

01;02

## Ионизация атома водорода релятивистскими частицами в столкновениях с малой передачей импульса

© А.В. Войткив,<sup>1</sup> И.А. Войцеховский,<sup>1</sup> Н. Грюн,<sup>2</sup> В. Шайд<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт электроники им. У.А. Арихова,  
700143 Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup> Институт теоретической физики, Гессенский университет,  
Германия

(Поступило в Редакцию 13 апреля 1998 г. В окончательной редакции 15 апреля 1999 г.)

Рассматривается ионизация атома водорода при "мягких" столкновениях с релятивистской заряженной частицей для случаев а)  $Z \sim v$ ,  $v_0 \ll v < c$ ; б)  $Z \ll v$ ,  $v_0 \ll v < c$ . Здесь  $Z$  — заряд налетающей частицы,  $v$  — ее скорость,  $v_0$  — характерная скорость электрона в основном состоянии атома водорода,  $c$  — скорость света. Анализируются аналитические выражения для дифференциальных сечений ионизаций атома водорода. Показано, что асимметрия в угловом распределении эмиттированных электронов является в основном следствием двух эффектов: поглощение атомом импульса виртуальных квантов поля релятивистской частицы и "взаимодействия после столкновения".

Ионизация атомов в столкновениях с быстрыми заряженными частицами ( $v \gg v_0$ ,  $v$  — скорость частицы,  $v_0$  — характерная скорость электронов в атоме) является одной из фундаментальных задач физики. Хорошо известно, что столкновения, сопровождаемые малой передачей импульса атомным электронам ("мягкие" столкновения), вносят основной вклад в сечение однократной ионизации атома быстрой заряженной частицей. В таких столкновениях скорость электрона (в системе покоя атома мишени) в конечном состоянии непрерывного спектра  $v_e$  не превышает заметно характерную скорость электронов в исходном связанном состоянии  $v_0$ ,  $v_e \lesssim v_0$ . Простые оценки показывают (см. также ниже), что относительный вклад в сечение "мягких" столкновений должен значительно возрасти при ионизации атома релятивистскими и в особенности ультрарелятивистскими заряженными частицами.

В работе [1] рассматривалась ионизация атомов водорода при столкновении с нерелятивистскими высокозарядными ионами (ВЗИ). В рамках формализма  $S$ -матрицы были получены сечения ионизации с испусканием медленных электронов в аналитическом виде. В настоящей работе дано обобщение результатов [1] на случай релятивистских скоростей столкновения. Не останавливаясь в этом кратком сообщении на деталях расчета (подробный расчет для нерелятивистских столкновений приведен в работе [1]), выпишем сразу окончательное выражение для дважды дифференциального (по углу вылета и по энергии электрона  $E = k^2/2$ ) сечения ионизации<sup>1</sup>

$$\frac{d^2\sigma}{dE d\Omega} = 2^8 \frac{Z^2}{v^2} \frac{1}{(1+2E)^5} \frac{\exp\left(-\frac{4 \arctan \sqrt{2E}}{\sqrt{2E}}\right)}{\left[1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{\sqrt{2E}}\right)\right]}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \sin^2 \Theta \ln \eta - 0.5 \sin^2 \Theta + \gamma^{-2} \cos^2 \Theta \right. \\ & + \frac{8\sqrt{2E}}{v} \cos \Theta \left[ \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) \sin^2 \Theta (\ln \eta - 0.5) \right. \\ & \left. \left. + 0.25\gamma^{-2}(3 \cos^2 \Theta - 1) \right] + \frac{2Z}{v^2\gamma^2} \cos \Theta \right. \\ & \times \left\{ \ln^2 \eta + 2^{1.5} \pi E^{1/2} \left[ \sin^2 \Theta \ln \eta + \cos 2\Theta \right. \right. \\ & \left. \left. - 0.5 \sin^2 \Theta + \frac{v^2}{c^2} \left(\frac{1}{4} - \cos^2 \Theta\right) \right] \right\}, \quad (1) \end{aligned}$$

