Плазменные колебания в двумерных полупроводниковых сверхструктурах

© С.Ю. Глазов, С.В. Крючков

Волгоградский государственный педагогический университет,
400013 Волгоград, Россия

(Получена 12 ноября 1999 г. Принята к печати 24 января 2000 г.)

Исследована возможность возникновения плазменных колебаний в двумерном электронном газе со сверхструктурой с учетом процессов переброса. В случае высоких температур ($\Delta \ll T$, Δ — ширина минизоны проводимости, T — температура в энергетических единицах) получено дисперсионное соотношение $\omega(k)$. Показано, что при малых значениях k ($k_x, k_y \ll \pi/d$) спектр плазмонов обладает характерной дисперсией $\omega^2 \sim k$, соответствующей двумерному электронному газу без сверхструктуры. При произвольных значениях k спектр периодичен с периодом $2\pi/d$. Численная оценка характерной частоты плазменных колебаний для исследуемых в настоящее время экспериментально 2D сверхструктур дает 10^{13} с$^{-1}$.

Интерес к двумерным (2D) электронным структурам особенно возрос в последние годы и обусловлен не только их разнообразными и эффективными применениями в микроэлектронике, но и открытием в этой области принципиально нового фундаментального явления — квантового эффекта Холла [1].

В последнее время в физике полупроводников появились новые объекты, содержащие 2D электронный газ в системе с периодическим потенциалом. В работе [2] сообщается о создании такой двумерной сверхрешетки при помощи электронно-лучевой литографии и реактивного ионного травления и излучения ее микроволновой фотопроводимости в магнитном поле. В [3] изучены шубниковские осцилляции 2D электронов, находящихся в 2D периодическом потенциале с периодом $d = 0.24$ мкм. В [4] предложен метод получения 2D электронных систем на основе GaAlAs/GaAs, энергетический спектр которых может с хорошей степенью точности описываться в рамках приближения сильной связи. Так же теоретически исследованы оптические свойства подобной структуры. В [5] показана возможность распространения в 2D сверхструктурах уединенных электромагнитных волн.

Влияние дополнительного периодического потенциала (сверхструктуры) в таких объектах можно учесть, записав энергетический спектр носителей тока в приближении сильной связи

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \Delta - \frac{\Delta}{2}\left[\cos(p_x d) + \cos(p_y d)\right], \qquad (1)$$

где Δ — полуширина минизоны проводимости; d — период сверхструктуры (СС); p_x, p_y — компоненты квазиимпульса электрона в плоскости СС. (Здесь и далее $\hbar = 1$.)

С другой стороны, известно, что плазменные волны в 2D электронном газе по сравнению с 3D электронным газом обладают рядом специфических особенностей. Так, например, спектр 2D плазмонов является бесщелевым и обладает характерной дисперсией $\omega^2 \sim k$ [6,7]. Кроме того, в [8] показано, что вблизи плазменного резонанса 2D электронного газа в тонкой полупроводниковой пленке происходит резкое уменьшение отражательной способности и видоизменение закона дисперсии 2D плазмонов. В этой связи представляется актуальным исследовать возможность возникновения плазменных колебаний в двумерных сверхструктурах со спектром (1) и найти их закон дисперсии.

Рассмотрим 2D электронный газ в системе с периодическим потенциалом. Ограничившись одноминизонным приближением, запишем волновую функцию электронов в минизоне

$$\Psi_P(x,y) = \frac{1}{\sqrt{N_x}}\frac{1}{\sqrt{N_y}}\sum_{n=1}^{N_x}\sum_{m=1}^{N_y}\exp\bigl(inp_x d + imp_y d\bigr) \times \varphi(x-nd)\,\varphi(y-md), \qquad (2)$$

где φ — волновая функция состояния, соответствующего рассматриваемой разрешенной минизоне, в одной из потенциальных ям, образующих СС; N_x и N_y — число таких ям вдоль осей x и y соответственно.

В приближении самосогласованного поля гамильтониан взаимодействующих электронов с учетом процессов переброса имеет вид

$$H = \sum_{\mathbf{p}}\varepsilon_{\mathbf{p}}a^+_{\mathbf{p}}a_{\mathbf{p}} + e\,\frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \times \sum_{\mathbf{p},\mathbf{k}}\sum_{n,m}U(\mathbf{k},t)M(k_x)M(k_y)a^+_{\mathbf{p}-\mathbf{k}+\mathbf{g}}a_{\mathbf{p}}, \qquad (3)$$

где $a^+_{\mathbf{p}}$, $a_{\mathbf{p}}$ — операторы рождения и уничтожения электрона с импульсом $\mathbf{p}$; $\mathbf{g} = (n2\pi/d,\ m2\pi/d)$,

$$M(k_x) = \int_0^{N_x d}\varphi^*(x)\varphi(x)\exp(-ik_x x)dx,$$

$$M(k_y) = \int_0^{N_y d}\varphi^*(y)\varphi(y)\exp(-ik_y y)dy, \qquad (4)$$

$U(\mathbf{k}, t)$ — самосогласованный потенциал, определяемый следующим соотношением:

$$U(\mathbf{k}, t) = \frac{2\pi e}{\chi k} \sum_{\mathbf{p}} \sum_{n,m} \langle a^{+}_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}} a_{\mathbf{p}} \rangle \times M(-k_x) M(-k_y), \quad (5)$$

χ — диэлектрическая проницаемость кристаллической решетки, угловые скобки означают усреднение по матрице плотности, соответствующей гамильтониану (3).

