01;10

Инвариантность спектров электромагнитного излучения в ондуляторах на плоских магнитах

© М.Н. Смоляков

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119899 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 28 января 1999 г.)

Исследуется излучение релятивистских частиц в произвольном плоском магнитном поле (например, в ондуляторе). Магнитная система предполагалась плоской и состоящей из постоянных магнитов. Показано, что существует класс специальных непрерывных вращений вектора намагниченности магнетиков, когда магнитное поле системы меняется, а спектр спонтанного излучения релятивистских частиц при этом остается неизменным. Это свойство электромагнитного излучения может быть использовано при разработке новых конструкций ондуляторов.

Введение

В настоящее время при изготовлении ондуляторов в качестве источников магнитного поля чаще всего используются постоянные магниты. Наиболее широкое распространение получили две конструкции: чисто редкоземельные ондуляторы [1] и ондуляторы гибридного типа [2,3]. Однако порой используются и нестандартные конструкции ондуляторов, особенно микроондуляторов [4–7]. Нестандартная схема была также использована и в чисто редкоземельном ондуляторе для лазера на свободных электронах [8,9], где для повышения его коэффициента усиления векторы намагниченности всех магнитов были расположены вдоль оси ондулятора. Поэтому большое значение приобретает исследование общих свойств плоских ондуляторов на постоянных магнитах, а также свойств электромагнитного излучения релятивистских электронов в нем. В частности, хорошо известна так называемая Rotation Theorem [10], суть которой заключается в следующем. Если в плоской магнитной системе при неизменной ее геометрии в каждой ее точке вектор магнитного момента магнетика повернуть на угол θ, то вектор магнитного поля системы повернется на угол $-\theta$. В данной работе доказано другое общее свойство плоских магнитных систем, состоящих из постоянных магнитов. Показано, что если одновременно в каждой точке верхней части магнитной системы вектор магнитного момента магнетика повернуть на угол θ, а в каждой точке нижней части системы вектор магнитного момента повернуть на угол $-\theta$, то модуль преобразования Фурье магнитного поля системы не изменится, хотя форма магнитного поля при это изменится.

1. Свойство универсальности преобразования Фурье плоского магнитного поля

Рассмотрим бесконечную и однородную вдоль горизонтальной оси X магнитную систему с вектором намагниченности $\mathbf{M}(y,z)$. Магнитное поле, создаваемое такой системой, равно [11]

$$\mathbf{H}(y,z) = \int\limits_V d\mathbf{r}'^3 \, \frac{3\mathbf{R}\big(\mathbf{M}(y',z')\mathbf{R}\big) - \mathbf{M}(y',z')R^2}{R^5}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $R = |\mathbf{R}|$.

Подставляя (1) в формулу преобразования Фурье магнитного поля по оси y в медианной плоскости ($z = 0$), после ряда преобразований получим [12]

$$\tilde{H}_z(p) = 2\pi \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy'dz' \exp(ipy') \exp(-|pz'|) \times \Big\{|p|M_z(y',z') - ipM_y(y',z')(\operatorname{sign} z')\Big\}. \qquad (2)$$

Рассмотрим поворот вектора магнитного момента на угол θ в каждой точке верхней части системы ($z' > 0$). Используя формулы поворота вектора, известные из аналитической геометрии, получим для интеграла (2) при $z' > 0$ и $p > 0$

$$M'_z(y',z') - iM'_y(y',z') = \Big[M_z(y',z') - iM_y(y',z')\Big] \exp(-i\theta). \qquad (3)$$

Рассмотрев поворот вектора магнитного момента на угол $-\theta$ в нижней части системы ($z' < 0$), легко увидеть, что такой же фазовый множитель появляется и в интеграле (2) по нижней части магнитной системы. В результате получим при $p > 0$

$$\tilde{H}'_z(p) = \tilde{H}_z(p)\exp(-i\theta). \quad (4)$$

Повторяя вышеприведенные рассуждения, при $p < 0$ получим

$$\tilde{H}'_z(p) = \tilde{H}_z(p)\exp(i\theta). \quad (5)$$

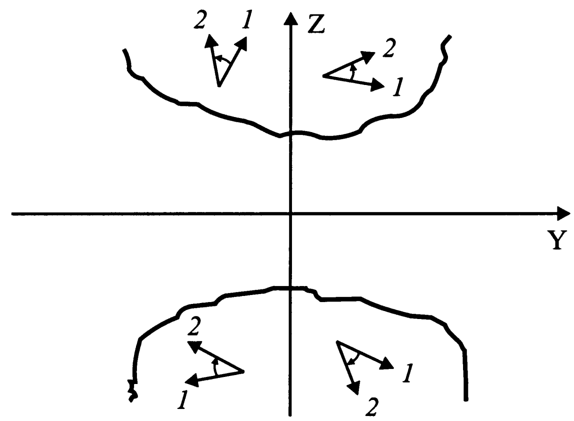
Соотношения (4) и (5) показывают, что модуль преобразования Фурье магнитного поля не меняется, если вектор магнитного момента повернуть на угол θ в каждой точке верхней части магнитной системы и на угол $-\theta$ в каждой точке нижней части системы (рис. 1). Но преобразования Фурье для $p > 0$ и для $p < 0$ имеют разный фазовый множитель. Это означает, что форма магнитного поля в этом случае изменится. В [8] кратко анализировалось различие магнитных полей двух ондуляторов с различными конструкциями. При этом фактически второй ондулятор получался из первого, если постоянные магниты первого ондулятора в его верхней половине повернуть на угол $-\pi/2$, а в нижней половине — на угол $+\pi/2$. Проведенное в [8] краткое сравнение магнитных полей этих двух ондуляторов полностью согласуется с полученными в данном разделе результатами.