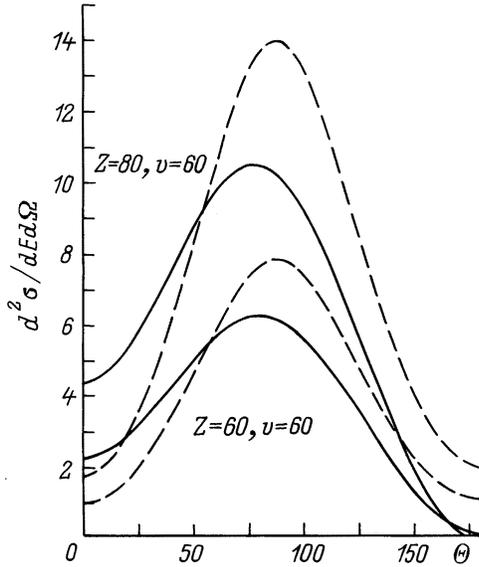
где  $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ ;  $\Theta$  ( $0 \leq \Theta \leq \pi$ ) — угол между импульсом электрона  $\mathbf{k}$  и скоростью частицы  $\mathbf{v}$ ;  $d\Omega = 2\pi \sin \Theta d\Theta$ ;

$$\eta = \frac{1.123v\gamma}{b_{\min}(E+0.5)} = 1.123 \frac{v^2\gamma}{Z} \frac{1}{E+0.5};$$

$b_{\min}$  — нижняя граница рассматриваемой области прицельных параметров.

Физический смысл выражения (1) весьма прозрачен. Слагаемое, пропорциональное  $Z^2/v^2$ , описывает ионизацию атома за счет электрических дипольных переходов в рамках первого порядка теории возмущений. Эта часть сечения может быть получена при использовании метода Вайцеккера–Вильямса, рассматривающего взаимодействие релятивистской частицы с атомом как поглощение атомным электроном виртуального кванта, имеющего энергию, но не переносящего импульса (см., например, [2]). Второе слагаемое, пропорциональное  $Z^2/v^3$ , появляется при учете импульса виртуального фотона. Третье слагаемое, пропорциональное  $Z^3/(v^4\gamma^2)$ , описывает "взаимодействие после столкновения". При замене  $\Theta \rightarrow \pi - \Theta$  дипольная часть не изменяется,

<sup>1</sup> В работе используется атомная система единиц.



**Рис. 1.** Дважды дифференциальное сечение ионизации как функция угла вылета электрона при энергии  $E = 0.18$  (5 eV): сплошные кривые — расчет по формуле (1), штриховые — расчет в первом борновском приближении.

тогда как второе и третье слагаемые меняют знак на противоположный и, таким образом, описывают асимметрию в угловом распределении медленных электронов. Как следует из (1), ультрарелятивистские столкновения приводят к слабой асимметрии, которая в основном связана с поглощением импульса виртуального фотона. В рассматриваемом приближении обе части в (1), приводящие к угловой асимметрии, не вносят вклада в дифференциальное по энергии и полное сечения ионизации.

Энергетическое распределение медленных электронов пропорционально дифференциальному сечению ионизации

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dE} &= \int d\Omega \frac{d^2\sigma}{dE d\Omega} \\ &= \frac{2^{11}\pi}{3} \frac{Z^2}{v^2} \frac{1}{(1+2E)^5} \frac{\exp\left(-\frac{4 \arctan \sqrt{2E}}{\sqrt{2E}}\right)}{\left[1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{\sqrt{2E}}\right)\right]} \\ &\times \left\{ \ln \left[ \frac{2.25v^2\gamma}{Z(1+2E)} \right] - \frac{v^2}{2c^2} \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Как следует из (2), вероятность ионизации быстро убывает с ростом энергии вылетающего электрона и подавляющая часть электронов имеет энергии, не превосходящие заметно величину  $E_0 = 0.5$ .