Уравнение движения в прибилижении случайных фаз для средних $\langle a^{+}_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}} a_{\mathbf{p}} \rangle$ имеет для

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + i\left[\varepsilon(\mathbf{p}+\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{p})\right] \right\} \langle a^{+}_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}} a_{\mathbf{p}} \rangle = -ieU(\mathbf{k}, t)\left(n_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}} - n_{\mathbf{p}}\right), \quad (6)$$

где $n_{\mathbf{p}} = \langle a^{+}_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} \rangle$ — числа заполнения электронных уровней в 2D электронном газе. Подставляя решение последнего уравнения в (5), после некоторых преобразований получаем для фурье-компоненты $U(\mathbf{k}, t)$ следующее выражение:

$$\tilde{U}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{2\pi e^2}{\chi k} \sum_{p} \sum_{n,m} M^*(k_x) M^*(k_y) M\left([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_x\right) \times M\left([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_y\right) \Pi(\mathbf{k}, \omega) \tilde{U}(\mathbf{k}+\mathbf{g}, \omega), \quad (7)$$

где

$$\Pi(\mathbf{k}, \omega) = \sum_{\mathbf{p}} \frac{n_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - n_{\mathbf{p}}}{\varepsilon(\mathbf{p}+\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{p}) - \omega} \quad (8)$$

— поляризационный оператор. Из (7) получаем уравнение, определяющее дисперсионную зависимость $\omega(\mathbf{k})$

$$\frac{2\pi e^2}{\chi} \Pi(\mathbf{k}, \omega) S(\mathbf{k}) = 1, \quad (9)$$

где

$$S(\mathbf{k}) = \sum_{n,m} \frac{\left|M([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_x)\right|^2 \left|M([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_y)\right|^2}{\sqrt{(k_x+g_x)^2 + (k_y+g_y)^2}}. \quad (10)$$

Рассмотрим далее невырожденный электронный газ, для которого

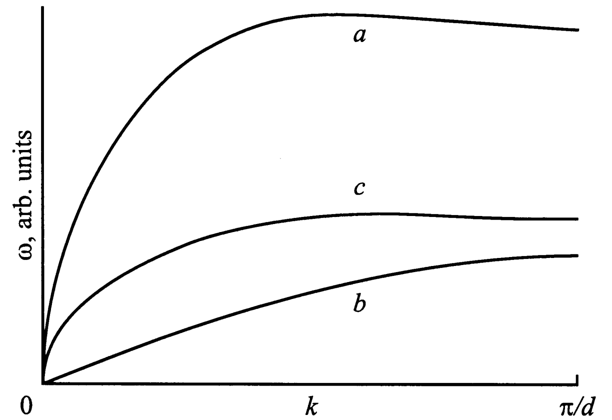
$$n(\mathbf{p}) \approx \exp\left(-\varepsilon(p_x, p_y)/T\right), \quad (11)$$

где T — температура в энергетических единицах. Вычисление поляризационного оператора значительно упрощается в случае высоких температур: $2\Delta \ll T$. При этом получаем

$$\Pi(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{N_0}{T} \left[1 - \frac{2}{\pi} \frac{\omega K(z)}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2 \left(\sin\frac{k_x d}{2} - \sin\frac{k_y d}{2} \right)^2}} \right], \quad (12)$$

где N_0 — поверхностная плотность 2D электронного газа, $K(z)$ — полный эллиптический интеграл первого рода

$$z = 2\Delta \left[\frac{\sin\frac{k_x d}{2} \sin\frac{k_y d}{2}}{\omega^2 - \Delta^2 \left(\sin\frac{k_x d}{2} - \sin\frac{k_y d}{2} \right)^2} \right]^{1/2}. \quad (13)$$



Зависимость $\omega(k)$ в произвольных единицах при: a) $k_x = k_y$ при $z \ll 1$, b) $k_x = k_y$ при $z \approx 1$, c) $k_y = 0$.

