

01;05;09

## Интермодуляция в резонаторах сверхвысокой частоты на основе высокотемпературных сверхпроводников

© Е.А. Вopilкин, А.Е. Парафин, А.Н. Резник

Институт физики микроструктур РАН,  
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 23 июня 1998 г. В окончательной редакции 22 января 1999 г.)

Теоретически исследована генерация комбинационной частоты (интермодуляция) в сверхпроводниковых СВЧ резонаторах, обусловленная нелинейностью ВТСП. Получено общее соотношение, связывающее мощность сигнала интермодуляции с электродинамическими характеристиками резонатора, физическими параметрами ВТСП и интенсивностью волн накачки. На основе имеющихся в литературе данных оценен параметр, характеризующий нелинейность ВТСП. Проанализированы перспективы использования различных типов резонаторов для диагностики нелинейности ВТСП.

### Введение

В последние годы заметно возрос интерес к исследованиям нелинейных СВЧ свойств высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). Причины этого интереса связаны, во-первых, с перспективами применения ВТСП в устройствах СВЧ электроники, во-вторых, с задачами контроля качества ВТСП пленок, в-третьих, с фундаментальными проблемами физики сверхпроводников. Одним из физических эффектов, часто используемых в качестве теста на нелинейность, является интермодуляция (ИМ), или генерация<sup>1</sup> комбинационной частоты  $2\omega_1 - \omega_2$  при воздействии на ВТСП волн накачки с частотами  $\omega_{1,2}$  [1–3]. Тест на ИМ является наиболее чувствительным по амплитуде переменного магнитного поля [2], что позволяет осуществлять диагностику при сравнительно низких СВЧ мощностях. Для исследования ИМ применяются СВЧ резонаторы различных типов: полосковые [1,3] или объемные [2], а нелинейность ВТСП характеризуется зависимостью выводимой мощности на комбинационной частоте  $P_{\text{ИМ}}$  от подводимой мощности волн накачки  $P_{\text{ин}}$ , т.е.  $P_{\text{ИМ}}(P_{\text{ин}})$  (обычно  $P_{\text{ин}}^{\omega_1} = P_{\text{ин}}^{\omega_2} = P_{\text{ин}}$ ). При достаточно слабых сигналах  $P_{\text{ИМ}} \sim P_{\text{ин}}^3$ . Очевидно, что зависимость  $P_{\text{ИМ}}(P_{\text{ин}})$  определяется в значительной мере не только внутренними свойствами ВТСП, но также и электродинамическими характеристиками использованного резонатора. Указанное обстоятельство затрудняет исследования, если требуется сделать вывод о механизме нелинейности ВТСП или сравнить качество сверхпроводниковых пленок, протестированных с помощью разных резонаторов. В этих целях необходимо развить теорию интермодуляции, которая бы позволила из экспериментально полученной зависимости  $P_{\text{ИМ}}(P_{\text{ин}})$  определить физический параметр ВТСП, ответственный за нелинейные эффекты в СВЧ устройствах и не зависящий от характеристик диагностической системы. От-

метим, что для частного случая полоскового резонатора подобные задачи решались в [6,7]. В данной работе мы рассмотрим задачу с общих позиций безотносительно к конкретному типу резонатора. Будет также проведен сравнительный анализ эффективности различных типов резонаторов для ИМ диагностики ВТСП.

С недавнего времени для исследований ВТСП начали применяться ближнепольные микроскопы (БМ) [8–10] СВЧ диапазона. Примером подобного устройства служит коаксиальный резонатор [10], центральный проводник которого находится в контакте с ВТСП пленкой. Главным свойством БМ является независимость разрешающей способности от длины волны  $\lambda$ . Так, в работе [10] при  $\lambda \approx 25$  см достигнуто разрешение  $\sim 1 \mu\text{m}$ . В работах [8–10] БМ применялись для диагностики линейных СВЧ свойств ВТСП. Здесь мы проанализируем перспективы применения БМ для исследований нелинейности ВТСП.

### Электродинамические характеристики резонаторов

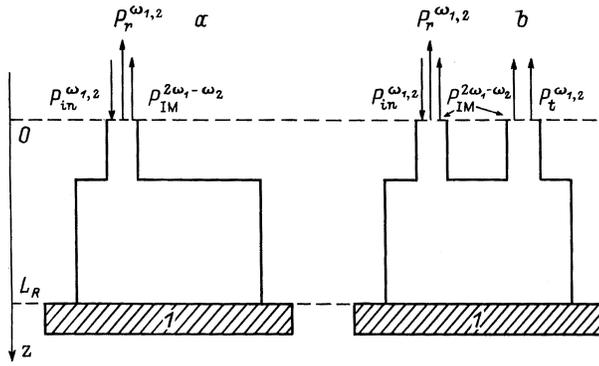
Для дальнейшего анализа нам потребуются некоторые определения и соотношения из теории резонаторов, являющиеся общими для всех типов устройств. Рассмотрим резонаторы двухполюсник и четырехполюсник, схематически показанные на рис. 1.

а) Резонатор-двухполюсник (рис. 1, а). Подводимое по волноводу излучение возбуждает через элемент связи соответствующую моду резонатора и частично отражается обратно в волновод, а частично поглощается стенками резонатора. Нагруженная добротность резонатора  $Q_L$  определяется как

$$Q_L = \frac{Q_C}{(1 + \beta)}, \quad (1)$$

где  $Q_C$  — собственная добротность, связанная с омическими потерями в стенках;  $\beta$  — параметр связи, причем  $\beta = 1$  отвечает критической связи.