Для получения углового распределения медленных электронов необходимо проинтегрировать сечение (1) по энергиям электронов. Поскольку вероятность эмиссии электрона быстро убывает с ростом энергии  $E$ , то верхний предел интегрирования по энергии можно

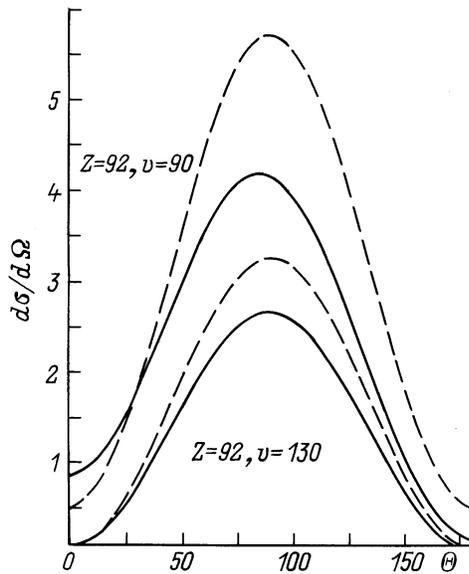
формально положить равным бесконечности, после чего находим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \int_0^\infty dE \frac{d^2\sigma}{dE d\Omega} = 3 \times 0.283 \times \frac{Z^2}{v^2} \\ &\times \left\{ \sin^2 \Theta \ln \eta_1 - 0.5 \sin^2 \Theta + \gamma^{-2} \cos^2 \Theta \right. \\ &+ \frac{8 \times 0.61}{v} \cos \Theta \left[ \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) \sin^2 \Theta (\ln \eta_2 - 0.5) \right. \\ &+ 0.25\gamma^{-2}(3 \cos^2 \Theta - 1) \left. \right] + \frac{2Z}{v^2\gamma^2} \cos \Theta \\ &\times \left[ \ln^2 \eta_1 + 2\pi 0.61 \left( \sin^2 \Theta \ln \eta_2 + \cos 2\Theta \right. \right. \\ &\left. \left. - 0.5 \sin^2 \Theta + \frac{v^2}{c^2} \left( \frac{1}{4} - \cos^2 \Theta \right) \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\eta_{1,2} = \frac{1.12v^2\gamma}{Z\omega_{1,2}}, \quad \omega_1 = \exp\left(\frac{\int_0^\infty dk k^2 \alpha(k) \ln \omega}{\int_0^\infty dk k^2 \alpha(k)}\right) = 0.71,$$

$$\omega_2 = \exp\left(\frac{\int_0^\infty dk k^3 \alpha(k) \ln \omega}{\int_0^\infty dk k^3 \alpha(k)}\right) = 0.88, \quad \omega = \frac{1+k^2}{2}. \quad (4)$$

Насколько нам известно, экспериментальные данные по ионизации атомов водорода в "мягких" столкновениях с быстрыми высокозарядными ионами отсутствуют. На рис. 1, 2 представлено сравнение результатов расчетов для дважды дифференциального (рис. 1) и дифференциального (рис. 2) по углу вылета электрона сечений в нашем подходе и в первом борновском приближении. Как следует из этих рисунков, имеются два основных различия между результатами расчетов в этих приближениях. Во-первых, величины сечений, рассчитанных в первом борновском приближении, вообще говоря, заметно превосходят результаты расчета по формулам (1) и (3). Во-вторых, расчет по (1) и (3) предсказывает более выраженную угловую асимметрию в спектрах медленных электронов, чем это следует из расчета в первом борновском приближении. Оба этих различия имеют тенденцию к росту, когда заряд ВЗИ возрастает при фиксированной скорости столкновения. Причины этих различий следующие. Во-первых, хорошо известно, что из-за неунитарности первого борновского приближения рассчитанная в нем вероятность ионизации становится большой при малых прицельных параметрах и может даже превысить единицу при больших значениях заряда налетающей частицы. В нашем подходе мы обходим эту трудность путем подходящего выбора  $b_{\min}$  [3]. Во-вторых, в отличие



**Рис. 2.** Дифференциальное по углу сечение ионизации: сплошные кривые — расчет по формуле (3), штриховые — расчет в первом борновском приближении.

