

01;03;04

## Модель квазижестких сфер при моделировании процессов рассеяния частиц

© В.А. Вольпяс, Е.К. Гольман

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет,  
197376 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 12 октября 1998 г.)

Предложена модель межатомных потенциалов взаимодействия для статического моделирования процессов упругого рассеяния атомных частиц на атомах газа, плазмы и твердого тела. В разработанной модели радиусы атомных частиц, величина которых зависит от энергии их относительного движения, являются внутренними параметрами. Предложенная модель квазижестких сфер позволяет моделировать упругие процессы рассеяния атомных частиц с применением различных межатомных потенциалов взаимодействия при относительно высоких скоростях статического моделирования, характерных для моделирования в рамках модели жестких сфер. В качестве межатомного потенциала взаимодействия выбран потенциал Борна–Майера и произведена его модификация для широкого класса партнеров атомных столкновений. Показано, что предложенная математическая модель квазижестких сфер достаточно корректно описывает процессы упругого рассеяния атомов в газовой среде и смещенных атомов в твердом теле при практически неизменной скорости статического моделирования.

### Введение

Для численного моделирования процессов взаимодействия атомных частиц в газе и твердом теле методом Монте-Карло необходимо определить ряд основных стохастических переменных, адекватно описывающих процессы рассеяния частиц. Основной характеристикой при описании процессов упругого взаимодействия атомных частиц является угол рассеяния, который определяет энергетические потери и последующий характер их движения. Он связывает между собой прицельный параметр  $b$ , межатомный потенциал взаимодействия  $U(r)$  и энергию относительного движения частиц  $E_c$ . При сферически симметричном потенциале взаимодействия угол рассеяния в системе центра масс  $\Theta$  описывается выражением [1]

$$\Theta = \pi - 2b \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{dr/r^2}{\left[1 - U(r)/E_c - b^2/r^2\right]^{1/2}}, \quad (1)$$

где  $r$  — межатомное расстояние;  $E_c$  — кинетическая энергия относительного движения атомных частиц в системе центра при  $r \rightarrow \infty$ ;  $r_{\min}$  — расстояние наибольшего сближения частиц, которое является корнем выражения под знаком радикала в знаменателе.

Интегрирование выражения (1) в аналитическом виде можно провести только для потенциала жестких сфер и для ряда степенных потенциалов и их линейных комбинаций. Для более реальных межатомных потенциалов взаимодействия при описании процессов упругого рассеяния атомных частиц ограничиваются различными приближенными методами как в рамках классического, так и квантово-механического описания [2,3].

Сложность вычислительной процедуры при численном моделировании методом Монте-Карло процессов

рассеяния частиц в большей степени определяется выбором межатомного потенциала взаимодействия. При этом должен быть выбран разумный компромисс между реальным физическим описанием процессов взаимодействия и относительной простотой вычислительной процедуры при их математическом моделировании. Использование межатомного потенциала жестких сфер значительно упрощает процедуру расчета, прежде всего при статистическом моделировании процесса упругого рассеяния атомных частиц в газе и твердом теле. Однако существенным недостатком этого потенциала взаимодействия является отсутствие зависимости сечения взаимодействия от энергии относительного движения сталкивающихся частиц.

При взаимодействии частиц в газовой среде в области низких энергий, не превышающих соответствующих потенциалов ионизации, сечение упругого рассеяния имеет порядок газокINETического и слабо зависит от энергии сталкивающихся частиц. В этом случае классическое рассеяние жестких сфер является хорошим приближением. В этом диапазоне энергий рассеяние частиц (исключая малые значения углов рассеяния) считается сферически симметричным и взаимодействие сталкивающихся частиц определяется их внешними электронными оболочками и должно быть определено для каждой из пар сталкивающихся частиц. При увеличении энергии относительного движения сталкивающихся частиц значительное рассеяние происходит при существенном перекрытии их электронных оболочек и потенциал взаимодействия определяется в основном внутренними электронами, скорости которых значительно выше скоростей столкновения атомных частиц. Возбуждение при этом внешних электронов мало меняет рассеивающий потенциал, эффективная область действия которого соответствует меньшим межатомным расстояниям.