<sup>1</sup> С физической точки зрения этот эффект аналогичен генерации 3-й гармоники, которая также наблюдалась в ряде работ, посвященных исследованию нелинейности ВТСП [4,5]. Однако здесь мы для определенности будем говорить только об интермодуляции.



**Рис. 1.** Схема измерения ИМ: *a* — резонатор-двухполосник, *b* — четырехполосник.

Запасенная в резонаторе энергия электромагнитного поля  $W$  выражается через подводимую мощность на резонансной частоте  $\omega$  соотношением

$$W = \omega^{-1} P_{in} Q_C \frac{4\beta}{(1 + \beta)^2}. \quad (2)$$

Коэффициенты отражения и поглощения резонатора, определяемые через отраженную и диссипируемую мощность  $P_r$ ,  $P_d$ , соответственно равны

$$\frac{P_r}{P_{in}} = \frac{(1 - \beta)^2}{(1 + \beta)^2}, \quad \frac{P_d}{P_{in}} = \frac{4\beta}{(1 + \beta)^2}. \quad (3)$$

Критической связи  $\beta = 1$  отвечает безотражательный режим возбуждения резонатора. При этом величина запасенной энергии  $W$  для заданной  $P_{in}$  максимальна, а вся подводимая мощность поглощается.

Омическая добротность резонатора связана с поверхностным сопротивлением материала стенок  $R_S$

$$Q_C = GR_S^{-1}, \quad (4)$$

а максимальное значение амплитуды магнитного поля  $H_m$  на стенке — с энергией  $W$

$$H_m = \eta_H \sqrt{\omega W} = \eta_H \frac{2\sqrt{\beta}}{1 + \beta} \sqrt{P_{in} Q_C}. \quad (5)$$

В формулах (4), (5)  $G$  — геометрический фактор,  $\eta_H$  — полевой фактор. Параметры  $G$ ,  $\eta_H$  определяются пространственной структурой электромагнитного поля в возбуждаемой моде и могут быть выражены через геометрические характеристики каждого конкретного резонатора.

б) Резонатор-четыреполосник (рис. 1, б) Для таких резонаторов подаваемое на вход излучение в некоторой пропорции передается в выходной волновод, поглощается в резонаторе и отражается обратно во входной волновод. Основные характеристики резонатора можно получить, используя  $S$ -параметры [11],

$$S_{11} = 1 - \frac{2\beta_1}{1 + \beta_1 + \beta_2}, \quad S_{12} = \frac{2\sqrt{\beta_1\beta_2}}{1 + \beta_1 + \beta_2}, \quad (6)$$

где  $\beta_{1,2}$  — коэффициенты связи на входе и выходе соответственно.

Рассмотрим резонатор с симметричными входом и выходом  $\beta_1 = \beta_2 = (1/2)\beta$ . Тогда энергетические коэффициенты отражения, прохождения и поглощения представляются в виде

$$\begin{aligned} \frac{P_r}{P_{in}} &= \frac{1}{(1 + \beta)^2} = (1 - r_\nu)^2, \\ \frac{P_t}{P_{in}} &= \frac{\beta^2}{(1 + \beta)^2} = r_\nu^2, \\ \frac{P_d}{P_{in}} &= \frac{2\beta}{(1 + \beta)^2} = 2r_\nu(1 - r_\nu), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $r_\nu$  — коэффициент передачи по полю, использованный в работах [1,12] вместо  $\beta$ .

Выражение для добротности  $Q_C$  совпадает с (4), а максимальное поле

$$H_m = \eta_H \frac{\sqrt{2\beta}}{1 + \beta} \sqrt{Q_C P_{in}} = \eta_H \sqrt{2r_\nu(1 - r_\nu) Q_C P_{in}}. \quad (8)$$

Таким образом, для четырехполосников критической связи ( $\beta = 1$ ,  $r_\nu = 1/2$ ) отвечает максимальная величина  $H_m$ , при этом  $(1/2)P_{in}$  поглощается в резонаторе, а по  $(1/4)P_{in}$  отражается и проходит на выход.

## Нелинейный отклик резонатора

Рассмотрим ИМ диагностику ВТСП с помощью резонатора-двухполосника. Схематически процесс измерений показан на рис. 1, а. ВТСП пленка служит одной из проводящих стенок резонатора, и только эта пленка является источником нелинейных волн. Сигналы накачки на частотах  $\omega_{1,2}$  имеют одинаковые мощности  $P_{in}$ . Частоты  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $2\omega_1 - \omega_2$  лежат в пределах полосы одной моды резонатора, т.е.  $2(\omega_1 - \omega_2)/\omega_1 \ll Q_L^{-1}$ . В резонаторе на поверхности ВТСП возбуждаются на каждой частоте  $\omega_{1,2}$  магнитное и электрическое поля, тангенциальные компоненты которых равны

$$\begin{aligned} H_R(\mathbf{r}) &= H_R^m \varphi_R^H(\mathbf{r}), \\ E_R(\mathbf{r}) &= Z_S H_R(\mathbf{r}) = Z_S H_R^m \varphi_R^H(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $H_R^m$  — максимальное значение амплитуды поля  $H_R$ ;  $Z_S$  — поверхностный импеданс ВТСП;  $\varphi_R^H(\mathbf{r})$  — собственная функция соответствующей моды резонатора, нормированная так, что  $(\varphi_R^H)_{\max} = 1$ .