от первого борновского приближения в нашем подходе учитывается эффект "взаимодействия после столкновения", которое приводит к дополнительной асимметрии в угловом распределении вылетающих электронов. С увеличением энергии налетающей частицы (в расчете на атомную единицу массы) увеличивается вклад в сечения ионизации от области прицельных параметров, где вероятность ионизации мала и соответственно уже применимо первое борновское приближение [4]. Кроме того, в этом случае уменьшается роль "взаимодействия после столкновения". Поэтому различие между результатами, полученными в нашем подходе и в первом приближении, уменьшается, когда при фиксированном значении заряда налетающих частиц увеличивается их энергия.

Угловая асимметрия в эмиссии электронов может быть охарактеризована параметром асимметрии  $\Gamma$

$$\Gamma = \frac{\left( \int_0^{\pi/2} d\Theta \sin \Theta \frac{d\sigma}{d\Omega} - \int_{\pi/2}^{\pi} d\Theta \sin \Theta \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)}{\int_0^{\pi} d\Theta \sin \Theta \frac{d\sigma}{d\Omega}}. \quad (5)$$

Из выражений (3)–(5) можно получить, что

$$\Gamma \simeq \frac{1.83}{v} + \frac{1.5Z}{v^2\gamma^2} \ln \left( \frac{1.6v^2\gamma}{Z} \right). \quad (6)$$

Угловая асимметрия в спектрах электронов, испускаемых в столкновениях с быстрыми заряженными частицами, — вопрос, который является предметом активных обсуждений в последние годы (см., например, [5,6]). Эта асимметрия зачастую рассматривается лишь как следствие "взаимодействия после столкновения", когда элек-

троны, покинувшие атом, притягиваются быстрой заряженной частицей. Если "взаимодействие после столкновения" всегда является основной причиной угловой асимметрии в быстрых столкновениях, то можно ожидать, что "знак" этой асимметрии должен измениться, если налетающая частица имеет отрицательный заряд. Действительно, следуя расчетам, проведенным методом классических траекторий Монте-Карло [5], можно было бы ожидать, что в столкновениях с быстрыми отрицательными ВЗИ электроны должны преимущественно испускаться в направлениях, противоположных скорости этих ионов. К сожалению, такие предсказания не могут быть проверены экспериментально. Отметим, однако, что такие предсказания находятся в противоречии с экспериментальными данными по ионизации гелия быстрыми антипротонами, когда была обнаружена слабая "положительная" угловая асимметрия, т.е. большая часть электронов по-прежнему испускалась в направлении движения быстрой частицы [7].

Для вклада  $\Delta\sigma_i$  в полное сечение ионизации атома водорода от "мягких" столкновений из выражения (4) находим

$$\Delta\sigma_i = 8\pi 0283 \frac{Z^2}{v^2} \left[ \ln \left( \frac{1.6v^2\gamma}{Z} \right) - \frac{v^2}{2c^2} \right]. \quad (7)$$

Это выражение лишь численным множителем под знаком логарифма отличается от выражения для полного сечения ионизации  $\sigma_i$ , полученного в работе [4] для параметров столкновения, удовлетворяющих условию  $v \sim Z \ll v^2\gamma$ ,  $1 \ll v < c$ ,

$$\sigma_i = 8\pi 0.283 \frac{Z^2}{v^2} \left[ \ln \left( \frac{5v^2\gamma}{Z} \right) - \frac{v^2}{2c^2} \right]. \quad (8)$$

Для релятивистских столкновений мы имеем  $\Delta\sigma_i \sim \sigma_i$ , т.е. в этом случае столкновения, сопровождающиеся вылетом медленных электронов, практически определяют величину полного сечения ионизации.

Следует отметить, что полученные энергетическое распределение и полное сечение в пренебрежении неди-польными поправками и "взаимодействия после столкновения" совпадают с результатами, получаемыми в рамках известного приближения эквивалентных фотонов Вайцеккера–Вильямса.

