

01;07;12

## Апертурные aberrации в спектрометре с изогнутым кристаллом

© В.А. Брызгунов

Российский научный центр "Курчатовский институт",  
123182 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 17 февраля 1999 г.)

Аберрации в рентгеновском спектрометре с изогнутым кристаллом-анализатором рассмотрены методами аналитической геометрии. Получены тригонометрические уравнения и найдены их приближенные решения для aberrаций в реальном спектрометре. Рассмотрены кристаллы-анализаторы со сферической, тороидальной и цилиндрической поверхностью. Исследование проведено для оценки разрешающей способности спектрометра при протяженном источнике излучения (плазма токамака).

### Введение

В рентгеновской спектроскопии горячей плазмы обычно используют спектрометры по Иоганну [1]. По доплеровскому уширению и сдвигу спектральной линии, которую излучает небольшая примесь тяжелых ионов, на токамаках определяют ионную температуру и скорость вращения водородной плазмы [2,3]. При протекании в токамаке термоядерной дейтериево-третиевой реакции многократно увеличивается интенсивность нейтронного и гамма-излучения. Поэтому для измерения на больших термоядерных установках, как проектируемый Международный термоядерный экспериментальный реактор (ITER), требуются радикальные меры, что бы в спектрометре понизить уровень фона. Применение сферически или тороидально изогнутого кристалла-анализатора вместо цилиндрического позволяет уменьшить расходимость рентгеновского пучка, входящего в спектрометр, и, следовательно, необходимое сечение канала в защите реактора, по которому постороннее излучение (вместе с рентгеновским) попадает в спектрометр. Помимо того, на пути слабо расходящегося пучка можно установить селективное зеркало из поликристаллического графита [4], что бы дополнительно улучшить отношение сигнал/шум [5,6].

В исследовании лазерной плазмы используют сферически изогнутый кристалл-анализатор, который собирает излучение из небольшого светящегося объема и снимает спектр за несколько коротких (100 fs) импульсов [7].

Двумерно изогнутый кристалл-анализатор создает исключительные возможности приспособить спектральный инструмент к условиям современного эксперимента, где требуется и большая светосила, и высокое спектральное разрешение. При современной технологии изготовления кристалла-анализатора максимально сохраняются совершенные свойства исходного материала [8]. Однако в светосильном спектрометре возможны большие геометрические искажения спектральной линии.

Схема спектрометра по Иоганну, как и других фокусирующих спектрометров, предложена много лет назад [1]. Тогда же возник вопрос о разрешающей способности и, следовательно, aberrациях в фокусирующих спектро-

метрах [9]. Аберрации в классическом спектрометре с цилиндрически изогнутым кристаллом-анализатором тщательно проанализированы в ряде работ [10]. Однако вопрос об aberrациях двумерно изогнутого кристалла-анализатора все еще недостаточно изучен [11,12].

### Апертурные aberrации

Схема по Иоганну не обладает идеальной фокусировкой рентгеновских лучей. Возникновение апертурных aberrаций в спектрометре с кристаллом-анализатором, изогнутым по сфере радиуса  $R$ , поясняет рис. 1. Кристалл-анализатор разворачивает спектр на поверхности цилиндра, на которую помещен одномерный детектор излучения. Основание цилиндра — фокальная окружность (круг Роуланда) проходит через полюс  $P$  кристалла-анализатора. Начало ортогональной системы координат  $x, y, z$  помещено в точку  $O$  на диаметре окружности,  $OP = R$ . Рентгеновский луч  $\nu$ , отраженный кристаллом-анализатором в произвольной точке  $C$ , детектор регистрирует в некоторой точке  $D$ . Радиус  $R$  и полярные углы  $\varepsilon$  и  $\omega$  определяют ортогональные координаты точки  $C$ . Положение точки  $D$  на высоте  $Z_D = DE$  зависит от угла  $\Phi$ .

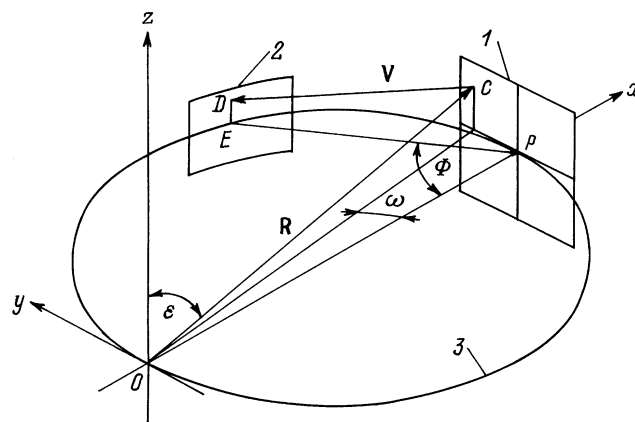


Рис. 1. Траектория рентгеновского луча в спектрометре с изогнутым кристаллом-анализатором: 1 — кристалл-анализатор, 2 — детектор, 3 — круг Роуланда.

