Когерентный лазер на двухъямной структуре

© В.Ф. Елесин, А.В. Цуканов

Московский государственный инженерно-физический институт (Технический университет),
115409 Москва, Россия

(Получена 6 марта 2000 г. Принята к печати 17 мая 2000 г.)

Развита теория стационарной одномодовой генерации когерентного каскадного лазера на двух квантовых ямах. Найдены мощность и частота генерации в зависимости от тока когерентной накачки и параметров структуры. Показано, что режим автоподстройки существует и в двухъямной структруре, это обеспечивает эффективную генерацию и линейных ход возрастания мощности при увеличении тока накачки.

1. Спустя почти двадцать лет после предложения Казаринова и Суриса [1] новый тип полупроводникового лазера — квантовый каскадный лазер (ККЛ) — был создан Капассо с сотрудниками [2]. Лазер работал на диагональных переходах между уровнями в соседних ямах. В работах [3] и [4], посвященных теории ККЛ, была рассмотрена модель с вертикальными переходами в одной яме. Как оказалось, лазер на вертикальных переходах обладает определенными достоинствами (см. также [5]). Однако в квантовой яме возможна генерация, принципиально отличающаяся от генерации в ККЛ. Такой когерентный лазер был предложен в [6]. В работе [6] была построена теория когерентной генерации на одной квантовой яме (квантовой точке). В частности, найдена мощность и частота электромагнитного поля в зависимости от тока когерентной накачки и параметров системы. В [6] была рассмотрена простая модель допускающая аналитическое решение для широкого интервала полей. Исследование процессов генерации в асимметричной двухъямной структуре проведено в рамках данной модели [7]. Когерентная генерация имеет ряд особенностей: нет необходимости в инверсной населенности; режим подстройки обеспечивает высокую эффективность и др. Возникает вопрос — возможна ли эффективная когерентная генерация с подстройкой для двух и более ям. Цель настоящей работы — развить теорию когерентной генерации для двух ям.

2. Для установления основных закономерностей изучим следующую модель когерентного ККЛ (КЛ). На рис. 1 изображена одномерная структура, образованная тремя δ-барьерами в точках $x = 0$, $x = a$ и $x = 2a$. В каждой из ям предполагается существование двух уровней. Потенциальный рельеф данной структуры имеет форму ступени, причем ее высота подобрана таким образом, что нижний уровень в первой яме совпадает с верхним уровнем во второй яме. Энергии этих уровней отличаются на величину, соответствующую частоте электромагнитного поля ω. Слева на систему падает стационарный поток электронов с плотностью, пропорциональной q^2, и энергией, приблизительно равной энергии E_1 верхнего уровня в первой яме. Электромагнитное поле, которое с хорошей точностью можно считать классическим, изучается при переходе электронов с верхнего уровня на нижний в каждой из ям:

$$E_x(z,t) = E(t)\sin kz \cdot \cos\big(\omega t + \varphi(t)\big). \qquad (1)$$

Поле поляризовано перпендикулярно плоскости ямы (т.е. по оси x), а волновой вектор направлен вдоль плоскости (по оси z).

В одномодовом стационарном режиме уравнения для поля E имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &\frac{E}{2\tau_0} = -\frac{2\pi}{\varkappa}J_c(k),\\ &(\omega-\Omega)E = -\frac{2\pi}{\varkappa}J_s(k),\\ &J_{c,s}(k) = \int_0^a dx\cdot\exp(ikx)J_{c,s}(x), \end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

где $J_{c,s}(k)$ — фурье-компонетны токов поляризации, совпадающие по фазе с полем (c) и сдвинутые на $\pi/2$ (s), описывающие межуровневые переходы; τ_0 — время жизни фотона в резонаторе, Ω — собственная частота резонатора, $\varkappa$ — диэлектрическая постоянная.

