

01;09;10

Разброс начальной энергии электронов в гиротроне, обусловленный развитием неустойчивости отрицательной массы в магнетронно-инжекторной пушке

© В.Л. Братман, М.Ю. Глявин, А.Л. Гольденберг, А.В. Савилов

Институт прикладной физики РАН,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 3 июня 1997 г. В окончательной редакции 22 февраля 1999 г.)

Исследовано влияние неустойчивости отрицательной массы, обусловленной кулоновским расталкиванием частиц и неизохронностью их циклотронного вращения, на процесс формирования электронного пучка в магнетронно-инжекторной пушке гиротрона. Предложена методика расчета разброса начальной энергии электронов, обусловленного развитием неустойчивости, при движении электронного пучка в неоднородном магнитостатическом поле магнетронно-инжекторной пушки. Показано, что рассматриваемая неустойчивость может быть одной из основных причин энергетического разброса в электронных пучках гиротронов.

Введение

В гиротронах [1–3] одной из возможных причин, приводящих к возникновению разброса энергий частиц в области формирования электронного пучка и его дрейфа к рабочему резонатору, может быть неустойчивость отрицательной массы (НОМ) [1,4]. Эта неустойчивость, обнаруженная первоначально в циклических ускорителях заряженных частиц [5,6] и давно привлекаемая для описания эффектов высокочастотного пространственного заряда в рабочем пространстве сильноточных гиротронов (см., например, [7–12]), может в принципе обеспечить конвективное усиление возмущений и появление энергетического разброса в электронном пучке в процессе его формирования и движения от катода к рабочему резонатору. НОМ имеет, по-видимому, наиболее универсальный характер, поскольку она развивается независимо от вида электронно-оптической системы и наличия отраженных электронов в пространстве формирования. НОМ обусловлена [5,6], с одной стороны, неизохронностью циклотронного вращения электронов в магнитостатическом поле и, с другой стороны, их кулоновским расталкиванием. Действительно, флуктуация электронной плотности отталкивает от себя "соседние" частицы, увеличивая или уменьшая их осцилляторную скорость в зависимости от их положения относительно

флуктуации (рис. 1). Так, линейная скорость частиц, движущихся за флуктуацией, уменьшается. При этом увеличивается их угловая скорость, поскольку частота циклотронного вращения

$$\omega_B = \frac{eBc}{E} \quad (1)$$

обратно пропорциональна релятивистской энергии электрона E . В то же время угловая скорость частиц, движущихся впереди флуктуации, уменьшается. Таким образом кулоновское расталкивание частиц, осциллирующих в магнитостатическом поле, приводит к их эффективному притяжению по фазам вращения и, следовательно, к росту флуктуации электронной плотности. Одновременно с ростом флуктуации растет и разброс по энергиям частиц.

В данной работе изучается развитие НОМ в области формирования электронного пучка гиротрона и дается теоретическая интерпретация полученных в работе [13] результатов измерения разброса начальной энергии электронов в гиротроне. Предложена методика расчета разброса начальной энергии электронов, обусловленного развитием НОМ, при движении электронного пучка в неоднородном магнитостатическом поле магнетронно-инжекторной пушки (МИП) гиротрона.

НОМ в электронном пучке, движущемся в однородном магнитном поле

Будем называть невозмущенным такое состояние электронного пучка, когда на каждой ларморовской орбите частицы равномерно распределены по начальным фазам вращения φ . Вследствие периодичности по φ произвольное начальное возмущение фаз вращения $\vartheta(\varphi)$ (возмущение электронной плотности вблизи катода) может быть представлено в виде ряда Фурье

$$\vartheta(z=0, \varphi) = \sum_{n=1}^{+\infty} \vartheta_n \cos(\phi_n + n\varphi). \quad (2)$$

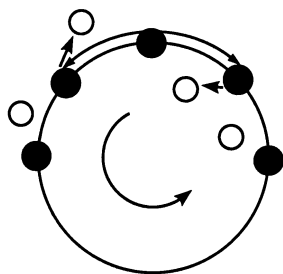


Рис. 1. Пояснение механизма неустойчивости отрицательной массы [5,6].