Нужно учесть, что отражение луча происходит под углом Брэгга  $\vartheta = \arcsin \lambda/2r$  ( $\lambda$  — длина волны излучения,  $d$  — межплоскостное расстояние в кристалле). Монохроматический луч  $PE$ , который проходит в координатной плоскости  $xu$  (средней плоскости спектрометра), фиксирует на фокальной окружности положение  $E$  для излучения с длиной волны  $\lambda$ . Этому лучу соответствует значение угла  $\Phi = \Phi_\lambda = \pi/2 - (\vartheta + \alpha)$ . Аберрации в спектрометре создают те лучи, для которых  $\Delta\Phi = \Phi - \Phi_\lambda \neq 0$ . Смещению луча на угол  $\Delta\Phi$  соответствует дуга фокальной окружности  $\Delta s = R\Delta\Phi$ . В спектрометре это эквивалентно изменению длины волны излучения на  $\Delta\lambda = -\lambda\Delta\Phi/\operatorname{tg}\vartheta$  и соответственно угла Брэгга — на  $\Delta\vartheta = -\Delta\Phi$ .

Отраженный луч  $\mathbf{v}$  образует с нормалью  $\mathbf{N}$  к отражающей поверхности угол  $\pi/2 - \vartheta$ . Следовательно, скалярное произведение векторов равно

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{N} = |\mathbf{v}| |\mathbf{N}| \sin \vartheta. \quad (1)$$

Нормаль  $\mathbf{N}$  к отражающей сферической поверхности коллинеарна с радиусом-вектором  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{N} = -\mathbf{R}$ . Если отражающая плоскость в кристалле образует с поверхностью некоторый угол  $\alpha$  (косой срез), то нормаль к этой плоскости не совпадает с  $\mathbf{R}$ . В этом случае выражение для единичной нормали имеет вид

$$\begin{aligned} n &= (\sin \alpha \sin \omega - \cos \alpha \sin \varepsilon \cos \omega) \mathbf{i} \\ &- (\sin \alpha \cos \omega + \cos \alpha \sin \varepsilon \sin \omega) \mathbf{j} + \cos \alpha \cos \varepsilon \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  — единичные векторы на координатных осях  $xuz$ . Для сферически изогнутого кристалла-анализатора из соотношения (1) следует

$$\begin{aligned} \sin^2 \vartheta &\left( \sin^2 \Phi - 2 \sin \varepsilon \sin \Phi \sin(\Phi + \omega) \right. \\ &\left. - 2 \cos \varepsilon Z_D/R + Z_D^2/R^2 + 1 \right) \\ &= \left[ \cos \alpha (1 - \cos \varepsilon Z_D/R - \sin \varepsilon \sin \Phi \sin(\Phi + \omega)) \right. \\ &\left. - \sin \alpha \sin \Phi \cos(\Phi + \omega) \right]^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Решая уравнение (3) численными методами, нетрудно определить значение угла  $\Phi$  для всех отраженных лучей. Затем, интегрируя по поверхности кристалла-анализатора, можно найти интенсивность отраженного монохроматического излучения в зависимости от  $\Delta\vartheta = \Phi_\lambda - \Phi$ , т.е. инструментальную функцию. Следует заметить, что реальные кристаллы обладают мозаичностью, из-за чего происходит отражение рентгеновских лучей в некоторой области вблизи угла Брэгга, которые дополнительно уширяют линию в спектрометре. Поэтому полная инструментальная функция является математической сверткой двух функций.