При описании взаимодействия атомных частиц в твердом теле существует эмпирическое правило, согласно которому столкновения, приводящие к заметному рассеянию, происходят на расстояниях порядка половины равновесного расстояния между соседними атомами. На таких малых расстояниях можно пренебречь дальнедействующими силами притяжения, определяющими силы связи в твердых телах. Этот диапазон расстояний по порядку величины соответствует размерам сталкивающихся атомных частиц. На этом же принципе основан и метод определения в первом приближении ионных и атомных радиусов [4]. Таким образом, в достаточно большом диапазоне энергий сталкивающихся атомных частиц с практической точки зрения классическое рассеяние жестких сфер является хорошим приближением.

В модели жестких сфер расстояние наибольшего сближения двух сталкивающихся частиц  $r_{\min}$  при любых значениях прицельного параметра  $b$  всегда равно сумме радиусов атомных частиц и не зависит от их энергии относительного движения. Это существенно ограничивает в рамках модели жестких сфер возможность статистического моделирования в широком диапазоне энергии сталкивающихся частиц. Ранее были предприняты попытки [5–7] описать процесс упругого рассеяния атомных частиц с помощью процедуры подгонки приближенного потенциала взаимодействия к реальному при некотором расстоянии между атомными частицами, дающим наибольший вклад в рассеяние частиц. Однако практически все полученные приближенные потенциалы взаимодействия плохо работают при больших прицельных параметрах, которые приводят к завышенным значениям передаваемой энергии при упругом столкновении атомных частиц. Предложенная нами процедура моделирования процессов упругого рассеяния атомных частиц ограничивает область больших прицельных параметров при тепловых энергиях атомных частиц их газокинетическими размерами. При больших значениях энергии столкновения атомных частиц область больших прицельных параметров соответствует лишь очень малым значениям углов рассеяния и передаваемой энергии и не играет существенной роли.

## Приближение межатомного потенциала взаимодействия

Совмещение простоты вычислительной процедуры при использовании потенциала жестких сфер и корректности физического описания процессов взаимодействия атомных частиц может быть достигнуто применением межатомного потенциала квазижестких сфер (КЖС). Рассмотрим более подробно вид и процедуру применения межатомного потенциала взаимодействия КЖС. В качестве реальных межатомных потенциалов взаимодействия возможно использование целого ряда пробных потенциалов, применимых к атомам различных элементов и содержащих подгоночные параметры. Наиболее

удобным с точки зрения математического применения является межатомный потенциал Борна–Майера [8]

$$U_{B-M}(r) = A_{B-M}(Z_1 Z_2)^{3/4} \exp[-r/b_{B-M}], \quad (2)$$

где  $Z_1, Z_2$  — порядковые (атомные) номера сталкивающихся атомных частиц;  $A_{B-M}, b_{B-M}$  — постоянные, определяемые для каждой из пар сталкивающихся атомных частиц.

Этот чисто экспоненциальный межатомный потенциал взаимодействия позволяет аналитически выразить расстояние наибольшего сближения двух сталкивающихся атомных частиц  $r_{\min}$  из уравнения

$$U_{B-M}(r_{\min}) = E_c, \quad (3)$$

где  $E_c$  — энергия относительного движения в системе центра масс двух сталкивающихся атомных частиц, решение которого имеет вид

$$r_{\min}(E_c) = -b_{B-M} \ln \frac{E_c}{A_{B-M}(Z_1 Z_2)^{3/4}} \quad (4)$$

и при центральном столкновении ( $b = 0$ ) определяет минимальное расстояние между двумя атомными частицами в точке остановки при инфинитном движении налетающей частицы. Применение других, более сложных реальных межатомных потенциалов, решение которых относительно  $r_{\min}$  не допускает аналитического решения при разных значениях энергии столкновения, возможно, но усложняет вычислительную процедуру моделирования и делает ее менее гибкой в адаптации к изменениям условий реального физического эксперимента.

Если отождествить величину расстояния максимального сближения атомных частиц  $r_{\min}$  с суммой радиусов жестких сфер в точке соприкосновения (рис. 1), то можно для определения микроскопического сечения упругого рассеяния и длины свободного пробега воспользоваться моделью жестких сфер. При этом сумма