В формулах (9) без ограничения общности конечных результатов полагаем каждое поле ориентированным вдоль одной из ортогональных координат, а амплитуду  $H_R$  считаем действительной. Электромагнитные поля резонатора (9) с частотами  $\omega_{1,2}$  возбуждают нелинейный электрический ток интермодуляции с полностью  $j_{IM}^e(z, \mathbf{r}) \exp(i(2\omega_1 - \omega_2)t)$ , который считаем ориентированным вдоль  $E_R$ . Введем поверхностный электрический ток ИМ, комплексную амплитуду которого определим как  $\xi_{IM}^e(\mathbf{r}) = \int_0^t j_{IM}^e(z, \mathbf{r}) dz$ , где  $t$  — толщина ВТСП. Ток

$\xi_{\text{IM}}^e$  связан с магнитными полями накачек на поверхности ВТСП соотношением

$$\xi_{\text{IM}}^e(\mathbf{r}) = \alpha [H_R^{\omega_1}(\mathbf{r})]^2 [H_R^{\omega_2}(\mathbf{r})]^* = \alpha (H_R^m)^3 [\varphi_R^H(\mathbf{r})]^3. \quad (10)$$

Формула (10) является универсальной (т.е. не зависящей от конкретного механизма нелинейности) для нелинейной хорошо проводящей среды, если эта среда обладает следующими общими свойствами: 1) тензор проводимости диагонален, причем в горизонтальной плоскости среда изотропна; 2) поперечный масштаб изменения поля  $H_R$ , определяемый функцией  $\varphi_R^H(\mathbf{r})$ , намного превосходит соответствующий масштаб вдоль  $z$  — глубину скин-слоя, в этом случае электрическое и магнитное поля на поверхности ВТСП на всех частотах связаны импедансным граничным условием (9); 3) нелинейность является локальной, т.е. в материальном уравнении среды плотность тока в некоторой точке зависит от поля только в той же точке. С учетом этих условий коэффициент  $\alpha$  в (10) определяется только электромагнитными свойствами ВТСП и механизмом нелинейности, который мы в данной работе не конкретизируем. В соответствии с (10) можно определить характеристическое магнитное поле СВЧ по ИМ как  $H_c^{\text{IM}} = |\alpha|^{-1/2}$ , которому отвечает плотность СВЧ тока  $j_c^{\text{IM}} \approx H_c^{\text{IM}}/t$ , если лондоновская глубина проникновения электромагнитного поля в ВТСП  $\Lambda \geq t$ . В данной работе развивается подход, согласно которому из измерений  $P_{\text{IM}}$  определяются параметры  $H_c^{\text{IM}}$  или  $j_c^{\text{IM}}$ . Эти параметры играют ту же роль, что и критические величины  $j_c$ ,  $H_c$  по постоянному току и полю, т.е. характеризуют физические свойства ВТСП и не зависят от конкретной диагностической системы. Реализация данного подхода позволит сопоставлять нелинейные свойства пленок, протестированных с помощью различных диагностических систем. Измерение параметров  $H_c^{\text{IM}}$ ,  $j_c^{\text{IM}}$  важно также и для изучения механизмов СВЧ нелинейности.

Будем рассматривать случай слабой нелинейности, когда доминирующую роль при генерации сигнала ИМ играет четырехволновое взаимодействие. В этом случае  $\xi_{\text{IM}}^e \ll H_R$ , а задача о возбуждении нелинейного тока может быть решена по теории возмущений. В таком приближении мощность ИМ сигнала  $P_{\text{IM}}$ , посылаемого в подводную линию, рассчитывается на основе линейной теории излучения заданного стороннего тока в резонаторе. С этой целью воспользуемся теоремой взаимности для полей ИМ и волны накачки, а также соответствующих им токов в некотором сечении волновода  $z = 0$  и на поверхности ВТСП  $z = L_R$  (см. рис. 1, а). Тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей накачки при  $z = 0$  выражаются через максимальные амплитуды  $H_{\text{in}}$ ,  $E_{\text{in}} = Z_V H_{\text{in}}$  полей падающей волны как

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}) &= Z_V H_{\text{in}}(1 + r_0)\varphi_V^E(\mathbf{r}), \\ H(\mathbf{r}) &= H_{\text{in}}(1 - r_0)\varphi_V^H(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $Z_V$  — волновой импеданс волновода,  $r_0$  — коэффициент отражения по полю,  $\varphi_V^{E,H}(\mathbf{r})$  — нормированные

собственные функции соответствующей моды волновода. Поля (11) считаем ориентированными вдоль одной из ортогональных координат каждое. В соответствии с общим подходом к задачам об излучении [13] полям  $E(\mathbf{r})$ ,  $H(\mathbf{r})$  ставятся в соответствие амплитуды сторонних поверхностных токов  $\xi_{e,m}$  (индексы  $e, m$  отвечают электрическому и магнитному токам) в сечении волновода  $z = 0$

$$\xi_m(\mathbf{r}) = E(\mathbf{r}), \quad \xi_e(\mathbf{r}) = H(\mathbf{r}). \quad (12)$$

Каждой из токов (12) возбуждает соответствующую ему часть полного электрического поля (9) на поверхности ВТСП в резонаторе, т.е.

$$E_R(\mathbf{r}) = E_R^e(\mathbf{r}) + E_R^m(\mathbf{r}). \quad (13)$$

Применяя теорему взаимности, имеем

$$\begin{aligned} \int_{S_V} \xi_m(\mathbf{r}) H_{\text{IM}}(\mathbf{r}) ds &= \int_{S_R} \xi_{\text{IM}}^e(\mathbf{r}) E_R^m(\mathbf{r}) ds, \\ \int_{S_V} \xi_e(\mathbf{r}) E_{\text{IM}}(\mathbf{r}) ds &= \int_{S_R} \xi_{\text{IM}}^e(\mathbf{r}) E_R^e(\mathbf{r}) ds, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $S_V, S_R$  — площади сечения волновода и ВТСП стенки резонатора соответственно.