В реальном спектрометре размеры кристалла-анализатора относительно круга Роуланда невелики. Испол-

зуя это и пренебрегая в вычислениях высокими порядками малых величин, можно найти приближенное решение уравнения (3)

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &\approx \frac{Y_C^2}{2R^2 \operatorname{tg}(\vartheta + \alpha)} - \frac{Z_D^2 \operatorname{tg} \vartheta}{2R^2 \sin^2(\vartheta + \alpha)} \\ &- \frac{(2Z_C Z_D - Z_C^2 \cos^2(\vartheta + \alpha)) \sin \alpha \cos(\vartheta + \alpha)}{2R^2 \sin^2(\vartheta + \alpha) \cos \vartheta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Сделав небольшие изменения в схеме рис. 1, можно рассчитать аберрации в спектрометре с цилиндрически изогнутым кристаллом-анализатором. Уравнение для аберраций (1) и его приближенное решение приобретают вид

$$\begin{aligned} \sin^2 \vartheta &\left[ \sin^2 \Phi - 2 \sin \Phi \sin(\Phi + \omega) + (Z_D/R - Z_C/R)^2 + 1 \right] \\ &= \left[ \cos \alpha - \sin \Phi \sin(\Phi + \omega + \alpha) \right]^2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta\Phi \approx \frac{Y_C^2}{2R^2 \operatorname{tg}(\vartheta + \alpha)} - \frac{(Z_D - Z_C)^2 \operatorname{tg} \vartheta}{2R^2 \sin^2(\vartheta + \alpha)}. \quad (6)$$

При равенстве  $\alpha = 0$  выражение (6) совпадает с приведенным в [10].

Подобным образом производится расчет аберраций в спектрометре с тороидально изогнутым кристаллом-анализатором. Отражающую поверхность образует окружность радиусом  $R_s$  при вращении вокруг оси  $z$ , причем центр окружности отстоит от оси на расстоянии  $R - R_s$ . Меридианальный радиус  $R$ , как и прежде согласно рис. 1, определяет диаметр фокальной окружности. Уравнение (1) в частном случае  $\alpha = 0$  для тороидально изогнутого кристалла-анализатора имеет вид

$$\begin{aligned} \sin^2 \vartheta &\left[ \sin^2 \Phi - 2 \sin \Phi \sin(\Phi + \omega) - 2 \left\{ (1 - \sin \varepsilon) \right. \right. \\ &\left. \left. \times (1 - \sin \Phi \sin(\Phi + \omega)) + \cos \varepsilon Z_D/R \right\} R_s/R \right. \\ &\left. + 2(1 - \sin \varepsilon) R_s^2/R^2 + Z_D^2/R^2 + 1 \right] \\ &= \left[ \sin \varepsilon (1 - \sin \Phi \sin(\Phi + \omega)) \right. \\ &\left. - \cos \varepsilon Z_D/R + (1 - \sin \varepsilon) R_s/R \right]^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Соответственно смещение луча в спектрометре от тороидально изогнутого кристалла равно

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &\approx \frac{Y_C^2}{2R^2 \operatorname{tg} \vartheta} - \frac{Z_D^2}{R^2 \sin 2\vartheta} + (1/R - 1/R_s) \\ &\times \left[ \frac{Z_C^2 \operatorname{tg} \vartheta}{2R_s} + \frac{2Z_C Z_D - Z_C^2}{R \sin 2\vartheta} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

## Заключение

При современных вычислительных средствах решение тригонометрических уравнений (3), (5), (7) не вызывает затруднений. Однако для быстрой оценки и качественного анализа aberrаций удобны приближенные решения (4), (6), (8).

На рис. 2 показаны aberrации в спектрометре для измерения температуры ионов на термоядерном реакторе по доплеровскому уширению резонансной линии гелиеподобного криптона [6]. Длине волны линии  $\lambda = 0.9454 \text{ \AA}$  в спектрометре отвечает угол Брэгга  $\vartheta = 35.6^\circ$ . При отражающей поверхности  $6 \times 8 \text{ см}$ , изогнутой по радиусу  $R = 6 \text{ м}$ , aberrации соизмеримы с естественным уширением спектральной линии, полуширине которой соответствуют изменения в угле Брэгга  $\Delta\vartheta = \pm 5.6''$ . Зависимость от выбранного кристалла-анализатора очевидна.

В спектрометре со сферически изогнутым кристаллом-анализатором монохроматическое излучение оставляет на детекторе дугообразный след. При равенстве  $\alpha = 0$  ширина следа определяется шириной кристалла-анализатора. Отражающую поверхность можно сузить, и ширина следа уменьшится. Чтобы сохранить светосилу спектрометра, нужно увеличить высоту кристалла-анализатора, которая не влияет на aberrации. Кристалл-анализатор с косым срезом  $\alpha \approx \pi/2 - \vartheta$  также уменьшает aberrации, которые используют для отражений под большим углом Брэгга. Дугообразные искажения в спектрометре можно компенсировать при применении двухкоординатного детектора.