В этом ряду n -й член соответствует n -й циклотронной гармонике возмущения, ϑ_n и ϕ_n — амплитуда и фаза начальных возмущений на соответствующей гармонике. На линейной стадии неустойчивости, когда отклонения фаз частиц от невозмущенных значений малы $\vartheta(z) \ll \pi$, возмущения на каждой гармонике растут независимо друг от друга. Если ведущее магнитостатическое поле однородно, то циклотронные гармоники возмущений растут с продольной координатой по закону [4]

$$\vartheta_n(z) = \frac{1}{2}\vartheta_n(0) \left[\exp(\Gamma_n z/r_c) + \exp(-\Gamma_n z/r_c) \right]$$

с постоянным инкрементом

$$\Gamma_n = g_c \cdot \sqrt{sL_n}. \quad (3)$$

Здесь

$$s = \frac{eI}{mc^3} \frac{r_c}{R_c} \frac{2}{\pi\beta_{zc}}$$

— параметр тока;

$$L_n = \frac{4n^2}{\pi(4n^2 - 1)};$$

r_c , R_c и $g_c = \nu_{\perp c}/\nu_{zc}$ — ларморовский радиус электронов, радиус пучка и электронный питч-фактор вблизи катода; $\beta_{zc} = v_{zc}/c$. При этом дисперсия электронной энергии

$$D = \sqrt{\langle (1 - v^2/v_0^2)^2 \rangle_{\varphi}}$$

(которая в случае гауссового распределения частиц по энергиям связана с измеряемым в эксперименте [13] разбросом $\delta\varepsilon$ соотношением $\delta\varepsilon = 2.56D$) определяется суммой

$$D_{\text{lin}}(z) = \frac{\sqrt{2}}{g_c\beta_0^2} \sum_{n=1}^{+\infty} \vartheta_n(0)\Gamma_n \text{sh}(\Gamma_n z/r_c), \quad (4)$$

где $\beta_0^2 = (v_0/c)^2 = 2eU_0/mc^2$ — нормированная невозмущенная энергия частицы.

Для идеального пучка инкременты Γ_n слабо зависят от номера гармоники. Однако учет начального разброса по энергиям и питч-факторам, а также позиционного разброса ведущих центров частиц приводит к быстрому уменьшению инкремента с ростом номера гармоники [14,15]. Таким образом, для реального пучка определяющим являются возмущения на основной гармонике циклотронной частоты.

Рассмотрим зависимость разброса, обусловленного НОМ на линейной стадии ее развития, от величин электронного тока и ведущего магнитного поля при фиксированном напряжении на катоде. При малом питч-факторе вблизи катода ($g_c \ll 1$) из (4) следует

$$D_{\text{lin}} = A_1 \frac{\sqrt{I}}{B} \text{sh}(A_2 \sqrt{Iz}) \approx \frac{A_1}{B} \left(A_2 I z + \frac{A_2^3}{6} I^2 z^3 \right), \quad (5)$$

где $A_{1,2}$ — размерные коэффициенты.

Таким образом, разброс энергий обратно пропорционален величине магнитной индукции и растет с ростом тока по закону, близкому к прямой пропорциональности, что хорошо согласуется с результатами эксперимента [13] (см. рис. 3 в настоящей работе, а также рис. 2 и 4 в [13]).

Исследуем теперь, как меняется вызванный НОМ энергетический разброс с изменением величин магнитного поля, напряжения и тока при переходе от моделирующего к рабочему режиму, которые связаны между собой использованными в [13] соотношениями подобия

$$B_{\text{mod}} = B_{\text{op}}/k^{1/2}, \quad U_{\text{mod}} = U_{\text{op}}/k, \quad I_{\text{mod}} = I_{\text{op}}/k^{3/2}.$$

Для разброса в рабочем режиме из формулы (4) следует соотношение

$$D_{\text{lin}}^{(\text{op})}(z) = \frac{C_1}{\sqrt{k}} \text{sh}(C_2 \sqrt{kz}) \approx D_{\text{lin}}^{(\text{mod})}(z) + (k-1) \frac{C_1 C_2^3}{6} z^3, \quad (6)$$

где $C_{1,2}$ — размерные коэффициенты.

Таким образом, на линейной стадии развития НОМ разброс в рабочем режиме $D_{\text{lin}}^{(\text{op})}$ оказывается больше, чем в моделирующем $D_{\text{lin}}^{(\text{mod})}$. Однако пока длина пространства дрейфа достаточно мала, величины разбросов в обоих режимах близки между собой.