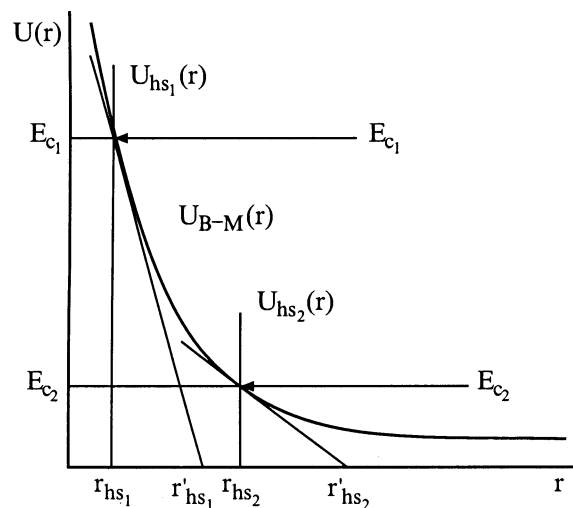


Рис. 1. Приближение квазижестких сфер для потенциала  $U_{B-M}(r)$  (центральное столкновение —  $b = 0$ ).

радиусов жестких сфер является переменной величиной и изменяется в зависимости от энергии относительного движения сталкивающихся атомных частиц, и в этом смысле сталкивающиеся атомные частицы можно считать квазижесткими сферами.

Межатомный потенциал квазижестких сфер может быть определен при этом в виде

$$U_{\text{qhs}}(r) = \begin{cases} \infty & \text{при } r < r_{\text{hs}} = r_{\text{min}}(E_c), \\ 0 & \text{при } r > r_{\text{hs}} = r_{\text{min}}(E_c), \end{cases} \quad (5)$$

где  $r_{\text{min}}(E_c)$  является решением уравнения (3) и для межатомного потенциала Борна–Майера (2) определяется выражением (4).

Критерий применимости межатомного потенциала взаимодействия квазижестких сфер  $U_{\text{qhs}}(r)$  можно сформулировать следующим образом:

$$\Delta r = r'_{\text{hs}} - r_{\text{hs}} < r_{\text{hs}} = r_{\text{min}}(E_c), \quad (6)$$

где  $r'_{\text{hs}}$  — координата пересечения касательной (производной от реального межатомного потенциала взаимодействия), проведенной из точки  $U_{\text{qhs}}(r) = E_c$ , с осью межатомного расстояния  $r$  (рис. 1).

Применение межатомного потенциала взаимодействия квазижестких сфер  $U_{\text{qhs}}(r)$  будет корректным, если будет выполняться условие (6) или эквивалентное ему соотношение, зависящее от энергии столкновения  $E_c$ ,

$$\frac{r}{\Delta r} = r \frac{|dU(r)/dr|}{U(r)} = r \frac{d \ln U(r)}{dr} \Big|_{r=r_{\text{hs}}} > 1. \quad (7)$$

Если обобщить этот критерий на область нецентральных ( $b \neq 0$ ) столкновений, то он будет иметь вид

$$\frac{r}{\Delta r} = r \frac{|dU(r)/dr|}{U(r)} > 1 - b^2/r^2. \quad (8)$$

Если применить этот критерий межатомного потенциала взаимодействия квазижестких сфер (7) к реальному потенциалу взаимодействия Борна–Майера (2), то получим область применимости соответствующего потенциала взаимодействия квазижестких сфер

$$r(E_c) > b_{B-M} \approx 0.219 E. \quad (9)$$

Из условия (9) видно, что потенциал взаимодействия квазижестких сфер с межатомным потенциалом Борна–Майера хорошо работает в области больших межатомных расстояний, которым соответствуют как малые значения энергии столкновения, так и большие значения прицельного параметра в широком диапазоне энергии столкновения атомных частиц. Для экспоненциального потенциала взаимодействия Борна–Майера (2) это связано с тем, что с увеличением межатомного расстояния  $r$  (рис. 1) величина  $\Delta r = r'_{\text{hs}} - r_{\text{hs}}$  растет медленнее, чем величина  $r_{\text{hs}} = r_{\text{min}}(E_c)$ , и их соотношение все более удовлетворяет критерию применимости (6) потенциала взаимодействия квазижестких сфер.

