

01;03;04

## Вопросы оптимизации процессов истечения газа из ствола баллистического плазмотрона

© В.Т. Волон, Д.Б. Волон, В.М. Шмелев

Самарский институт инженеров железнодорожного транспорта,  
443066 Самара, Россия

(Поступило в Редакцию 22 декабря 1998 г.)

Получена система нелинейных дифференциальных уравнений, позволяющих рассчитать характеристики газа в стволе плазмотрона. Сравнение данных по интегрированию этой системы с численным расчетом двумерной задачи радиационной газодинамики выявило приемлемое для инженерных расчетов соответствие. Проведенные исследования позволили резко сократить время расчета для конкретных параметров. Обнаружено, что для каждой конфигурации установки существует оптимальное значение начальной температуры.

### Введение

В данной работе рассматриваются закономерности истечения излучающего газа из ствола баллистического плазмотрона [1–5]. Рабочий газ, сжатый поршнем до высоких температур ( $\sim 10\,000\text{ К}$ ) и давлений ( $\sim 500\text{ атм}$ ), вытекает через отверстие  $\varnothing d$  (рис. 1) из ствола плазмотрона. Причем, как показано в [6], объем газа в стволе во время истечения практически постоянен.

В работе [6] отмечалось, что параметры газа в стволе при истечении в фиксированный момент времени мало меняются от точки к точке внутри этого объема, а влияние на характер истечения образующейся вихревой зоны незначительно. Если исключить полусферу радиусом  $r = L/6$  с центром в точке  $O$  (рис. 1), то параметры в точках ствола различаются не более чем на 5.3% по плотности, 6.4% по температуре, 2.3% по давлению [6]. Это наводит на мысль о целесообразности приближения, в котором характеристики газа внутри ствола считаются одинаковыми и равными средним. Другими словами, мы переходим к термодинамическим параметрам, определяемым по формулам

$$f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i, \quad f = T, p, \rho,$$

где  $f_i$  — параметры газа в  $i$ -й точке;  $N$  — число точек в исходной численной задаче [6];  $T, p, \rho$  — соответственно средние температура, давление и плотность.

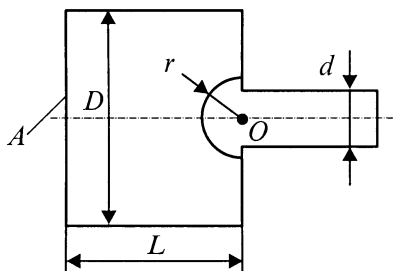


Рис. 1. Расчетная область  $A$  — стенка поршня.

Так как реальные характеристики газа отличаются от средних не более чем на 5%, мы с достаточной для инженерных расчетов точностью можем определить характеристики газа во всей области.

### Истечение газа из ствола плазмотрона

При высоких давлениях и температурах, получаемых в плазмотроне, на первом этапе мы имеем дело с поверхностным излучателем [7], поэтому излучательные потери характеризуем величиной мощности радиационных потерь  $e_{\text{rad}}$

$$e_{\text{rad}} = \sigma S_{\sigma} T^4, \quad E_{\text{rad}} = \int_0^{\tau} e_{\text{rad}} dt,$$

$E_{\text{rad}}$  — энергия излучения в стволе,  $S_{\sigma} = \pi DL + \pi D^2/2$  — площадь поверхности источника,  $\sigma$  — постоянная Стефана–Больцмана.

Согласно первому началу термодинамики,

$$\begin{aligned} \delta Q &= \delta A + dU, \\ -e_{\text{rad}} &= pdV + d(\rho c_v VT), \end{aligned} \quad (1)$$

$c_v$  — теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\delta A$  — элементарная работа газа;  $dU$  — изменение внутренней энергии;  $\delta Q$  — тепло, сообщенное системе.