НОМ в электронном пучке, движущемся в неоднородном магнитном поле

Приведенные выше выводы сохраняют силу и при учете изменения магнитного поля с продольной координатой $B = B(z)$. В этом случае, однако, инкременты НОМ становятся функциями координаты, что вызвано двумя основными эффектами. Первый из них — изменение с длиной ”невозмущенных” характеристик электронного пучка (плотность пространственного заряда, циклотронная частота вращения частиц, питч-фактор). Вторым эффектом, который обусловлен профилированием магнитного поля, является эволюция (увеличение степени неоднородности по продольной координате) пространственной структуры возмущений электронной плотности в процессе движения пучка по пространству дрейфа [15,16]. Действительно, в однородном магнитном поле наибольшие инкременты имеют однородные возмущения [17], в которых фазы вращения центров электронных сгустков, сформированных под воздействием НОМ, одинаковы в каждом сечении электронного пучка. Однако если пучок движется вдоль неоднородного магнитного поля, то в каждый момент времени частоты циклотронного вращения оказываются разными для электронов, находящихся в различных сечениях пучка. В результате однородные вблизи катода возмущения становятся неоднородными (рис. 2, а).

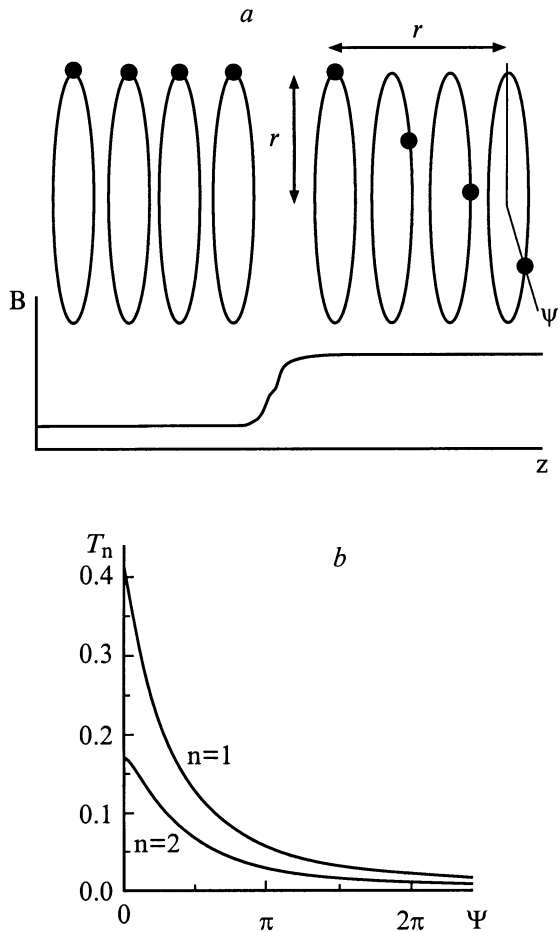


Рис. 2. *a* — распределение в пространстве фаз вращения электронных сгустков, сформированных в результате развития НОМ; трансформация однородного возмущения электронной плотности в неоднородное вследствие неоднородности магнитостатического поля; *b* — циклотронные гармоники эффективного кулоновского поля T_n в зависимости от параметра неоднородности возмущения электронной плотности ψ .

В случае движения электронного пучка вдоль меняющегося с координатой магнитного поля формула (4) преобразуется к виду [16]

$$D_{\text{lin}}(z) = \frac{\sqrt{2u(z)}}{\beta_0^2 b(z)} \sum_{n=1}^{+\infty} \vartheta_n \Gamma_n(z) \text{sh} \left(\int_0^z \Gamma_n(z) dz / r_c \right). \quad (7)$$

Здесь $b(z) = B(z)/B_c$ — продольная составляющая магнитного поля, нормированная на начальное (вблизи катода) значение; $u(z) = v_z/v_{\perp c} = \sqrt{g_e^{-2} + 1 - b(z)}$ — нормированная продольная скорость частиц.

“Мгновенное” (в данном “сечении” электронного пучка) значение инкремента определяется соотношением

$$\Gamma_n(z) = \sqrt{sb^2(z) \frac{u_c}{u^3(z)}} \sqrt{nT_n(\psi)}. \quad (8)$$

Зависимость первого множителя от координаты описывает изменение невозмущенных характеристик пучка

вследствие профилирования магнитного поля. Величина этого множителя достигает максимума при максимальном значении магнитного поля. Эволюцию пространственной структуры возмущений электронной плотности по мере продвижения пучка по системе описывается изменением с координатой n -й циклотронной гармоники эффективного кулоновского поля (рис. 2, *b*) [16,17]

$$T_n(\psi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} d\zeta \int_0^{\pi} d\theta \text{ctg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[1 - \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 + 4 \sin^2(\theta/2)}} \right] \times \sin(n\theta) \cos(n\psi\zeta).$$

Здесь параметр $\psi = \pi l_z/r$ представляет собой отношение характерного продольного масштаба неоднородности возмущений электронной плотности к текущему ларморовскому радиусу электронов [15–17]. Для стационарных (постоянных во времени) начальных возмущений электронной плотности фактор неоднородности совпадает с текущим значением питч-фактора электронов [16], $\psi(z) = g(z)$.

