
[10] А.И. Ансельм. *Введение в теорию полупроводников* (М., Наука, 1978).

Редактор В.В. Чалдышев

Phononless and dipole $\Gamma - X$ electron transitions in GaAs/AlAs quantum well heterostructures under lateral electric field

V.Ya. Aleshkin, A.A. Andronov

Institute for Physics of Microstructures,
Russian Academy of Sciences, GSP-105
603600 Nizhny Novgorod, Russia

Abstract Probabilities of the phononless and the dipole electron transitions between states of the Γ and X subbands in GaAs/AlAs quantum well heterostructures under high electric field have been calculated. It is shown that a high electric field has strong influence on the probabilities of the phononless and direct optical dipole $\Gamma - X$ electron transitions. Alongside with the above said, a lateral electric field changes the spectrum of the intersubband $\Gamma - X$ light absorption, i.e. there is an intersubband analogue of the Franz–Keldysh effect.