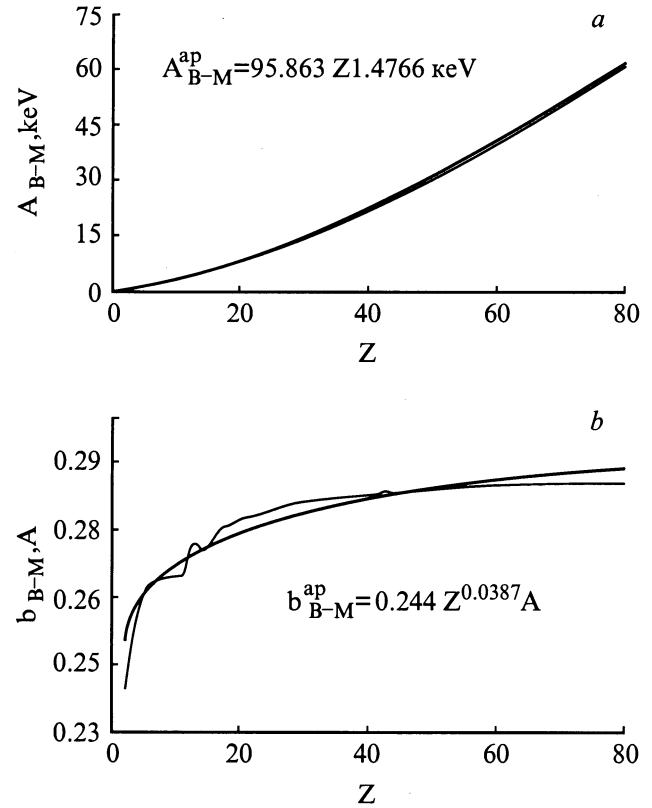


Рис. 2. Аппроксимация коэффициентов в модифицированном межатомном потенциале Борна–Майера (11):  $a$  —  $A_{B-M}^{ap}(Z_1, Z_2)$ ;  $b$  —  $b_{B-M}^{ap}(Z_1, Z_2)$ .

Для использования межатомного потенциала Борна–Майера в модели квазижестких сфер нами была произведена его модификация по результатам работы [9] для большого класса партнеров столкновения с порядковыми номерами  $Z_{1,2} = 2 \dots 80$ . При этом постоянные  $A_{B-M}$  и  $b_{B-M}$  в межатомном потенциале Борна–Майера (2) были представлены в виде функций  $A_{B-M}(Z_1, Z_2)$  и  $b_{B-M}(Z_1, Z_2)$  и аппроксимированы по результатам работ [9,10] степенными функциями методом наименьших квадратов. Результаты аппроксимации представлены на рис. 2. Полученные коэффициенты модифицированного межатомного потенциала Борна–Майера (2) имеют вид

$$A_{B-M}^{ap}(Z_1, Z_2) = 95.863 \cdot (Z_1 Z_2)^{0.7383}, \text{ eV},$$

$$b_{B-M}^{ap}(Z_1, Z_2) = 0.122 \cdot (Z_1^{0.0387} + Z_2^{0.0387}), \text{ \AA}. \quad (10)$$

Максимальная относительная погрешность аппроксимации коэффициентов  $A_{B-M}^{ap}(Z_1, Z_2)$  и  $b_{B-M}^{ap}(Z_1, Z_2)$ , соответствующая столкновению наиболее легких атомных частиц, не превышает величины 8% и для тяжелых атомных частиц уменьшается до 3%. Модифицированный межатомный потенциал Борна–Майера взаимодействия атомных частиц с порядковыми номерами  $Z_1$  и  $Z_2$  при

этом приобретает вид

$$\tilde{U}_{B-M} = 95.863 \cdot (Z_1 Z_2)^{0.7383} \times \exp \left[ -\frac{r}{0.122 \cdot (Z_1^{0.0387} + Z_2^{0.0387})} \right], \quad (11)$$

где  $\tilde{U}_{B-M}$  и  $r$  выражены соответственно в eV и Å.

Решение уравнения (3) для этого модифицированного межатомного потенциала Борна–Майера (11) имеет вид

$$r_{\min}(E_C) = -0.122 \cdot (Z_1^{0.0387} + Z_2^{0.0387}) \times \ln \frac{E_C}{95.863 \cdot (Z_1 Z_2)^{0.7383} E}. \quad (12)$$

Критерий применимости (7) потенциала взаимодействия квазижестких сфер с полученным модифицированным потенциалом Борна–Майера (11) принимает вид

$$r(E_C) > 0.122 \cdot (Z_1^{0.0387} + Z_2^{0.0387}) E. \quad (13)$$

В рамках полученной модели квазижестких сфер микроскопическое сечение упругого взаимодействия атомных частиц зависит от энергии их относительного движения  $E_C$

$$\sigma_{\text{qhs}} = \pi r_{\min}^2(E_C) \quad (14)$$

и соответственно длина свободного пробега  $\lambda_{\text{qhs}}$  атомных частиц в газовой среде или в твердом теле равна

$$\lambda_{\text{qhs}} = \frac{1}{N \pi r_{\min}^2(E_C)}, \quad (15)$$

где  $N$  — концентрация атомных частиц в рассеивающей среде.