Вблизи катода, где величина питч-фактора мала, возмущения электронной плотности являются практически однородными, $\psi \ll \pi$. Соответственно, в этой области инкременты НОМ (8) совпадают с инкрементами в однородном магнитном поле

$$nT_n(\psi = 0) = L_n.$$

Рост магнитного поля с координатой приводит к увеличению степени неоднородности возмущений электронной плотности; при этом циклотронные гармоники кулоновского поля уменьшаются (рис. 2, *b*). Это уменьшение становится очень существенным, когда величина фактора неоднородности достигает $\psi = \pi$, что соответствует масштабу неоднородности, равному ларморовскому радиусу электрона.

Таким образом, на линейной стадии неустойчивости мгновенное значение инкремента (8) растет с увеличением магнитного поля $B(z)$, что связано с ростом осцилляторной составляющей скорости, увеличением плотности пространственного заряда вследствие уменьшения площади поперечного сечения пучка (уменьшения ларморовского радиуса и радиуса пучка), а также с уменьшением продольной скорости частиц и соответственно увеличением продолжительности воздействия на частицу кулоновского поля пучка. Этот рост отчасти компенсируется уменьшением величины циклотронных гармоник эффективного кулоновского поля T_n . В то же время максимальная величина дисперсии электронной энергии, которая достигается на стадии нелинейного насыщения неустойчивости, слабо зависит как от значения магнитного поля в области насыщения, так и от профиля магнитного поля и определяется соотношением [16]

$$D_{\text{sat}} \approx \frac{\sqrt{s}}{\beta_0^2}. \quad (9)$$

Учитывая, что основной рост возмущений происходит в области максимума магнитного поля (рис. 3), из сравнения (7) и (9) получим оценку для характерной длины этой области, которая необходима для достижения НОМ стадии нелинейного насыщения

$$\Delta z \approx \frac{r_c}{\Gamma_1} \ln \left[\frac{1}{\vartheta_1} \sqrt{\frac{u}{2u_c T_1}} \right], \quad (10)$$

где величины Γ_1 , T_1 и u соответствуют максимуму величины магнитного поля.

Естественно, эта длина зависит от уровня начальных возмущений ϑ_1 . Заметим, что при переходе от моделирующего к рабочему режиму величина разброса в стадии насыщения уменьшается, а скорость выхода неустойчивости на нелинейный режим растет

$$D_{\text{sat}}^{(\text{op})} = D_{\text{sat}}^{(\text{mod})} / \sqrt{k}, \quad \Delta z^{(\text{op})} = \Delta z^{(\text{mod})} / \sqrt{k}. \quad (11)$$

Расчет энергетического спектра электронов

Основываясь на уравнениях, описывающих развитие НОМ в электронном пучке, движущемся вдоль профилированного магнитного поля [16], были проведены расчеты роста разброса энергий электронов, вызванного НОМ, при движении электронного пучка в исследованном в работе [13] гиротроне с учетом влияния неоднородности ведущего магнитного поля как на невозмущенные характеристики электронного пучка, так и на пространственную структуру возмущений электронной плотности. Возмущение электронной плотности задавалось на первой гармонике циклотронной частоты в виде

$$\theta_0 = \varphi + \vartheta_1 \sin \varphi, \quad \varphi \in [0, 2\pi),$$

после чего рассчитывался разброс энергии электронов на выходе системы в зависимости от величины электронного тока при разных магнитных полях.