Выражения (1)–(3), (7) описывают в явной форме три основных релятивистских эффекта. В пределе  $\gamma \gg 1$  количество испускаемых медленных электронов возрастает с ростом  $\gamma$  как  $\ln \gamma$ , эффект "взаимодействия после столкновения" уменьшается с ростом  $\gamma$  как  $\gamma^{-2}$ , при увеличении  $\gamma$  эмиссия электронов растет вдоль поперечного к скорости пучка направления  $\Theta \simeq \pi/2$  и сильно уменьшается вдоль  $\Theta = 0$  и  $\Theta = \pi$ .

Полученные выше выражения для сечений могут быть также применены и для гипотетического случая столкновений с быстрыми антиВЗИ, когда заряд  $Z$  отрицателен, но велик по абсолютному значению, а также для столкновений с ионами с относительно небольшими значениями

заряда, когда  $|Z| \ll v$ . Для описания столкновений с быстрыми антиВЗИ необходима лишь замена  $Z \rightarrow |Z|$  под знаком логарифма в выражениях (1)–(3), (6)–(8). Для оценки сечений в столкновениях при  $|Z| \ll v$  в этих выражениях необходимо положить  $b_{\min} = 1$ .

Обсуждаемые выше качественные эффекты в ионизации атома водорода должны, очевидно, иметь место и при ионизации в "мягких" столкновениях других легких атомных мишеней, что позволяет нам сделать некоторые довольно общие предсказания о характере угловой асимметрии при однократной ионизации. Согласно представленному здесь рассмотрению, угловая асимметрия описывается двумя слагаемыми в выражениях для сечений, пропорциональными  $Z^2/v^3$  и  $Z^2/(v^4\gamma^2)$ . Из этого следует, что в релятивистских (ультрарелятивистских) столкновениях, когда  $|Z|/v\gamma^2 \ll 1$ , а также в быстрых столкновениях с частицами с относительно небольшим значением заряда ( $|Z| \ll v$ ) медленные электроны должны испускаться преимущественно в направлении движения быстрой частицы независимо от знака ее заряда, поскольку асимметрия в этом случае связана в основном с эффектом поглощения виртуального фотона, величина и направление которого не зависят от величины и знака заряда быстрой частицы. Этот качественный вывод находится в согласии с экспериментом [7] по ионизации гелия быстрыми антипротонами ( $Z = -1$ ,  $v = 6.35$ ), для которых  $|Z|/v \ll 1$ .

В заключение заметим, что подход, использованный в настоящей работе для рассмотрения ионизации атомов водорода в "мягких" столкновениях с релятивистскими заряженными частицами, является по существу асимптотическим и имеет логарифмическую точность. Эта точность возрастает с увеличением размеров области прицельных параметров  $|Z|/v < b < \gamma v$  (для  $|Z| \sim v$ ) и  $1 < b < \gamma v$  (для  $|Z| \ll v$ ). Используемый подход позволяет получить выражения для сечений ионизации атома водорода в аналитическом виде и дать простую качественную интерпретацию основных физических эффектов при однократной ионизации легких атомных мишеней в "мягких" столкновениях с быстрыми заряженными частицами.

## Список литературы

- [1] *Войткив А.Б.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 7. С. 13.
- [2] *Jackson J.D.* Classical Electrodynamics. New York: Wiley, 1975. 719 p.
- [3] *Voitkiv A.B., Koval' A.V.* // J. Phys. B. 1998. Vol. 31. P. 499.
- [4] *Voitkiv A.B.* // J. Phys. B. 1996. Vol. 29. P. 5433–5442.
- [5] *Moshhammer R., Ullrich J., Umverzagt M.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73. P. 3371–3374.
- [6] *Moshhammer R., Ullrich J., Kollmus H.* et al. // Phys. Rev. A. 1997. Vol. 56. P. 1351–1362.
- [7] *Khayyat Kh., Ashler M., Weber T.* et al. // Book of Abstracts of ICPEAC 97. 1997. Vol. 1. P. L73.