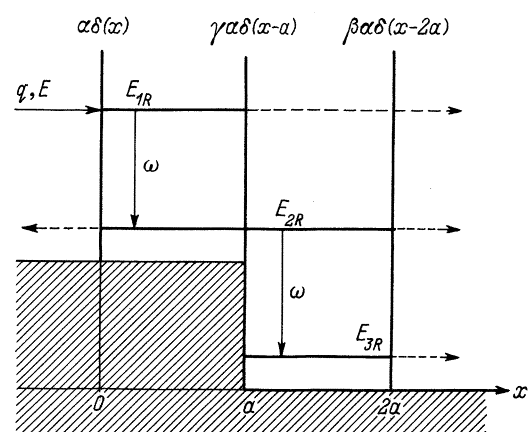

Рис. 1. Схема процесса генерации излучения в симметричной двухъямной структуре, образованной тремя δ-барьерами и ступенчатым потенциальным рельефом. Поток электронов с плотностью, пропорциональной q^2, и энергией, приблизительно равной энергии уровня накачки E_1, падает на структуру слева. Электроны совершают излучательный переход на уровень $E_2^{+(-)}$, затем туннелируют во вторую яму и совершают переход на уровень E_3, после чего покидают структуру.

Токи поляризации выражаются через волновую функцию систмеы $\Psi(x,t)$, которая удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{i2m^*}{\hbar}\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + U(x)\Psi + V(x,t)\Psi, \qquad (3)$$

где m^* — эффективная масса электрона,

$$U(x) = \alpha[\delta(x) + \gamma\delta(x-a) + \beta\delta(x-2a)] + \tilde{\omega}[1 - \Theta(x-a)]$$

— потенциальная энергия барьеров (γ, β — относительные мощности барьеров),

$$V\Psi = V\big(\exp(i\omega t) - \exp(-i\omega t)\big)\frac{\partial\Psi}{\partial x}, \quad V = -\frac{eE}{\hbar\omega}$$

— взаимодействие с электромагнитным полем (далее везде $h = c = 1$).

Установившееся решение (3) находим, ограничиваясь резонансным вкладом во взаимодействие электронов с электромагнитным полем:

$$\Psi(x,t) = \begin{cases} [q\exp(ipx) + D_0\exp(-ipx)] \\ \quad \times \exp(-iEt) + D_{-1} \\ \quad \times \exp(-i(E-\omega)t - ip_-x), \quad x < 0, \\ \Psi_0(x)\exp(-iEt) + \Psi_{-1}(x) \\ \quad \times \exp(-i(E-\omega)t), \quad 0 < x < a, \\ \tilde{\Psi}_0(x)\exp(-i(E-\omega)t) \\ \quad + \tilde{\Psi}_{-1}(x)\exp(-i(E-2\omega)t), \quad a < x < 2a, \\ C_0\exp(-i(E-\omega)t + ip(x-2a)) \\ \quad + C_{-1}\exp(-(E-2\omega)t \\ \quad + ip_-(x-2a)), \quad x > 2a. \end{cases} \qquad (4)$$

Здесь

$$p = \begin{cases} \sqrt{E-\tilde{\omega}}, & k=1 \\ \sqrt{E-\omega}, & k=2 \end{cases},$$

$$p_- = \begin{cases} \sqrt{E-(\tilde{\omega}+\omega)}, & k=1 \\ \sqrt{E-2\omega}, & k=2 \end{cases}.$$

— импульсы электрона на верхних и нижних уровнях в каждой из ям (k — номер ямы). Мы учитываем, что высота ступени равна $\tilde{\omega}$, а энергетический параметр E отсчитывается от $U = 0$.

Функции $\Psi_0, \Psi_{-1}, \tilde{\Psi}_0, , \tilde{\Psi}_1$ удовлетворяют системе уравнений

$$\left.\begin{aligned} \Psi_0'' + p^2\Psi_0 &= -V\Psi_{-1}' \\ \Psi_{-1}'' + p_{-1}^2\Psi_{-1} &= V\Psi' \end{aligned}\right\}. \qquad (5)$$

С помощью (4) выражения для токов $J_c(x)$ и $J_s(x)$ представим через волновые функции в ямах:

$$J_c(x) = -\frac{ie}{2m^*}\left[\Psi_0^*\Psi_{-1}' + \Psi_{-1}^*\Psi_0' - k.c.\right],$$

$$J_s(x) = \frac{e}{2m^*}\left[\Psi_{-1}^*\Psi_0' - \Psi_0^*\Psi_{-1}' + k.c.\right]. \qquad (6)$$

Решение системы (5) можно искать в виде

$$\Psi_n(x) = A_n\exp\delta x,$$
$$\tilde{\Psi}_n(x) = \tilde{A}_n\exp\delta(x-a), \qquad (7)$$

где $n = 0, -1$.