Если при статистическом моделировании приравнять отношение  $b^2$  к величине  $r_{\min}^2(E_C)$ , случайному числу  $\xi$ , то выражение для угла рассеяния  $\vartheta$  в лабораторной системе координат принимает вид

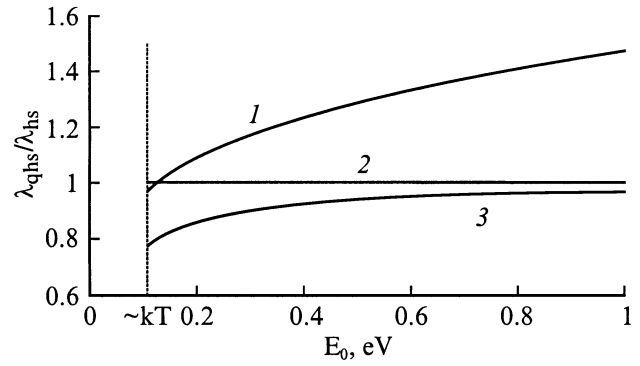
$$\vartheta = \arctg \frac{2 \cdot [\xi(1 - \xi)]^{1/2}}{2\xi - 1 + M_1/M_2}. \quad (16)$$

Определение нами прицельного параметра  $b$  в виде

$$b = r_{\min}(E_C) \xi^{1/2}. \quad (17)$$

учитывает увеличение вероятности больших по абсолютной величине значений прицельного параметра  $b$ , определяемое тем фактом, что налетающая атомная частица случайным образом попадает в различные точки площади поперечного микроскопического сечения рассеяния.

На рис. 3 представлены в качестве примера результаты расчетов длины свободного пробега (15) атомов Cu при упругом рассеянии на атомах Ag, полученные в рамках модели квазижестких сфер с модифицированным межатомным потенциалом Борна–Майера (11), нормированные на соответствующую величину длины свободного пробега в модели жестких сфер, в зависимости от энергии их относительного движения.



**Рис. 3.** Зависимость длины свободного пробега атомов Cu при упругом рассеянии на атомах Ag от энергии их относительного движения: 1 — qhs, 2 — hs, 3 — [13].

Результаты расчетов показывают, что микроскопическое сечение упругого рассеяния атомных частиц  $\sigma_{\text{qhs}} \sim 1/\lambda_{\text{qhs}}$  растет с уменьшением энергии их относительного движения и достигает величины газокинетического сечения при тепловых энергиях столкновения. При увеличении энергии столкновения сечение упругого рассеяния уменьшается до величины, ограниченной критерием применимости (7) модели квазижестких сфер. Максимальная энергия столкновения, соответствующая границе критерия применимости модели квазижестких сфер (13) с применением межатомного модифицированного потенциала Борна–Майера (11), при упругом рассеянии атомов Cu на атомах Ag ограничена величиной  $\sim 5$  keV. Этот энергетический диапазон взаимодействия атомных частиц представляет интерес для многих прикладных задач физики плазмы, газового разряда и твердого тела.

## Обсуждение

Ранее были предприняты попытки [11–14] ввести в модели жестких сфер зависимость сечения взаимодействия от энергии сталкивающихся частиц. Однако, как видно из рис. 3 (кривая 3), предложенная в работе [13] наиболее строгая энергетическая зависимость сечения упругого рассеяния, учитывающая максвелловское распределение атомов газа по скоростям, плохо работает во всем диапазоне энергии сталкивающихся частиц и достигает величины газокинетического сечения взаимодействия при высоких энергиях сталкивающихся частиц, что некорректно.

Применение более реальных межатомных потенциалов взаимодействия приводит к необходимости использования математических процедур, вносящих некий детерминизм в случайный процесс рассеяния. Например, использование в работе [14] рассеивающего потенциала Ленарда–Джонса "6–12" посредством процедуры линеаризации величины угла рассеяния  $\Theta$  в системе центра масс от прицельного параметра  $b$  позволило произвести оценку величины максимального сечения

взаимодействия из условия  $\Theta = 0$  при  $b = b_{\max}$ . Но линейное приближение в данном случае означает, что угол рассеяния  $\Theta$  оценивается недостаточно точно при величине прицельного параметра  $b$ , близкой к максимальной. Это существенно занижает вклад рассеяния при столкновениях, носящих касательный характер, и соответственно величину сечения взаимодействия.