Просуммируем (14), принимая во внимание следующие соотношения:

$$H_{\text{IM}}(\mathbf{r}) = H_{\text{IM}}^m \varphi_V^H(\mathbf{r}),$$

$$E_{\text{IM}}(\mathbf{r}) = E_{\text{IM}}^m \varphi_V^E(\mathbf{r}) = Z_V H_{\text{IM}}^m \varphi_V^E(\mathbf{r}). \quad (15)$$

После суммирования с учетом (9)–(13) получим

$$\begin{aligned} \alpha Z_S (H_R^m)^4 \int_{S_R} [\varphi_R^H(\mathbf{r})]^4 ds &= 2Z_V H_{\text{in}} H_{\text{IM}}^m \\ &\times \int_{S_V} \varphi_V^E(\mathbf{r}) \varphi_V^H(\mathbf{r}) ds. \end{aligned} \quad (16)$$

Введем следующие характеристики волновода и резонатора:

$$S_V^{ef} = \int_{S_V} \varphi_V^E(\mathbf{r}) \varphi_V^H(\mathbf{r}) ds \quad (17)$$

— эффективная площадь сечения волновода,

$$S_R^{ef} = \int_{S_R} [\varphi_R^H(\mathbf{r})]^2 ds \quad (18)$$

— эффективная площадь ВТСП стенки резонатора,

$$\gamma = [S_R^{ef}]^{-1} \int_{S_R} [\varphi_R^H(\mathbf{r})]^4 ds \quad (19)$$

— коэффициент возбуждения соответствующей моды резонатора нелинейным током.

**Таблица 1.** Характеристики резонаторов ( $u = (d/\pi w) |\ln(2\pi\zeta/d)|$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{ м}^{-1}$ )

Тип резонатора, возбуждаемая мода	$S_R^{ef}$	$G$	$\eta_H$	$\gamma$
Цилиндрический, $TE_{011}$	$\pi R^2 \frac{J_0^2(A_{01})}{(J_1^m)^2}$	$\frac{\omega\mu_0 L}{2} \frac{1 + \left(\frac{A_{01}L}{\pi R}\right)^2}{1 + \frac{L}{R} \left(\frac{A_{01}L}{\pi R}\right)^2}$	$\sqrt{\frac{4 \left[1 + \left(\frac{A_{01}L}{\pi R}\right)^2\right]^{-1}}{\omega\mu_0 L S_R^{ef}}}$	0.252
Коаксиальный, $TEM$	$2\pi\rho^2 \ln(R/\rho)$	$\omega\mu_0\rho \ln(R/\rho)$	$\sqrt{\frac{4}{\omega\mu_0 L S_R^{ef}}}$	$\frac{1}{2 \ln(R/\rho)}$
Полосковый, $TEM$	$\frac{\zeta L w}{\pi d} (1+u)$	$\frac{\omega\mu_0 d}{2(1+u)}$	$\sqrt{\frac{1+u}{\pi^2 \omega\mu_0 d S_R^{ef}}}$	$\frac{3d}{4\pi w} \frac{1 + \frac{2\pi^2 \zeta w}{d^2} (1+u)}{(1+u)}$

За счет того что пространственная структура тока (10) не совпадает с собственной функцией моды  $\varphi_R^H(\mathbf{r})$ , коэффициент  $\gamma < 1$ . Выразим в (16) поля  $H_{IM}^m$ ,  $H_{in}$  через соответствующие мощности

$$P_{in} = (1/2)S_V^{ef} Z_V H_{in}^2, \quad P_{IM} = (1/2)S_V^{ef} Z_V |H_{IM}|^2. \quad (20)$$

Тогда, принимая во внимание связь поля  $H_R^m$  с подводимой мощностью  $P_{in}$  (5), из (16) найдем мощность сигнала ИМ, излучаемую из резонатора в волновод,

$$P_{IM} = (2H_c^{IM})^{-4} \gamma^2 (S_R^{ef})^2 |Z_S|^2 \eta_H^8 \left(\frac{2\sqrt{\beta}}{1+\beta}\right)^8 Q_C^4 P_{in}^3. \quad (21)$$

Аналогичным образом может быть исследован и резонатор-четыреполюсник (рис. 1, b). В этом случае выражение для  $P_{IM}$  в окончательном виде совпадает с (21) с точностью до замены  $2\sqrt{\beta}/(1+\beta) \rightarrow \sqrt{2\beta}/(1+\beta) = \sqrt{2r_\nu/(1-r_\nu)}$ .

Итак, полученное соотношение (21) решает поставленную задачу — выразить мощность  $P_{IM}$  через параметры резонатора  $\gamma$ ,  $S_R^{ef}$ ,  $\eta_H$ ,  $\beta$ ,  $Q_C$  и характеристики собственно ВТСП пленки  $|Z_S|$ ,  $H_c^{IM}$ . Формула (21) позволяет по измеренной величине  $P_{IM}$  определить параметры  $H_c^{IM}$  или  $j_c^{IM}$ , которые характеризуют нелинейность ВТСП безотносительно к конкретной диагностической системе. Этот подход целесообразно использовать при тестировании качества ВТСП пленок и при изучении механизма нелинейности, с которым непосредственно связаны величины параметров  $H_c^{IM}$ ,  $j_c^{IM}$ , а также их температурные и частотные зависимости. Заметим, что в настоящее время еще не сложилось единого мнения относительно этого механизма (см., например, [14]). Из формулы (21) следует первый очевидный вывод, что измерения ИМ выгоднее производить при критическом параметре связи  $\beta = 1$ , так как в этом случае  $P_{IM}$  максимальна, причем для резонатора-четыреполюсника  $P_{IM}$  оказывается при прочих равных условиях в  $2^4$  раза меньше, чем для двухполюсника.