Из (8)–(10) следует, что частота плазменных колебаний зависит от волнового вектора периодически с периодом $2\pi/d$. Поэтому мы можем ограничиться рассмотрением спектра колебаний в пределах первой зоны Бриллюэна;

$$-\pi/d < k_x < \pi/d, \qquad -\pi/d < k_y < \pi/d. \quad (14)$$

Вычисление множителя $S(\mathbf{k})$ требует знания конкретного вида потенциальных ям, образующих СС. Рассмотрим случай, когда $\varphi(x) = \text{const}$ при $0 \leqslant x \leqslant d$ и $\varphi(x) = 0$ при $x < 0$, $x > d$. В этом случае выражение (10) примет вид

$$S(\mathbf{k}) = \sum_{n,m} \frac{4[1 - \cos(k_x d)][1 - \cos(k_y d)]}{(k_x+g_x)^2 (k_y+g_y)^2 \sqrt{(k_x+g_x)^2 + (k_y+g_y)^2}}. \quad (15)$$

При произвольных значениях $\mathbf{k}$ сумма в (15) не выражается через табулированные функции. Однако при малых значениях k ($k_x, k_y \ll \pi/d$) $S(\mathbf{k})$ ведет себя как $1/|\mathbf{k}|$. При этом из (8) и (9) следует, что спектр плазмонов обладает характерной дисперсией $\omega^2 \sim k$, соответствующей 2D газу без СС.

Перейдем к рассмотрению нескольких частных случаев.

1. $k_x = k_y = k$.

а) при $z \ll 1$

$$K(z) \approx \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{z^2}{4} \right), \quad (16)$$

и закон дисперсии плазменных колебаний выглядит так:

$$\omega^2 = \frac{2\pi e^2}{\chi} \frac{N_0 \Delta^2}{T} S(k) \sin^2 \frac{kd}{2}. \quad (17)$$

На рисунке (кривая a) построен график зависимости $\omega(k)$, полученный с помощью численного анализа формул (15)–(17). При $kd/2 \ll 1$ получаем дисперсионную зависимость $\omega^2 \sim k$.

б) при $z \approx 1$

$$K(z) \approx \ln \frac{4}{\sqrt{1-z^2}}; \tag{18}$$

в этом случае имеем следующую зависимость:

$$\omega = 2\Delta \left|\sin \frac{kd}{2}\right| \left[1 - 16 \exp\left(-2 - \frac{\chi T}{\pi e^2 N_0} \frac{1}{S(k)}\right)\right]^{-1/2}. \tag{19}$$

На рисунке (кривая b) показан график зависимости $\omega(k)$, определяемый соотношением (19). При $kd/2 \ll 1$ получаем дисперсионную зависимость в виде $\omega \sim k$.

2. $k_y = 0$

$$\omega = \Delta \left|\sin \frac{k_x d}{2}\right| \frac{f(k_x)}{\sqrt{f(k_x)^2 - 1}}, \tag{20}$$

где

$$f(k_x) = 1 + \frac{\chi T}{2\pi e^2 N_0} \frac{1}{S(k_x)}.$$

При $k_x \ll \frac{2\pi e^2 N_0}{\chi T}$ получим

$$\omega^2 = \frac{\pi e^2 \Delta^2 N_0}{\chi T} \sin^2 \frac{k_x d}{2} S(k_x). \tag{21}$$

На рисунке (кривая c) показана дисперсионная зависимость, определяемая (21). При $k_x d/2 \ll 1$ получаем закон дисперсии $\omega^2 \sim k_x$.

Сделаем численные оценки. При концентрации $N_0 = 10^{11}\,\text{см}^{-2}$, $d = 10^{-5}\,\text{см}$, $\Delta = 10^{-2}\,\text{эВ}$ (численные значения параметров N_0 и d взяты из [3], Δ из [4]), $T \approx 10^2\,\text{K}$, $k \approx 10^4\,\text{см}^{-1}$ получаем, что частота плазменных колебаний составляет по порядку величины $\omega \approx 10^{13}\,\text{с}^{-1}$.

Список литературы

[1] K. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper. Phys. Rev. Lett., **45** (5), 494 (1980).
[2] А.А. Быков, Г.М. Гусев, З.Д. Квон и др. Письма в ЖЭТФ, **53** (8), 407 (1991).
[3] Г.М. Гусев, З.Д. Квон, В.Б. Бесман и др. ФТП, **26** (3), 539 (1992).
[4] Д. Ферри, Л. Эйкерс, Э. Гринич. *Электроника ультрабольших интегральных схем* (М., Мир, 1991).
[5] С.В. Крючков, А.И. Шаповалов. ФТТ, **39** (8), 1470 (1997).
[6] F. Stern. Phys. Rev. Lett., **18** (14), 546 (1967).
[7] Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. *Электронные свойства двумерных систем* (М., Мир, 1985).
[8] Н.Н. Зиновьев, Д.И. Ковалев, И.Д. Ярошецкий, А.Ю. Бланк. Письма ЖЭТФ, **53** (3), 147 (1991).

Редактор В.В. Чалдышев

Plasma oscillations in two-dimensional semiconductor superstructures

S.Yu. Glazov, S.V. Kryuchkov

Volgograd State Pedagogical University,
400013 Volgograd, Russia