2. Инвариантность спектров электромагнитного излучения

Рассмотрим спонтанное электромагнитное излучение, генерируемое релятивистскими частицами в плоском магнитном поле. Сначала рассмотрим случай дипольного излучения. Спектральные характеристики дипольного излучения определяются модулем преобразования Фурье вертикальной компоненты магнитного поля [13]. Подвергнем такую магнитную систему преобразованиям, описанным в разделе 1. Из результатов раздела 1 и вышеупомянутого свойства дипольного излучения следует, что спектральные свойства электромагнитного излучения релятивистской частицы при таком преобразовании магнитной системы не изменятся.

Рассмотрим плоский бесконечно длинный ондулятор с длиной периода l. Интеграл магнитного поля по периоду ондулятора равен нулю. Длина волны ондуляторного излучения λ, генерируемого на гармонике с номером n под углом θ к оси ондулятора, равна

$$\lambda = \frac{l}{2n\gamma^2}\left(1 + \gamma^2\theta^2 + 0.5K^2\right). \quad (6)$$



Поворот векторов магнитного момента в плоской системе на постоянных магнитах: *1* — начальное положение векторов магнитного момента, *2* — конечное положение векторов магнитного момента.

Параметр ондуляторности K в случае несинусоидального магнитного поля равен

$$K^2 = \frac{2}{l}\gamma^2 \int_0^l \beta_x^2(y)dy, \quad (7)$$

где $\beta_x(y)$ — горизонтальная компонента приведенной скорости частицы.

Из уравнений движения следует, что

$$\beta_x(y) = \frac{e}{mc^2\gamma}\int_0^y H_z(y')dy' + \beta_x(0), \quad (8)$$

где e — заряд частицы, m — ее масса, c — скорость света.

Коэффициенты Фурье функции $\beta_x(y)$ равны

$$\beta_{xk} = \frac{1}{l}\int_0^l \exp\left(i\frac{2\pi}{l}ky\right)\beta_x(y)dy. \quad (9)$$

Так как поперечное смещение, которое приобрела частица после прохождения одного периода ондулятора, равно нулю, коэффициент Фурье при $k = 0$ равен нулю, т.е. $\beta_{x0} = 0$. По теореме Парсеваля

$$\frac{1}{l}\int_0^l \beta_x^2(y)dy = \sum_{k=-\infty}^{\infty}|\beta_{xk}|^2. \quad (10)$$

Из (8) легко получить, что при $k \neq 0$ коэффициенты Фурье приведенной скорости частицы и магнитного поля ондулятора пропорциональны друг другу

$$\beta_{xk} = \frac{i}{2\pi}\frac{el}{kmc^2\gamma}H_{zk}, \quad (11)$$

$$H_{zk} = \frac{1}{l} \int_0^l \exp\left(i \frac{2\pi}{l} ky\right) H_z(y) dy. \qquad (12)$$

При этом для коэффициента Фурье магнитного поля ондулятора (12) легко получить выражение, аналогичное формуле (2). С помощью соотношений (7)–(12) можно доказать справедливость следующего утверждения.

Повернем вектор магнитного момента в каждой точке верхней его части на угол θ, а в каждой точке его нижней части — на угол $-\theta$ (см. рисунок). При этом коэффициент Фурье магнитного поля ондулятора (12), равно как и коэффициент Фурье приведенной скорости частицы (9), изменится только на фазовый множитель. Тогда из (7) и (10) следует, что параметр ондуляторности не изменится при таком преобразовании магнитной системы. Это означает, что положение спектральных линий ондуляторного излучения также не изменится. Однако интенсивность ондуляторного излучения на той или ионой гармонике может измениться, так как магнитное поле ондулятора изменяется. Этот вопрос требует более детального исследования.

В заключение автор выражает благодарность Н.В. Смолякову за постановку задачи и полезные обсуждения.

Список литературы

[1] *Halbach K.* // Nucl. Instr. and Meth. 1981. Vol. 187. P. 109–17.
[2] *Kornyukhin G.A., Kulipanov G.N., Litvinenko V.N.* et al. // Nucl. Instr. and Meth. 1983. Vol. 208. P. 189–191.
[3] *Halbach K.* // J. de Phys. 1983. Vol. 44 (C-1). P. 211–216.
[4] *Ramian G., Elias L., Kimel I.* // Nucl. Instr. and Meth. 1986. Vol. A250. P. 125–133.
[5] *Tatchin R., Csonka P.* // Appl. Phys. Lett. 1987. Vol. 50. N 7. P. 377–379.
[6] *Tatchin R., Csonka P., Toor A.* // Rev. Sci. Instr. 1989. Vol. 60. N 7. P. 1796–1804.
[7] *Kimel I., Elias L.* // Nucl. Instr. and Meth. 1990. Vol. A296. P. 611–618.
[8] *O'Shea P.G., Bender S.C., Byrd D.A.* et al. // Nucl. Instr. and Meth. 1994. Vol. A341. P. 7–11.
[9] *Warren R.W., Fortgang C.M.* // Nucl. Instr. and Meth. 1994. Vol. A341. P. 444–448.
[10] *Halbach K.* // Nucl. Instr. and Meth. 1980. Vol. 169. P. 1–10.
[11] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1967. 460 с.
[12] *Smolyakov N.V.* // Nucl. Instr. and Meth. 1991. Vol. A308. P. 80–83.
[13] *Coisson R.* // Phys. Rev. 1979. Vol. A20. N 2. P. 524–528.