### Параметры резонаторов

Приведем выражения для параметров, вошедших в формулу (21), для нескольких типов резонаторов, наиболее часто используемых в практике диагностики ВТСП. Полученные соотношения сведены в табл. 1. Рассматривались следующие резонаторы и возбуждаемые в них моды:

а) Цилиндрический резонатор, мода  $TE_{011}$ . Резонаторы этого типа, а также близкие по структурам полей диэлектрические резонаторы применялись в работах [2,15–17]. Пространственная структура магнитного поля в цилиндрических координатах имеет вид

$$H_r(r, z) = H_m \frac{J_1(\chi r)}{J_1^m} \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right), \quad (22)$$

$$H_z(r, z) = \frac{A_{01}L}{\pi R} H_m \frac{J_0(\chi r)}{J_1^m} \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right), \quad (23)$$

где  $J_{0,1}(x)$  — функции Бесселя нулевого и первого порядков;  $J_1^m$  — максимальное значение функции  $J_1(x)$ ;  $L, R$  — высота и радиус основания цилиндра;  $\chi = A_{01}/R$ ;  $A_{01} \approx 3.832$  — корень уравнения  $J_1(x) = 0$ .

При выводе выражения для геометрического фактора  $G$  в табл. 1 мы полагали, что резонатор выполнен из нормального металла, за исключением одной торцевой стенки, в качестве которой служит ВТСП пленка, имеющая пренебрежимые омические потери.

б) Коаксиальный резонатор, мода  $TEM$ . Эти резонаторы используются в ближнеполюсных микроскопах [9,10] для диагностики линейных СВЧ свойств ВТСП. Поскольку подобные системы представляются весьма перспективными и для исследований нелинейности ВТСП, включим их в рассмотрение. Считаем, что резонатор выполнен по типу [10]. ВТСП пленка является торцевой стенкой резонатора и находится в проводящем контакте с тонким центральным проводником коаксиала, выполненным из нормального металла (контакт может быть омическим, емкостным или индуктивным). Магнит-

ное поле имеет структуру

$$H_\alpha(r, z) = H_m \left( \frac{\rho}{r} \right) \cos \left( \frac{\pi}{L} z \right) \quad (24)$$

при  $\rho \leq r \leq R$ , где  $\rho, R$  — радиусы внутренней и внешней проводящих поверхностей коаксиала,  $L$  — его длина. В приведенных в табл. 1 соотношениях предполагалось, что  $\rho \ll R$ . Тогда потери в резонаторе определяются только поглощением в нормально-металлическом центральном проводнике.

в) Полосковый резонатор, *ТЕМ*-мода. Рассмотрим резонатор, аналогичный по конструкции исследованному в [1,12,18], который представляет собой полуволновой отрезок симметричной полосковой линии с проводящими поверхностями (узким центральным полоском и широкими экранами) из ВТСП. Структура магнитного поля резонатора в прямоугольной системе координат, начало которой находится в центре полоска, представляется в виде

$$\mathbf{H}(x, y, z) = [H_x(x, y)\mathbf{x}^0 + H_y(x, y)\mathbf{y}^0] \cos \left( \frac{\pi}{L} z \right), \quad (25)$$

где  $L$  — длина отрезка линии вдоль продольной координаты  $z$ .

Основные трудности при расчете поперечной структуры поля  $H_{x,y}(x, y)$  в таком резонаторе связаны с резким нарастанием поля на краях полоска (краевой эффект), для строгого учета которого приходится применять довольно сложные численные алгоритмы [18]. В данной работе мы ограничимся приближенными оценками характеристик резонатора. Будем считать, что ширина  $w$  и толщина  $d$  линии находятся в соотношении  $d \ll w$ , а при расчете краевого эффекта используем приближение, предложенное в работе [19]. В этом приближении поперечную структуру поля на поверхности полоска можно представить в виде [20]

$$H_y(x, y = 0) = 0,$$

$$H_x(x, y = 0) = \begin{cases} H_m \varphi_H(x), & 0 \leq |x| \leq w/2 - \zeta, \\ H_m \varphi_H(w/2 - \zeta), & w/2 - \zeta < |x| \leq w/2, \end{cases} \quad (26)$$

где  $\zeta = 2\Lambda^2/t$ ,  $\Lambda$  — лондоновская глубина проникновения поля в ВТСП,  $t$  — толщина сверхпроводящего полоска,

$$\varphi_H(x) = \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\pi\zeta/d)}{1 - \exp(-2\pi(w/2 - |x|)/d)}}. \quad (27)$$

## Интермодуляция в ВТСП резонаторах

Прежде всего оценим величину параметра  $H_c^{IM}$  в (21) на основе опубликованных экспериментальных данных. В частности, в [2,15] использовался диэлектрический резонатор-четыреполюсник на моде  $TE_{011}$  в диапазоне 19 GHz с параметрами  $\eta_H = 11.6 A/(m\sqrt{W})$ ,  $Q_C = 2 \cdot 10^6$