В наших условиях газ испытывает как радиационное охлаждение, так и газодинамическое — за счет истечения из постоянного объема  $V$ . Плотность газа в каждой точке ствола меняется во времени как  $\rho = \rho(t)$  за счет уменьшения массы газа  $M(t)$  в объеме ствола. При этом  $V = \text{const}$ . Рассмотрим эквивалентную задачу об остывании излучающего газа, расширяющегося с определенной скоростью. Эта задача состоит в том, что плотность газа меняется как  $\rho(t)$  вследствие увеличения объема  $V = V(t)$ , такого что масса газа не меняется

$$\rho(t) = \frac{M_0}{V(t)}, \quad M_0 = \text{const}.$$

Тогда в формуле (1) при  $c_v = \text{const}$

$$-\sigma S_\sigma T^4 dt = \frac{M_0}{V(t)} RT dV + M_0 c_v dT \quad (2)$$

( $R$  — газовая постоянная, параметры с индексом 0 здесь и далее соответствуют начальным значениям величин), причем в приближении  $a = \text{const}$  объем  $V(t)$  определяется как [6]

$$V(t) = \frac{M_0}{\rho(t)} = V \exp \left( \left( \frac{kd}{D} \right)^2 \frac{\sqrt{\gamma RT_0}}{L} (t - t_0) \right),$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $k$  — коэффициент сужения сопла [6].

Для простоты рассмотрим случай ( $\gamma = \text{const}$ ) идеального газа. Тогда (2) сводится к решению, в котором температура определяется по формуле

$$T_2(t) = \left[ \exp(3A(t - t_0)) \left( \frac{1}{T_0^3} + \frac{B}{A} \right) - \frac{B}{A} \right]^{-\frac{1}{3}},$$

$$A = (\gamma - 1) \left( \frac{kd}{D} \right)^2 \frac{\sqrt{\gamma RT_0}}{L}, \quad B = \frac{\sigma S_\sigma}{M_0 c_v}. \quad (3)$$

Если излучательные потери малы —  $\sigma T^4 \rightarrow 0$  ( $B \rightarrow 0$ ), то уравнение (3) переходит в случай чисто газодинамического истечения, а если истечение газа отсутствует —  $d/D \rightarrow 0$  ( $A \rightarrow 0$ )

$$T_2(t) \rightarrow \left[ \frac{1}{T_0^3} + 3 \frac{\sigma S_\sigma (t - t_0)}{\rho_0 c_v V_0} \right]^{-\frac{1}{3}},$$

что соответствует решению уравнения

$$E_{\text{rad}} = \int_{t_0}^t \sigma S_\sigma T^4 d\tau = V \rho_0 c_v (T_0 - T(t)) = -\Delta U,$$

где  $\Delta U$  — изменение внутренней энергии газа за время  $(t - t_0)$ .

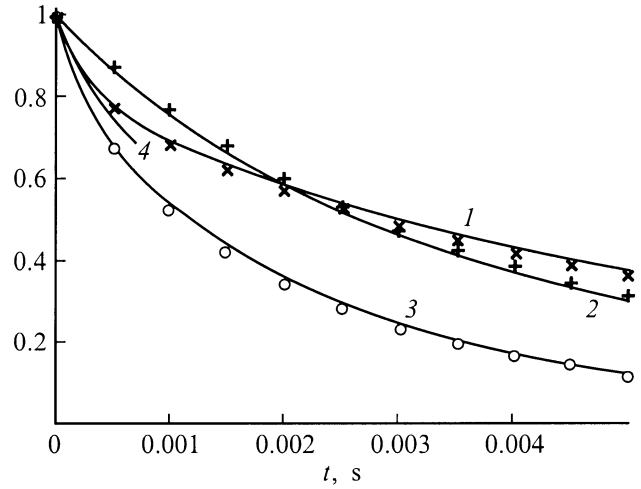
Случай  $a \neq \text{const}$ ,  $a = \sqrt{\gamma RT}$  приводится к решению в квадратурах, однако конечная формула слишком громоздка и неудобна для расчетов. По сути решение сводится к взятию интеграла в формуле

$$t(T_3) = t_0 - \int_{T_0}^{T_3} \frac{dT}{BT^4 + AT^{3/2}}.$$

По мере остывания поверхностный источник трансформируется в объемный и формула (3) перестает быть справедливой с некоторого  $t \approx 0.5 \text{ ms}$  (рис. 2). Переход поверхностного источника в объемный можно учесть, если, как предложено в [8], представить радиационные потери в виде

$$e_{\text{rad}} = \frac{4\sigma T^4}{a_1} \left( 1 - \exp \left( -\frac{a_1 J}{4\sigma T^4} \right) \right) V,$$