Как следует из оценок (9) и (10), в моделирующем режиме для электронного тока $I = 30$ А характерная величина разброса, соответствующего стадии нелинейного насыщения, составляет $\delta\varepsilon = 23\%$, что существенно больше полученных в эксперименте [13] значений выходного энергетического разброса. Это означает, что на всей длине системы развития неустойчивости носит линейный характер. В этом случае разброс зависит от начального (вблизи катода) уровня возмущений электронной плотности ϑ_1 , который, вообще говоря, заранее неизвестен. Таким образом, характерная величина начальных шумов должна определяться путем согласования результатов расчетов и эксперимента. Как показали расчеты, проведенные для разных значений ведущего магнитного поля (рис. 3), результаты эксперимента хорошо согласуются с расчетными кривыми, полученными для уровня начальных возмущений $\vartheta_1 = 0.1$. Постоянство этого уровня при изменении величины магнитного поля находится в

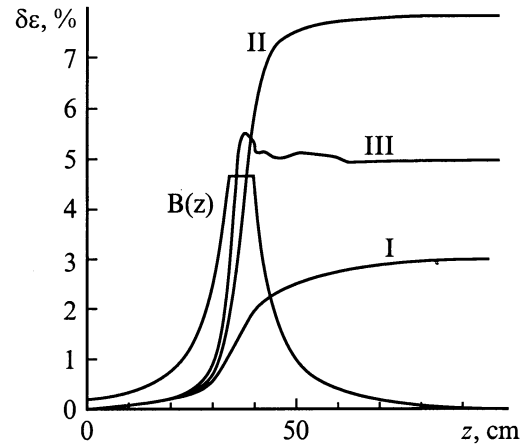


Рис. 3. Расчет энергетического разброса для гиротрона, исследованного в эксперименте [13]. Распределение магнитного поля $B(z)$, а также зависимость текущего значения энергетического разброса от координаты. *I* — моделирующий режим; *II* — рабочий режим; *III* — рабочий режим гиротрона, в котором рабочая частота в два раза превышает частоту экспериментального гиротрона.

соответствии с предположением о том, что энергетический разброс обусловлен НОМ.

На рис. 3 приведена зависимость текущего значения энергетического разброса от координаты при движении электронного пучка внутри системы, рассчитанная для моделирующего и рабочего режимов при уровне начальных возмущений $\vartheta_1 = 0.1$ и токе $I = 30$ А. В соответствии с выражением для текущего "инкремента" (8) наибольший рост разброса наблюдается внутри резонатора, где значение магнитного поля достигает своего максимума. Как следует из оценки (10), для достижения нелинейной стадии неустойчивости в моделирующем режиме необходим характерный масштаб области максимума магнитного поля $\Delta z^{(\text{mod})} \approx 40$ см, что значительно больше, чем в эксперименте. Однако в рабочем режиме для тех же величин электронного тока и уровня начальных возмущений эта длина оказывается существенно меньше $\Delta z^{(\text{op})} \approx 10$ см. Это означает, что в рабочем режиме длина системы достаточна для выхода неустойчивости на стадию насыщения. Согласно оценке (9) и расчету (рис. 4), для токов $I = 30-40$ А ожидаемый разброс на стадии насыщения составляет $\delta\varepsilon = 7-8\%$.

С точки зрения влияния разброса на эффективность взаимодействия электронов с ВЧ полем в резонаторе гиротрона, наиболее интересной характеристикой является величина разброса не вблизи коллектора, а на входе в резонатор (вблизи максимума магнитного поля). В экспериментальном гиротроне в соответствии с формулой (7) на входе в резонатор разбросы в рабочем и моделирующем режимах практически совпадают (рис. 3) и оказываются менее двух процентов. Такой разброс практически не снижает эффективность гиротрона. Однако в случае более плавного профиля магнитного поля и

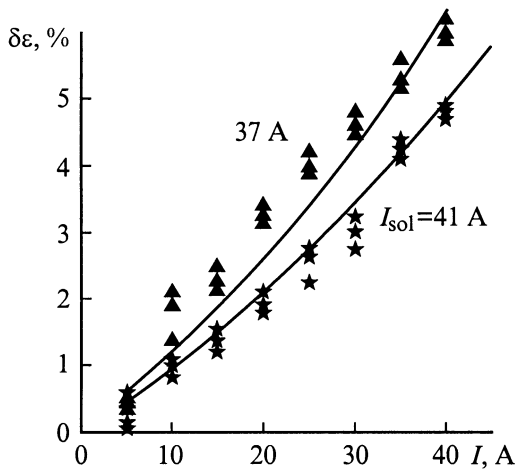


Рис. 4. Зависимость энергетического разброса электронов от тока в моделирующем режиме гиротрона при различных токах в соленоиде. Сопоставление результатов эксперимента [13] с расчетами.

соответственно увеличения длины пространства дрейфа электронного пучка от катода к резонатору разброс на входе в резонатор может возрасти вплоть до величины, соответствующей стадии насыщения НОМ $\delta\varepsilon = 7-8\%$.