при температуре  $T \approx 4K$ ,  $S_R^{ef} \approx 5.3 \cdot 10^{-6} m^2$ . На одном из участков приведенной в [2] зависимости  $P_{IM}(P_{in})$ , где  $P_{IM} \sim P_{in}^3$ , для  $P_{in} \approx 3 \cdot 10^{-2} W$  получено  $P_{IM} \approx 1.2 \cdot 10^{-9} W$ , при этом магнитное поле в резонаторе достигало величины  $H_m \approx 5.6 \cdot 10^2 A/m$ , из чего можно, используя (5), получить оценку  $\beta \approx r_v \approx 0.02$ . Заметим еще, что  $|Z_S|$  ВТСП в диапазоне температур от жидкого гелия до азота и для интересующего нас диапазона частот  $f = \omega/2\pi < 50 GHz$  определяется своей мнимой частью, которую можно оценить как  $|Z_S| \approx \mu_0 \omega \Lambda(T) \approx 1.5 \cdot 10^{-2} \Omega$ . Полагая в (21)  $\gamma = 0.252$  (табл. 1), получим характеристическое магнитное поле  $H_c^{IM} \approx 1.6 \cdot 10^4 A/m$ . Такому полю отвечает плотность тока  $j_c^{IM} = H_c^{IM}/t \approx 10^7 A/cm^2$  при толщине ВТСП пленки  $t \approx 1.6 \cdot 10^{-7} m$ . Обращает на себя внимание хорошее соответствие сделанной оценки  $j_c^{IM}$  величине критической плотности постоянного тока  $j_c$  для качественных ВТСП пленок. Вероятно, такое совпадение может свидетельствовать об общности механизмов резистивности и СВЧ нелинейности ВТСП.

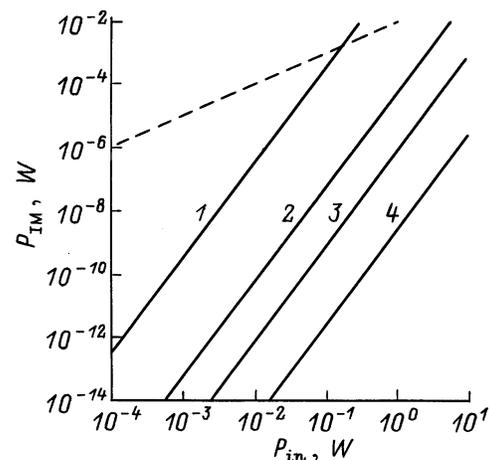
Полученная оценка параметра  $H_c^{IM}$  использована для расчета ожидаемых в резонаторах разных типов зависимостей  $P_{IM}(P_{in})$ , которые в соответствии с (21) представим в виде

$$P_{IM} = P_{in}^3 / P_c^2.$$

Здесь мощность

$$P_c = \left[ (2H_c^{IM})^{-2} \gamma S_R^{ef} |Z_S|^4 \eta_H^4 \left( \frac{2\sqrt{\beta}}{1+\beta} \right)^4 Q_C^2 \right]^{-1} \quad (28)$$

представляет собой характерную для каждой конкретной системы критическую величину  $P_{in}$ , при которой достигается равенство  $P_{IM} = P_{in} = P_c$ . Данное равенство, естественно, надо рассматривать как условие, поскольку зависимость (21) получена при  $P_{IM} \ll P_{in}$ . Результаты расчетов показаны на рис. 2, где для сравнения



**Рис. 2.** Зависимости  $P_{IM}(P_{in})$  для ВТСП резонаторов (1) следующих типов: 1 — полосковый; 2 — диэлектрический из работ [2,5]; 3 — коаксиальный; 4 — цилиндрический. Штриховая линия — зависимость  $P_r = 10^{-2} P_{in}$ .

**Таблица 2.** Параметры резонаторов, использованные в расчетах

Резонатор	Полосковый	Цилиндрический	Коаксиальный
$S_R^{ef}, \text{m}^2$	$5.3 \cdot 10^{-9}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$2.9 \cdot 10^{-7}$
$G, \Omega$	2.8	$7.1 \cdot 10^2$	36
$Q_C$	$2.8 \cdot 10^3$	$7.1 \cdot 10^4$	$3.6 \cdot 10^3$
$\gamma$	$7.6 \cdot 10^{-2}$	0.25	0.11
$\eta_H, A/(m\sqrt{W})$	$1.8 \cdot 10^3$	1.2	$1.1 \cdot 10^2$
$\beta$	1	1	1
$P_c, \text{W}$	1.8	$1.9 \cdot 10^4$	$1.1 \cdot 10^3$

(кривая 2) приведена соответствующая зависимость из работы [2]. Все расчеты выполнены в диапазоне частот  $f = 10 \text{ GHz}$ , для которого поверхностное сопротивление меди  $R_S^{\text{Cu}} \approx 10^{-2} \Omega$ , ВТСП —  $R_S^{\text{SC}} \approx 10^{-3} \Omega$  ( $R_S^{\text{Cu}}$  использовалось для расчета добротности  $Q_C$  цилиндрического и коаксиального резонаторов, а  $R_S^{\text{SC}}$  — полоскового),  $|Z_S| \approx 1.6 \cdot 10^{-2} \Omega$  ( $T = 77 \text{ K}$ ). Во всех случаях принято критическое значение параметра связи  $\beta = 1$ . Цилиндрический и коаксиальный резонаторы полагались двухполюсниками, а полосковый — четырехполюсником. Значения  $P_c$  для рассматривавшихся резонаторов вместе с параметрами, определяющими  $P_c$  согласно (28), приведены в табл. 2. Кратко охарактеризуем каждую из систем с точки зрения ее эффективности для диагностики нелинейных свойств ВТСП.