где  $a_1 = D/(1 + D/2L)$  — характерный размер [6];  $J$  — объемные излучательные мощности потерь, представляющие собой сумму непрерывных тормозного, рекомбинационного и линейного компонентов [7].



**Рис. 2.** Случай истечения газа с учетом излучения.  $T_4(t)/T_0$ ,  $\rho_4(t)/\rho_0$ ,  $p_4(t)/p_0$  (1-3) — параметры, полученные при решении системы (14);  $T(x)$ ,  $\rho(+)$ ,  $p(o)$  — значения, полученные при решении двумерной задачи;  $T_2(t)/T_0$  (4) — аналитическая зависимость для поверхностного излучателя (формула (3)).

В рассматриваемом классе задач основной вклад в излучение вносят свободно-связанные переходы [8], так что вычисления  $J$  можно свести к расчету по формуле

$$J \approx G\rho T \exp \left( -\frac{I}{T} \right),$$

где  $G, I$  — некоторые константы, зависящие только от рода газа.

Формулу (1) после некоторых преобразований можно представить как

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{e_{\text{rad}}}{c_v M_0} - (\gamma - 1) \frac{S}{V} \sqrt{\gamma RT}^{3/2},$$

где  $S$  — площадь сечения сопла, и записать математическую модель истечения излучающего газа в виде системы

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{S}{V} \sqrt{\gamma RT},$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{4\sigma T^4 V}{c_v M_0 a_1} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{a_1 G\rho T \exp(-I/T)}{4\sigma T^4} \right) \right] - (\gamma - 1) \frac{S}{V} \sqrt{\gamma RT}^{3/2}. \quad (4)$$

Формулы (4) легко обобщить на случай  $\gamma \neq \text{const}$ ,  $c_v \neq \text{const}$  и даже  $S, V \neq \text{const}$ . Численные решения системы (4) представлены на рис. 2. Там же производится сравнение с численным расчетом двумерной газодинамической задачи истечения излучающего газа. Максимальное расхождение результатов на отрезке времени в 5 ms по плотности составляет  $\varepsilon_\rho < 0.043$ , по температуре —  $\varepsilon_T < 0.038$ , по давлениям —  $\varepsilon_p < 0.010$ , причем величины  $\varepsilon_t, \varepsilon_\rho$  растут с увеличением  $t$  (см. таблицу). По всей видимости, большее расхождение по плотности и температуре обусловлено образованием вихревой зоны, влияние которой возрастает по мере истечения.

### Оптимизация параметров

Сведение решения сложной двумерной газодинамической радиационной задачи к определению термодинамических величин  $T, \rho, p$  (из системы дифференциальных уравнений) позволяет перейти к вопросу оптимизации устройства. Расчет для каждого конкретного плазматрона теперь проводится с гораздо меньшими затратами машинного времени. Задачи оптимизации несколько усложняется тем, что система (4) не приводится к безразмерному виду. Поэтому необходимо проследить изменения по каждому из параметров  $T, \rho, L, D, d$  для каждого газа и еще по  $\gamma, R, G, I$  для разных видов газа.