Заметим, что при переходе к более коротковолновым гиротронам длина пространства формирования электронного пучка, как правило, возрастает. При этом, очевидно, возрастает и относительная длина, измеренная в обратных инкрементах r_c/Γ_1 . Соответственно разброс энергий электронов на входе в резонатор может заметно возрасти. Так, на рис. 3 (кривая III) приведена зависимость разброса от координаты для рабочего режима гиротрона, который отличается от исследуемого в данной работе прибора только вдвое большим значением магнитного поля, что моделирует переход на рабочую частоту около 170 GHz. В таком приборе в соответствии с (9) величина разброса на стадии насыщения неустойчивости в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем в экспериментальном гиротроне. Однако, согласно формулам (3) и (4), инкремент НОМ на линейной стадии Γ_1/r_c в гиротроне с большей частотой оказывается в $\sqrt{2}$ раз больше. Это приводит почти к двукратному (по сравнению с экспериментальным гиротроном) увеличению разброса на входе в резонатор.

Заключение

Теория неустойчивости отрицательной массы (НОМ) позволяет оценить разброс энергии частиц в пространстве формирования электронного пучка гиротрона. Качественное совпадение зависимостей разброса энергий электронов от тока и величины ведущего магнитного поля, которые найдены в эксперименте [13] и рассчитаны на основе теории НОМ, позволяет предположить, что роль других возможных неустойчивостей электронного

пучка невелика (по крайней мере в моделирующем режиме). Теория НОМ показывает, что энергетический спектр электронов непрерывно расширяется по мере продвижения пучка к коллектору даже в отсутствие ВЧ колебаний. Сопоставление теории и эксперимента позволяет найти до сих пор неизвестную характерную величину начальной флуктуации электронной плотности. Благодаря этому удается оценить роль НОМ в других гиротронах на различных участках электронного пучка.

Для гиротрона, исследованного в работе [13], такая оценка показывает, что НОМ приводит к уширению электронного энергетического спектра на входе в резонатор не более чем на 2%. Влияние такого уширения на эффективность гиротрона относительно невелико. Однако в принципе увеличение длины пространства дрейфа электронов от катода к резонатору может привести к увеличению разброса на входе в резонатор до уровня насыщения НОМ 7–8%. Такое относительное увеличение длины пространства дрейфа (в масштабе характерной величины электронной орбиты) имеет место в гиротронах, рассчитанных на более высокие частоты и с большим радиусом основного соленоида, где НОМ может быть причиной существенного снижения эффективности гиротрона.

Список литературы

- [1] Гапонов А.В., Петелин М.И., Юлпатов В.К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. № 9–10. С. 1414.
- [2] Flyutin V.A., Nusinovich G.S. // Proc. IEEE. 1988. Vol. 76. N 6. P. 644.
- [3] Гиротроны. Сб. науч. тр. // Под ред. В.А. Флягина. Горький: ИПФ АН СССР, 1989. 216 с.
- [4] Братман В.Л. // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 10. С. 2030–2036.
- [5] Nielsen C., Sessler A.M. // Rev. Sci. Instr. 1959. Vol. 30. N 2. P. 80–89.
- [6] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. // Атомная энергия. 1959. Т. 7. № 6. С. 549–560.
- [7] Ковалев И.С., Кураев А.А., Колосов С.В., Слепян Г.Я. // ДАН БССР. 1973. Т. 17. № 5. С. 416–419.
- [8] Братман В.Л., Петелин М.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18. № 10. С. 1538–1543.
- [9] Канавец В.И., Черепенин В.А. // РИЭ. 1975. Т. 20. № 12. С. 2539–2549.
- [10] Hirshfield J.L. // Intern. J. Infrared and Millimeter Waves. 1981. Vol. 2. N 4. P. 695–704.
- [11] Kleva R.G., Antonsen T.M., Jr., Levush B. // Phys. Fluids. 1988. Vol. 31. N 2. P. 375–386.
- [12] Братман В.Л., Пылин А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 11. С. 1408–1416.
- [13] Венедиктов Н.П., Глявин М.Ю., Гольденберг А.Л. и др. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 4. С. 95–98.
- [14] Братман В.Л., Савилов А.В. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 6. С. 154–165.
- [15] Bratman V.L., Savilov A.V. // Phys. of Plasmas. 1995. Vol. 2. N 2. P. 557–564.
- [16] Savilov A.V. // Phys. of Plasmas. 1997. Vol. 4. N 6.
- [17] Savilov A.V. // Intern. J. Infrared and Millimeter Waves. 1994. Vol. 15. N 11. P. 1819–1928.