Для полоскового резонатора расчеты выполнены при следующих значениях параметров:  $d = 10^{-4} \text{ m}$ ,  $w = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ,  $L = 10^{-2} \text{ m}$ ,  $t = \Lambda = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ , диэлектрическая проницаемость заполнения  $\varepsilon = 10$ . Как видно из рис. 2 (кривая 1) и табл. 2, в полосковых резонаторах реализуются наименьшие величины  $P_c$  из всех рассмотренных здесь систем, т. е. при одинаковых  $P_{\text{in}}$  в этих резонаторах генерируются наибольшие мощности сигнала ИМ. Это связано с отмеченным выше краевым эффектом. Усиление поля на краях полосков резко снижает эффективную поверхность  $S_R^{ef}$  и повышает полевой фактор  $\eta_H$  (табл. 2). Сделанный вывод подтверждается результатами экспериментальных исследований [1,3], где ИМ наблюдалась уже при  $P_{\text{in}} \sim 10^{-8} - 10^{-5} \text{ W}$ . Тем не менее полосковые резонаторы нельзя признать оптимальными системами для диагностики нелинейности ВТСП. Недостатком здесь является то, что объектом исследования служит изделие из ВТСП, в котором первичная пленка подвергается обработке. Кроме того, диагностируются только небольшие участки на краях пленок, где происходит локальное усиление поля. Эти участки жестко привязаны к конструкции конкретного резонатора, к тому же именно вблизи краев следует ожидать наибольшего воздействия на свойства ВТСП при структурировании.

Рассматривая цилиндрический резонатор, обратим прежде всего внимание на существование оптимального отношения  $L/R = \nu$ , при котором  $P_{\text{IM}}$  максимальна.

В соответствии с (21) и соотношениями из табл. 1  $P_{\text{IM}} \sim \Psi^4(\nu)$ , где  $\Psi(\nu) = \nu / [\sqrt{1 + k^2\nu^2(1 + k^2\nu^3)}]$ ,  $k = A_{01}/\pi \approx 1.22$ . Функция  $\Psi(\nu)$  имеет максимум при  $\nu \approx 0.6$ . Расчеты (кривая 4 на рис. 2) выполнены для такого оптимального резонатора без диэлектрического заполнения с размерами  $L = 1.8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ ,  $R = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . Из результатов расчетов на рис. 2 следует, что измерение  $P_{\text{IM}}$  в цилиндрическом резонаторе из нормального металла требует больших СВЧ мощностей  $P_{\text{in}}$ . Примем во внимание, что даже для согласованного резонатора ( $\beta \approx 1$ ), как правило, не удается полностью избавиться от отражения волн накачки  $P_r^{\omega_{1,2}}$ . Отметим также, что высокая добротность резонатора  $Q_L > 10^4$  (табл. 2) накладывает требования на взаимное расположение частот  $\omega_1, \omega_2, 2\omega_1 - \omega_2$ , которые должны находиться в узкой полосе  $\Delta\omega < 10^{-5}\omega_{1,2}$ . Указанное условие делает практически невозможной фильтрацию отраженных сигналов  $P_r^{\omega_{1,2}}$  без подавления полезного сигнала  $P_{\text{IM}}$ . В таких условиях чувствительность измерительных приборов по  $P_{\text{IM}}$  ограничена некоторым фиксированным уровнем относительно  $P_r$ , который для современных устройств составляет  $\sim -70 \text{ dB}$  [1,2]. Полагая  $P_r = 10^{-2}P_{\text{in}}$  и пользуясь результатами расчетов на рис. 2, приходим к выводу, что исследования ИМ с помощью цилиндрических резонаторов возможны при  $P_{\text{in}} > 1 \text{ W}$ . Кроме высоких мощностей подобные резонаторы требуют больших размеров ВТСП пленок, диаметр которых составляет для рассматриваемого устройства  $\sim 6 \text{ cm}$ . Уменьшение диаметра за счет увеличения  $L/R$  приведет к нарушению условия оптимальности и, следовательно, к росту  $P_c$ . Например, при диаметре  $\sim 4 \text{ cm}$  мощность  $P_c$  возрастет более чем в 50 раз. Диагностические возможности подобных резонаторов могут быть улучшены за счет ряда модернизаций, использованных в [2,15]. В этом устройстве применено диэлектрическое заполнение, что привело к снижению  $S_R^{ef}$  и повышению  $\eta_H$ . Кроме того, добротность резонатора была увеличена на  $2 \cdot 10^6$  за счет использования оболочки из низкотемпературного сверхпроводника и охлаждения системы до гелиевых температур. Указанные модернизации позволили снизить критическую мощность до  $P_c \sim 1.4 \cdot 10^2 \text{ W}$  (рис. 2, кривая 2), но значительно увеличили стоимость устройства и сложность его эксплуатации.