В стволе запасена энергия

$$E_0 = \frac{\rho_0 V}{\gamma - 1} = \rho_0 c_v V T_0.$$

Интенсивный радиационный теплообмен с излучением в видимом диапазоне длин волн происходит при температурах выше некоторой  $T_r$ . Например, для ксенона эта температура составляет  $\approx 6800$  К. Поэтому, энергия, ушедшая в излучение в стволе и в камере, есть

$$E_r = \rho_0 V c_v (T_0 - T_r).$$

Доля энергии излучения, попавшая в камеру, есть разница между всей энергией излучения и энергией излучения, выделившейся в стволе,

$$E_c = E_r - \int_{t_0}^{\tau} e_{\text{rad}} dt. \quad (5)$$

В случае решения системы (4) в численном виде интеграл в (5) заменяем приближенной суммой

$$\int_{t_0}^{\tau} e_{\text{rad}} dt \approx V \Delta t \sum_{n=0}^{N_1} (e_{\text{rad}})_n,$$

где  $\Delta t$  — шаг интегрирования по времени,  $N_1$  — число шагов по времени при численном интегрировании системы (4).

Расхождение результатов расчета по (4) с численным расчетом двумерной газодинамической задачи истечения излучающего газа

$t, \text{ms}$	$\varepsilon_\rho$	$\varepsilon_T$	$\varepsilon_p$
0.5	0.010	0.012	0.001
1.0	0.019	0.018	0.002
1.5	0.025	0.022	0.004
2.0	0.028	0.022	0.007
2.5	0.030	0.024	0.010
3.0	0.034	0.027	0.009
3.5	0.037	0.030	0.009
4.0	0.040	0.032	0.006
4.5	0.040	0.036	0.008
5.0	0.043	0.038	0.005

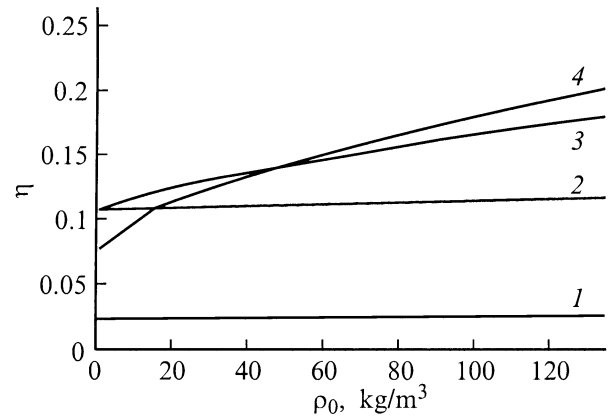


Рис. 3. Зависимость КПД установки от начальной плотности  $\rho_0$ ;  $T_e = 7000$  (1), 8000 (2), 10000 (3), 12000 К (4).

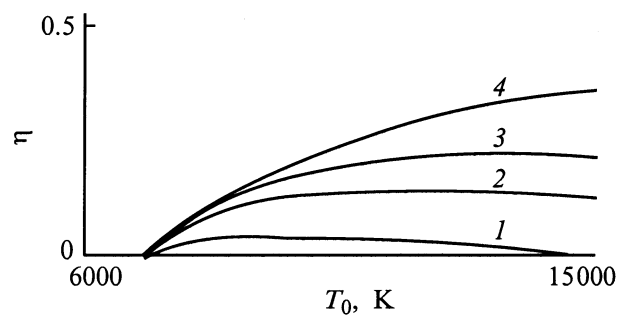


Рис. 4. Зависимость КПД установки от начальной температуры  $T_0$ ;  $d = 5$  (1), 12 (2), 20 (3), 52 mm (4).

КПД передачи энергии излучения в камеру составит

$$\eta = \frac{E_c}{E_0} = \frac{\rho_0 V c_v (T_0 - T_r) - V \Delta t \sum_{n=0}^{N_1} (e_{\text{rad}})_n}{\rho_0 V c_v T_0} = 1 - \frac{T_r}{T_0} - \frac{\Delta t}{\rho_0 c_v T_0} \sum_{n=0}^{N_1} (e_{\text{rad}})_n.$$