Для проверки степени адекватности модели квазижестких сфер описанию процессов упругого рассеяния атомных частиц с применением реальных межатомных потенциалов было проведено сравнение результатов моделирования процессов переноса атомных частиц в газе и твердом теле. В качестве реального межатомного потенциала взаимодействия был выбран модифицированный потенциал Фирсова [15]

$$U(r) = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot e^2}{r} \psi \left( -\frac{r}{a_f}, \right) \quad (18)$$

где  $a_f = 0.8853 \cdot a_0 / (Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{2/3}$  — параметр экранирования Фирсова ( $a_0$  — борковский радиус) с функцией экранирования Никулина [16], полученной путем приближенного решения уравнения Томаса–Ферми при применении вариационного принципа

$$\psi_c(r) = \left[ a \exp(-\alpha/a_f \cdot r) + b \exp(\beta/a_f \cdot r) \right]^2, \quad (19)$$

где  $a = 0.7111$ ,  $b = 0.2889$ ,  $\alpha = 0.175$ ,  $\beta = 1.6625$ .

Для проведения численного интегрирования в выражении (1) при определении угла рассеяния  $\Theta$  с потенциалом взаимодействия (18) нами была разработана математическая процедура, при которой интервал интегрирования  $[r_{\min}, \infty]$  в выражении (1) разбивается на три области.

В первой области  $r_{\min} < r < (r_{\min} + \delta)$  подынтегральная функция в знаменателе выражения (1)  $f(r) = 1 - U(r)/E_c - b^2/r^2$  раскладывается в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} f(r) &= f(r_{\min}) + f'(r_{\min}) \cdot (r - r_{\min}) \\ &+ f''(r_{\min}) \cdot (r - r_{\min})^2 / 2 + \dots \\ &\approx (r - r_{\min}) \cdot \left( f'(r_{\min}) + f''(r_{\min}) \cdot (r - r_{\min}) / 2 \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Относительная погрешность этих преобразований оценивается величиной

$$\Delta = \frac{f'''(r_{\min})}{f'(r_{\min})} - \frac{(r - r_{\min})^2}{6}.$$

При  $\delta = 0.01$  ( $r = r_{\min} + 0.01$ ) величина  $\Delta$  не превышает значения  $\sim 10^{-4}$ .

Верхний предел  $Q$  второй области  $(r_{\min} + \delta) \leq r \leq Q$ . Это — значение  $r$ , при котором второй член —  $U(r)/E_c$  функции  $f(r)$  становится малым и в дальнейшем им можно пренебречь. В качестве критерия малости мы приняли  $U(r)/E_c < 10^{-6}$ .

В третьей области  $Q < r < \infty$ , интеграл в выражении (1) имеет аналитическое решение в виде

$$\int_Q^\infty \frac{dr/r^2}{[1 - U(r)/E_c - b^2/r^2]^{1/2}} = \frac{1}{b} \arcsin \left( \frac{b}{Q} \right). \quad (21)$$

Проведение численного интегрирования в выражении (1) непосредственно в процессе моделирования практически невозможно, так как это существенно увеличивает время статического моделирования. Поэтому предварительно были рассчитаны значения углов рассеяния  $\Theta(b, E_c)$  для широкого диапазона значений энергии относительного движения сталкивающихся атомных частиц  $E_c$ , каждому из которых соответствовал диапазон значений прицельного параметра  $b$  от 0 до  $b_{\max}$ . Величина максимального прицельного параметра  $b_{\max}$  для каждого значения энергии столкновения  $E_c$  определялась из условия  $\Theta(b = b_{\max}) \approx 0$ . По результатам расчета создавался двумерный массив значений углов рассеяния  $\Theta(b, E_c)$ , между элементами которого проводилась сплайн-аппроксимация. Этот двумерный массив  $\Theta(b, E_c)$ , вычисленный для конкретных партнеров столкновения, использовался при статистическом моделировании для определения значения угла рассеяния  $\Theta$  в каждом акте столкновения.