Интересные перспективы для диагностики нелинейности ВТСП имеют коаксиальные резонаторы, используемые по принципу ближнепольного СВЧ микроскопа [9,10]. Подобные устройства обладают высокой разрешающей способностью, поскольку  $S_R^{ef}$  определяется главным образом диаметром центрального проводника  $\rho$  (табл. 1), который может быть сделан достаточно малым вплоть до микронных размеров. При этом система свободна от перечисленных выше недостатков полосковых резонаторов. Важное следствие формулы (21) и приведенных в табл. 1 характеристик заключается в том, что мощность  $P_{\text{IM}}$ , излучаемая коаксиальным резонатором, не зависит от его геометрических параметров

$\rho$ ,  $R$ , если  $\rho \ll R$ . Расчеты на рис. 2 (кривая 3) и в табл. 2 выполнены для  $\rho = 10^{-4}$  м,  $R/\rho = 10^2$ ,  $L = 1.5 \cdot 10^{-2}$  м. Видно, что по величине  $P_c$  коаксиальный резонатор занимает промежуточное положение между полосковым и цилиндрическим. Преимуществом этой системы по сравнению с цилиндрическим резонатором является то, что большие величины  $P_{IM}$  достигаются при более чем на порядок меньших добротностях. Данное обстоятельство позволяет изменить схему регистрации  $P_{IM}$  за счет использования фильтров на частоты накачки, поскольку при  $Q_L < 10^3$  появляется возможность расширить частотную полосу системы до  $\Delta\omega > 10^{-4}\omega_{1,2}$ . После фильтрации отраженных сигналов  $P_r^{\omega_{1,2}}$  для измерения ИМ может быть использован чувствительный приемник, для которого обнаружение сигнала на уровне  $P_{IM} \geq 10^{-13}$  Вт не является рекордным. В соответствии с расчетами на рис. 2 это позволит проводить измерения при  $P_{in} > 5$  мВт.

## Выводы

В данной работе выполнен теоретический анализ интермодуляции в СВЧ резонаторах, применяемых для диагностики нелинейных электромагнитных свойств ВТСП. В качестве характеристики нелинейности ВТСП предлагается использовать характеристическое поле  $H_c^{IM}$  или плотность тока  $j_c^{IM}$ , которые определяются только физическими свойствами ВТСП и не зависят от электродинамических параметров резонатора. Полученное общее выражение для мощности  $P_{IM}$  позволяет из измерений ИМ с помощью резонатора произвольного типа определить величины  $H_c^{IM}$ ,  $j_c^{IM}$ . Используя опубликованные экспериментальные данные, получили оценку  $j_c^{IM} \sim 10^7$  А/см<sup>2</sup> ВТСП пленки, которая оказалась близкой к величине критической плотности постоянного тока  $j_c$ , что может свидетельствовать об общности природы нелинейных и резистивных свойств ВТСП. На основе развитой теории ИМ выполнен сравнительный анализ эффективности различных СВЧ систем, применяемых в настоящее время для диагностики ВТСП полосковых, объемных и коаксиальных резонаторов. Представляется, что наилучшие перспективы для исследований ИМ имеют коаксиальные резонаторы, используемые по принципу ближнепольного микроскопа. Можно надеяться, что применение таких систем позволит с высокой чувствительностью осуществлять локальную диагностику нелинейности ВТСП пленок.

Авторы признательны С.А. Павлову за полезные обсуждения постановок рассмотренных здесь задач и полученных результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке научно-технической программы "Актуальные проблемы физики конденсированных сред. Сверхпроводимость", проект № 96129 и Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 96-02-16997.

## Список литературы

- [1] Oates D.E., Anderson A.C., Sheen D.M., Ali S.M. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1991. Vol. 39. P. 1522–1529.
- [2] Dietsche W., Getta M., Hein M. et al. // IEEE Trans Appl. Supercond. 1997. Vol. 7. N 2. P. 1236–1239.
- [3] Willemsen B.A., Dahm T., Scalapino D.J. // Appl. Phys. Lett. 1997. Vol. 71. N 26. P. 3898–3900.
- [4] Wilker C., Shen Z.-Y., Pang P. et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1995. Vol. 5. N 2. P. 1665–1670.
- [5] Боровицкая Е.С., Генкин В.М., Левиев Г.И. // ЖЭТФ. 1996. Т. 10. Вып. 3 (9). С. 1081–1094.
- [6] Vendik O.G., Vendik I.B., Samoilova T.B. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1997. Vol. 45. N 2. P. 173–178.
- [7] Dahm T., Scalapino D.J. // J. Appl. Phys. 1997. Vol. 81. N 4. P. 2002–2009.
- [8] Golosovsky M., Davidov D. // Appl. Phys. Lett. 1996. Vol. 68. N 11. P. 1579–1581.
- [9] Anlage S.M., Vlahacos C.P., Dutta S., Wellstood F.C. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1997. Vol. 7. N 2. P. 3686–3689.
- [10] Takeushi I., Wei T., Duewer F. et al. // Appl. Phys. Lett. 1997. Vol. 71. N 14. P. 2026–2028.
- [11] Вольман В.И. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств. М.: Радио и связь, 1982. 328 с.
- [12] Oates D.E., Anderson A.C., Mankiewich P.M. // J. Supercond. 1990. Vol. 3. P. 251–259.
- [13] Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1973. 608 с.
- [14] Hein M., Dietsche W., Getta M. et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1997. Vol. 7. N 2. P. 1264–1267.
- [15] Cooke D.W., Gray E.R., Arendt P.N. // J. Supercond. 1990. Vol. 3. N 3. P. 261–267.
- [16] Dietsche W., Aschermann B., Chaloupka H. et al. // Appl. Superconductivity / Ed. D. Dew-Hughes. Vol. 148. Bristol: IOP Publishing, 1995. P. 1107–1110.
- [17] Shen Z.-Y., Wilker C., Pang P. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1992. Vol. 40. P. 2424–2432.
- [18] Sheen D.M., Ali S.M., Oates D.E. et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1991. Vol. 1. P. 108–115.
- [19] Вендик О.Г., Попов А.Ю. // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 7. С. 1–8.
- [20] Гайкович К.П., Резник А.Н. // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 8. С. 78–86.