Коэффициенты при волновых функциях определяем из граничных условий, получающихся из требования непрерывности функций, и условий, накладываемых на производные (см. [6]). Подставляя найденные волновые функции в выражения для токов, находим после некоторых вычислений уравнения для поля и частоты генерации:

$$1 = \frac{\tilde{Q}\Gamma_1}{|\tilde{\Delta}(\lambda)|^2}\Bigg\{\left(\delta E_3^2 + \Gamma_3^2\right)\left(\delta E_2^+\Gamma_2^- + \delta E_2^-\Gamma_2^+\right) \times \frac{\gamma\alpha^2 a}{2p^3} + \left(\sin pa + \frac{p}{\alpha}\frac{\gamma+\beta}{\gamma\beta}\right) + \frac{\lambda^2\Gamma_3}{4}\Bigg\},$$

$$\omega - \Omega = \frac{\tilde{Q}\Gamma_1}{2\tau_0|\tilde{\Delta}(\lambda)|^2}\Bigg\{(\delta E_3^2 + \Gamma_3^2)\delta E_2^+\delta E_2^- \times \frac{\gamma\alpha^2 a}{2p^3}\left(\sin pa + \frac{p}{\alpha}\frac{\gamma+\beta}{\gamma\beta}\right) + \frac{\lambda^2\delta E_3}{4}\Bigg\}, \qquad (8)$$

где

$$\delta E_1 = E - E_1, \quad \delta E_2^{\pm} = E - \omega - E_2^{\pm}, \quad \delta E_3 = E - 2\omega - E_3;$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}(\lambda) = {} & (\delta E_1 + i\Gamma_1)(\delta E_2^+ + i\Gamma_2^+)(\delta E_2^- + i\Gamma_2^-) \\ & \times (\delta E_3 + i\Gamma_3)\frac{\alpha a}{2p^2} - \lambda^2\Bigg[(\delta E_3 + i\Gamma_3)\frac{\gamma\alpha}{p} \\ & \times \left(\sin pa + \frac{p}{\alpha}\frac{\gamma+\beta}{\gamma\beta}\right) + \frac{p_-\gamma\alpha}{p^2} \\ & \times (\delta E_1 + i\Gamma_1)\left(\frac{p_-}{\alpha}\frac{1+\gamma}{\gamma} - \sin p_- a\right)\Bigg], \end{aligned} \qquad (9)$$

$$p_- = \sqrt{E - (\tilde{\omega}+\omega)}, \quad p = \sqrt{E-\omega},$$

а приведенный ток накачки имеет вид

$$\tilde{Q} = \frac{4\pi\tau_0\eta}{\varkappa}Q,$$

$$Q = \frac{q^2 p}{m^*}, \quad \eta = \frac{(16epp_-)^2}{\omega^3 a^3}. \qquad (10)$$

(Уровень, соответствующий энергии E_2, является расщепленным; величины, относящиеся к верхнему и нижнему расщепленным уровням, обозначены "+" и "−" соответственно).

Приведенная мощность генерации равна $\lambda^2 = \frac{16pp_-\tilde{V}^2}{a^2}$ и удовлетворяет следующему условию: $\tilde{V}^2 = \frac{2p_-^2V^2}{\omega^2} \ll 1$.

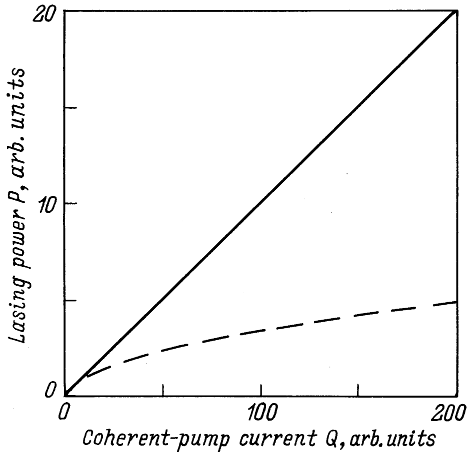

Рис. 2. Графики зависимости мощности генерации (на единицу длины) $P = \lambda^2$ от тока накачки Q для одноямной структуры в отсутствие автоподстройки ($\xi = 0$, штриховая линия) и при наличии автоподстройки ($\xi \neq 0$, сплошная линия).