Для сравнения результатов статистического моделирования с применением межатомного потенциала квазижестких сфер (5) с модифицированным потенциалом Борна–Майера (11) и реального потенциала взаимодействия (18) были рассчитаны процессы переноса атомов Cu, Y и Ba в среде Ag и O<sub>2</sub>.

Анализ результатов статистического моделирования показал, что обе модели сходятся в области малых энергий и незначительно отличаются при увеличении энергии столкновения. Это может быть связано с тем, что модифицированный потенциал Фирсова (18) с функцией экранирования Никулина (19) при больших межъядерных расстояниях убывает медленнее, чем истинный потенциал взаимодействия. Более того, модифицированный потенциал взаимодействия Борна–Майера (11), использованный нами в модели квазижестких сфер, лучше работает при больших межъядерных расстояниях, для которых существенны взаимодействия между внешними электронными оболочками сталкивающихся атомных частиц. Модель квазижестких сфер с модифицированным потенциалом взаимодействия Борна–Майера лучше адаптируется к различным сочетаниям партнеров столкновения, так как содержит параметры, характерные для конкретных пар сталкивающихся атомных частиц.

Попытки получить универсальный потенциал взаимодействия в аналитическом виде, который мог бы быть использован для широкого класса задач статистического моделирования, — задача практически неразрешимая. Даже при описании процессов рассеяния частиц в газовой среде вследствие различия электронной структуры сталкивающихся атомов реальный межатомный потенциал взаимодействия не является монотонным

и в сечениях упругого рассеяния должны проявляться осцилляции, обусловленные оболочечной структурой сталкивающихся атомов. Кроме того, предположения при выводе почти всех известных межатомных потенциалов взаимодействия, применяемых при описании процессов рассеяния частиц в твердом теле, получены в рамках статистической теории рассеяния и основаны на принципах бинарности и независимости столкновений, характерных для газовой среды, что некорректно.

В рамках полученной модели квазижестких сфер (5) с применением модифицированного межатомного потенциала Борна–Майера (11) были проведены расчеты коэффициентов переноса атомов в газовой среде при различных значениях давления газа вплоть до давлений, при которых диффузионное движение рассеиваемых атомов носит доминирующий характер. Были также вычислены значения коэффициентов ионного распыления при описании процессов смещения атомов в твердом теле и их движении в направлении к поверхности. Результаты расчетов, полученные для широкого класса партнеров столкновения, показали, что предложенная модель квазижестких сфер с применением модифицированного межатомного потенциала Борна–Майера позволяет достаточно корректно моделировать процессы упругого рассеяния атомных частиц при высоких скоростях статистического моделирования.

## Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Механика. М.: Наука, 1973. 208 с.
- [2] Вольяс В.А., Гольман Е.К., Цукерман М.А. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 4. С. 16–23.
- [3] Wilson W.D., Haggmark L.G., Biersack J.P. // Phys. Rev. 1977. Vol. B 15. N 6. P. 2458–2468.
- [4] Pauling L. The Nature of the Chemical Bond (3<sup>d</sup> edition). New York, 1960.
- [5] Leibfried G., Oen O.S. // J. Appl. Phys. 1962. Vol. 33. N 7. P. 2257–2262.
- [6] Lechmann C., Robinson M.T. // Phys. Rev. 1964. Vol. 134. N 1 A. P. A37–A44.
- [7] Mac Donald W.M. // Amer. J. Phys. 1973. Vol. 41. P. 1337–1340.
- [8] Born M., Mayer J.E. // Z. Phys. 1932. Bd 75. S. 1–18.
- [9] Abrahamson A.A. // Phys. Rev. 1969. Vol. 178. N 3. P. 76–79.
- [10] Gaydaenko V.I., Nikulin V.K. // Chem. Phys. Lett. 1970. Vol. 7. P. 360–362.
- [11] Holmes D.K. // Radiation Damage in Solids. Vol. I. Vienna: IAEA, 1962. P. 3–42.
- [12] Somekn R.E. // Vacuum. 1984. Vol. 34. N 10/11. P. 987–990.
- [13] Жиглинский А.Г., Кучинский В.В., Шейкин Е.Г. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 9. С. 1718–1723.
- [14] Turner G.M., Falconer I.S., James B.W., McKenzie D.R. // J. Appl. Phys. 1989. Vol. 65. N 9. P. 3671–3679.
- [15] Фирсов О.Б. // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. Вып. 3. С. 696–699.
- [16] Никулин В.К. // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 1. С. 567–576.