Исследуем, как зависит величина  $\eta$  от газодинамических параметров ( $T, \rho$ ), от геометрии ( $L, D, d$  и  $\xi$  — масштабного фактора, который показывает, во сколько раз каждый из линейных параметров в рассматриваемом случае отличается от исходных). Проведем расчеты для ксенона:  $R = 63.4 \text{ J/kgK}$ ,  $\gamma = 1.67$ ,  $G = 1.12 \cdot 10^{12} \text{ m}^3/\text{kgK}$ ,  $I = 140 \text{ 602 K}$ . Для заданной исходной геометрии ( $d = 0.012 \text{ m}$ ,  $D = 0.076 \text{ m}$ ,  $L = 0.05 \text{ m}$ ) при невысоких начальных температурах (7000... 8000 К) рост начальной плотности практически не влияет на КПД (рис. 3). Это вызвано объемным характером высвечивания при данных параметрах. При начальных температурах  $T_0 \geq 9000 \text{ K}$  с увеличением начальной плотности происходит рост КПД (рис. 3), что характерно для поверхностного излучателя. Если по  $\rho_0$  идет монотонный рост  $\eta$  с увеличением  $T_0$ , то

зависимость  $\eta(T_0)$  имеет максимум, достигаемый на различных значениях диаметра сопла  $d$  (рис. 4). Из этого следует, что для каждой конфигурации  $d, D, L$  существует оптимальная начальная температура, при которой  $\eta$  достигает максимума.

КПД растет при уменьшении длины  $L$  и диаметра ствола  $D$  при заданном значении  $d$  (рис. 5). Однозначно при увеличении диаметра сопла растет КПД (рис. 6).

При низких начальных температурах  $T_0$  и малых  $\xi$ , когда характер высвечивания объемный, КПД не зависит от геометрических параметров. К примеру, при  $T_0 = 8000$  К КПД практически постоянный до  $\xi = 0.1$  (рис. 7). При дальнейшем увеличении  $\xi$  сначала идет снижение КПД, которое при некотором  $\xi$  сменяется его ростом. При высоких  $T_0$ , когда характер высвечивания поверхностный, функция  $\eta(\xi)$  имеет минимум (рис. 7).

Подобная картина возникает вследствие противоречивого влияния двух факторов. Первым фактором является снижение величины отношения площади поверхности тела к его объему ( $S_\sigma/V$ ) при росте  $\xi$ , что при поверх-

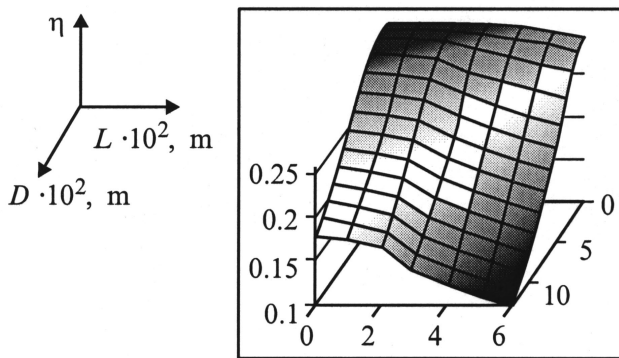


Рис. 5. Зависимость КПД установки от линейных размеров  $L, D$ .

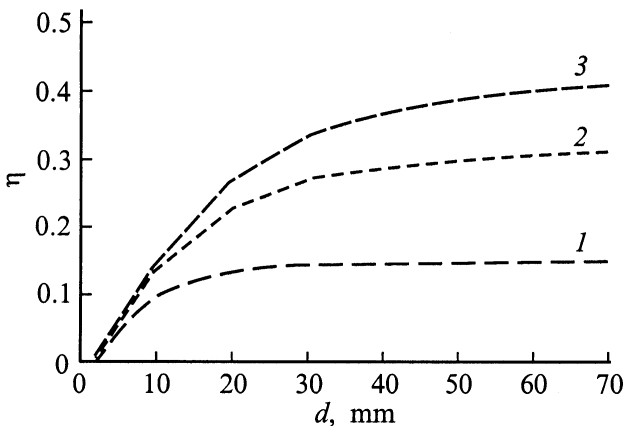


Рис. 6. Зависимость КПД установки от диаметра сопла  $d$ ;  $T_0 = 8000$  (1), 10 000 (2), 12 000 К (3).