Ширины электронных уровней даются формулами

$$\Gamma_1 = \frac{2p^3}{\alpha^2 a}, \quad \Gamma_2^{\pm} = 0.5\Gamma_1 \Big\{ k_0^3 + \beta^{-2} \pm (k_0^3 - \beta^{-2}) \times \Big(1 + \big[\gamma\beta^{-1} + 1 - k_0^2(1+\gamma)\big]^{-1}\Big)^{-0.5} \Big\},$$

$$\Gamma_3 = \Gamma_1 k_0^3 \beta^{-2}, \quad k_0 = p_-/p.$$

3. Предположим, что электроны, поступающие на верхний уровень в первой яме, имеют энергию, приблизительно равную E_1. Когерентная генерация в каждой из ям в режиме резонансного туннелирования электронов имеет место при условии равенства частоты ЭМП, наложенного на структуру, и частот переходов между рабочими уровнями $\omega = \omega_{12} = \omega_{23}$. (Это может быть достигнуто надлежащим выбором параметра $\tilde{\omega}$). Данное условие подразумевает выполнение неравенства $|\frac{1}{\beta} - 1| > \frac{4}{3}\frac{1}{\gamma}$. В том случае, когда $\beta < 1$, генерация осуществляется по верхнему расщепленному уровню E_2^+, в случае $\beta > 1$ — по нижнему. Из уравнений (8) находим выражение для порогового тока ($\lambda^2 = 0$):

$$\tilde{Q}_{\text{th}} = \frac{4\tilde{\Gamma}_2^{\pm}}{1 \pm \sqrt{1 - k^{-1}}} \tag{11}$$

(см. подробнее [8]). В этом случае зависимость мощности генерации $P = \lambda^2$ от тока накачки имеет нелинейный характер, проявляя тенденцию к насыщению.

Принципиально иная схема генерации реализуется в случае, когда энергия налетающих электронов отличается от резонансной на некоторую величину ξ. В случае генерации в одномерной структуре [6] такой режим приводит к многократному увеличению мощности излучения (рис. 2). Уравнение (8) для мощности принимает вид

$$1 = \frac{0.125\tilde{Q}}{|\tilde{\Delta}^{\pm}(\tilde{\lambda})|^2} \Big\{ 2\tilde{\Gamma}_2^{\pm} (\tilde{\xi}^2 + \tilde{\Gamma}_3^2) \times \Big(1 \pm \sqrt{1 - k^{-1}}\Big) + \tilde{\lambda}^2 k^{-1} \tilde{\Gamma}_3 \Big\},$$

$$\tilde{\Delta}^{\pm}(\tilde{\lambda}) = (\tilde{\xi} + i)(\tilde{\xi} + i\tilde{\Gamma}_2^{\pm})(\tilde{\xi} + i\tilde{\Gamma}_3) - \tilde{\lambda}^2 \times \left[\tilde{\xi} + i\frac{\tilde{\Gamma}_3 + 1}{2} + i\frac{\tilde{\Gamma}_3 - 1}{2}\sqrt{1 - k^{-1}}\right], \tag{12}$$

где $k = (1 - \frac{p_-^2}{p^2})^2(\gamma/\beta - \gamma)^2$ (все величины взяты в единицах Γ_1). Как показывают вычисления, при надлежащем выборе зависимости подстройки ξ^2 от накачки Q (см. рис. 3) зависимость $\lambda^2(Q)$ становится линейной и существенно превосходит режим с $\xi = 0$. На рис. 4 приведены графики для структуры с $\tilde{\Gamma}_2^+ = 0.5$, $\tilde{\Gamma}_3 = 5$. Целесообразно выбирать уширение второго