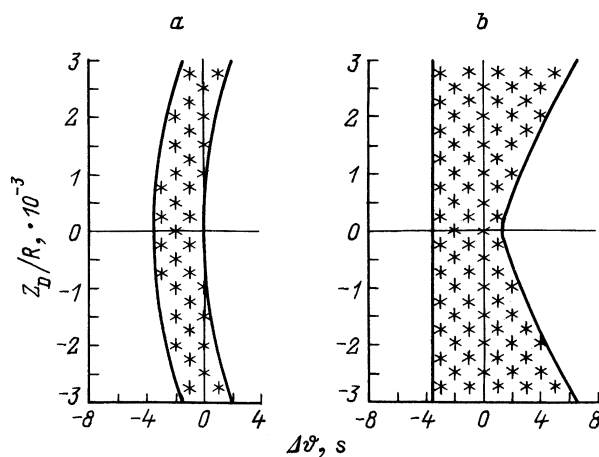
Другого вида aberrации возникают в спектрометре с цилиндрически изогнутым кристаллом-анализатором. Они значительно превышают aberrации сферически изогнутого кристалла-анализатора и особенно велики при большом угле Брэгга. Большие aberrации появляются при значительной расходимости лучей, которые необ-

ходимы для заполнения спектрометра излучением. На практике при диагностике плазмы на токамаке бериллиевое окно как горизонтальная щель ограничивает расходимость лучей, снижая aberrации, но одновременно фактически уменьшает светосилу вдвое или более. Сфера и цилиндр представляют частные случаи тороидальной поверхности, и aberrации в спектрометре с тороидально изогнутым кристаллом-анализатором имеют промежуточные характеристики.

Следует напомнить, что анализ сделан для рентгеновских лучей от протяженного источника. Ход лучей в спектрометре можно обратить и таким образом найти контуры виртуальной диафрагмы, через которую монохроматическое излучение заполняет спектрометр. Рентгеновые лучи точечного источника, помещенного на фокальную окружность, отражает небольшая часть поверхности кристалла-анализатора. Например, на цилиндрической поверхности зона отражения образует X-образный крест (см. также [13]). Апертурные aberrации при локальном источнике зависят от размеров действующей поверхности кристалла-анализатора.

## Список литературы

- [1] Johann H.H. // Z. Phys. 1931. Bd 69. N 3–4. S. 185–206.
- [2] Bitter M., von Goeler S., Horton R. et al. // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42. N 5. P. 304–307.
- [3] Bartiromo R., Bombarda F., Giannela R. et al. // Rev. Sci. Instr. 1989. Vol. 60. N 2. P. 237–243.
- [4] Русаков А.А., Хейкер Д.М., Сазонов Г.Г. // Кристаллография. 1990. Т. 35. № 5. С. 1057–1062.
- [5] Брызгунов В.А., Гильварг А.Б., Свечкопал А.Н. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 6. С. 596–597.
- [6] Bryzgunov V.A., Gil'varg A.B. // 23<sup>rd</sup> EPS Conf. on Contr. Fus. and Plasma Phys. / Ed. D. Gresillon, A. Sitenko, A. Zagorodny. Kiev: EPS, 1996. Vol. 20 c. N 3. P. 1116–1119.
- [7] Young B.K.F., Osterheld A.L., Price D.F. et al. // Rev. Sci. Instr. 1998. Vol. 69. N 12. P. 4049–4053.
- [8] Гильварг А.Б. // БИ. 1977. № 31. С. 185.
- [9] Johansson T. // Z. Phys. 1933. Bd 82. N 7–8. S. 507–528.
- [10] Cauchois Y., Bonnelle C. // Atomic Inner-Shell Processes. / Ed. B. Grasmann. New York: Academic Press, 1975. Vol. 2. P. 83–121.
- [11] Eggs J., Ulmer K. // Z. Angew. Phys. 1966. Bd 20. N 2. S. 118–128.
- [12] Bitter M., Fraenkel B., Hill K.W. et al. // Rev. Sci. Instr. 1995. Vol. 66. N 1. P. 530–532.
- [13] Дуцман С.А. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1960. Т. 24. № 4. С. 376–379.



**Рис. 2.** Апертурные aberrации квазимонохроматической спектральной линии  $\lambda = 0.9454 \text{ \AA}$  в спектрометре со сферически (а) и цилиндрически (б) изогнутым кристаллом-анализатором.