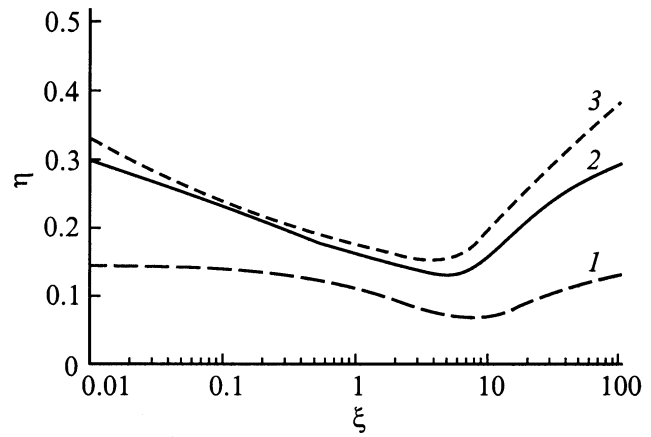


Рис. 7. Влияние масштабного фактора  $\xi$  на КПД установки (1–3 — то же, что и на рис. 6).

ностном характере высвечивания должно приводить к снижению радиационных потерь в стволе, а следовательно, к увеличению КПД. Но, с другой стороны, при росте  $\xi$  объем газа, находящегося в стволе, растет пропорционально  $\xi^3$ , а площадь сечения выходного канала — лишь  $\sim \xi^2$ . Это в соответствии с первой формулой системы (4) должно приводить к увеличению времени пребывания частиц газа в стволе, а следовательно, большим радиационным потерям в стволе. При малых значениях  $\xi$ , когда излучающее тело еще интенсивно излучает с большой поверхности, преобладает влияние второго фактора — КПД падает с ростом  $\xi$ . При дальнейшем увеличении  $\xi$  большее влияние начинает оказывать первый фактор — остывание массивного тела идет все медленнее и КПД растет. Однако этот рост все равно сдерживается влиянием второго фактора.

## Выводы

Получена система нелинейных дифференциальных уравнений, позволяющих рассчитать характеристики газа в стволе плазмотрона. Сравнение данных по интегрированию этой системы с численным расчетом двумерной задачи радиационной газодинамики выявило хорошее соответствие решений (расхождение не более 5%), что позволяет рекомендовать составленную математическую модель для инженерных расчетов теплоэнергетических характеристик в плазмотроне.

Сведение решения двумерной задачи плазгодинамики к интегрированию системы дифференциальных уравнений позволило резко сократить время расчета для конкретных параметров установки и перейти к вопросам оптимизации устройства. Обнаружено, что для каждой конфигурации установки существует оптимальное значение начальной температуры.

## Список литературы

- [1] *Златин Н.А., Мишин Г.И.* Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. М.: Наука, 1974.
- [2] *Марголин А.Д., Василик Н.Я., Шмелев В.М.* и др. // Тез. докл. I Всесоюзного симпозиума по радиационной плазменной динамике. М.: Энергоатомиздат, 1989. С. 33.
- [3] *Dowling J.A., Shumsky J., Eckerman J., Schelier R.E.* // Appl. Phys. Lett. 1968. Vol. 12. N 5. P. 184.
- [4] *Шмелев В.М., Марголин А.Д., Василик Н.Я.* и др. // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 9. С. 67–70.
- [5] *Шмелев В.М., Марголин А.Д., Василик Н.Я.* и др. // ТВТ. 1998. Т. 36. № 4. С. 548–551.
- [6] *Волов Д.Б.* Канд. дис. М.: 1998. 157 с.
- [7] *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных газодинамических явлений. М.: Наука, 1966.
- [8] *Макарычев С.В., Смехов Г.В., Ялович М.С.* // Изв. АН МЖГ. 1992. № 1. С. 155–162.