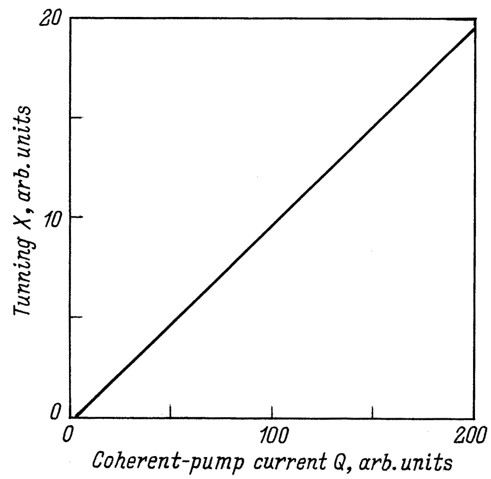

Рис. 3. График зависимости автоподстройки $X = \xi^2$ от тока накачки Q для двухъямной структуры.

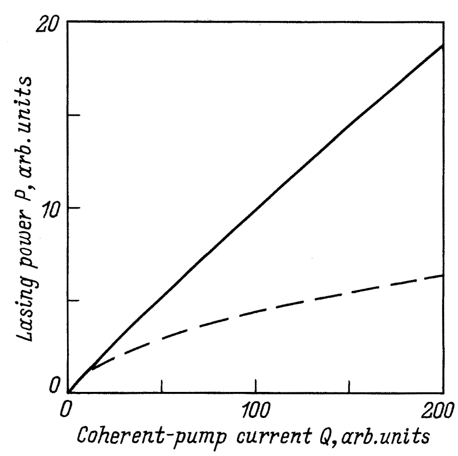

Рис. 4. Графики зависимости мощности генерации (на единицу длины) $P = \lambda^2$ от тока накачки Q для двухъямной структуры в отсутствие автоподстройки ($\xi = 0$, штриховая линия) и при наличии автоподстройки ($\xi \neq 0$, сплошная линия).

уровня меньше, чем уширение первого уровня (уровня накачки), так как это обеспечивает понижение порогового тока и уменьшает отток электронов в область $x < 0$. Уширение третьего уровня, напротив, следует выбирать бо́льшим, чем уширение первого, поскольку это способствует туннелированию электронов во вторую яму и в область $x > 2a$ после совершения излучательного перехода на третий уровень.

Проведем сравнение режимов генерации для одно- и двухъямных структур. Как видно из рис. 2 и 4, зависимости мощности (на единицу длины) от тока накачки для данных структур практически совпадают. Это позволяет нам сделать вывод, что в двухъямной структуре мощность генерации будет в 2 раза больше, чем в одноямной, т. е. две ямы работают когерентно. Таким образом, возможен когерентный режим с подстройкой и для двух квантовых ям.

Работа выполнена в рамках программы "Физика твердотельных наноструктур" Министерства науки и технологий РФ (проект № 99-1140) и Федеральной целевой программы "Интеграция" (проект № А0133).

Список литературы

[1] Р. Казаринов, Р. Сурис. ФТП, **6**, 120 (1972).
[2] J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco. Science, **264**, 553 (1994).
[3] V.F. Elesin, Yu.V. Kopaev. Sol. St. Commun., **96**, 987 (1995).
[4] В.Ф. Елесин, Ю.В. Копаев. ЖЭТФ, **108**, 2186 (1995).
[5] J. Faist, F. Capasso, C. Sirtori. Appl. Phys. Lett., **66**, 538 (1995).
[6] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, **112**, 483 (1997).
[7] В.Ф. Елесин, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев, А.В. Цуканов. Письма ЖЭТФ, **66**, 11 (1997).
[8] В.Ф. Елесин, А.В. Цуканов. Препринт МИФИ, 004-99.

Редактор В.В. Чалдышев

A double-well coherent laser

V.F. Elesin, A.V. Tsukanov

Moscow State Engineering-Physics Institute
(Technical Univerisy),
115409 Moscow, Russia

Abstract A theory of coherent lasing on a double-well structure under a single-mode stationary regime is suggested. The lasing power and frequency of generation as functions of the coherent-pump current and structural parameters are found. There exists an optimal lasing regime with the energy tuning without the population inversion. It has been shown that the lasing power is a linear function of the coherent-pump current.