01;05

Дифференциальная проводимость при поперечном убегании горячих электронов

© З.С. Качлишвили, Н.К. Метревели, Ф.Г. Чумбуридзе

Тбилисский государственный университет,
380028 Тбилиси, Грузия

(Поступило в Редакцию 19 февраля 1999 г.)

Исследуется дифференциальная проводимость в условиях поперечного убегания горячих электронов. Рассмотрены приближения квазиупругого рассеяния и электронной температуры в условиях равновесия и разогрева фононной подсистемы. Показано, что в обоих приближениях дифференциальная проводимость при поперечном убегании становится равной бесконечности, не меняя при этом знак. Разогрев фононов задерживает поперечное убегание.

1. В условиях убеганий горячих электронов всегда возникает вопрос о сохранении стационарности данного состояния системы. Однозначный ответ на этот вопрос может дать характер поведения дифференциальной проводимости. Однако, насколько нам известно, до сих пор не найдена общая связь между убеганием горячих электронов и поведением дифференциальной проводимости. По нашему мнению, эта проблема связана с тем, что не существует такого параметра, который, с одной стороны, однозначно характеризовал бы эффект убегания и, с другой стороны, от него зависела бы дифференциальная проводимость. Мы имеем в виду следующее. Например, в приближении квазиупругого рассеяния, согласно [1], разные типы убегания определяются характером асимптотического поведения функции разогрева (функции, указывающей на степень разогрева электронов), но дифференциальная проводимость не зависит от функции разогрева. При убегании же, связанном с перегревным механизмом рассеяния [2], дифференциальная проводимость зависит от электронной температуры, но не существует однозначного определения ее (электронной температуры) поведения при убегании. Известно только, что при убегании электронная температура растет настолько, что она (соответствующая функция определения) не может обеспечить конечность величин некоторых макрохарактеристик системы (скажем, средней энергии). Однако это "настолько" для разных макрохарактеристик является совершенно разным из-за разного характера энергетической зависимости соответствующих усредняемых величин.

В свете вышесказанного исключением представляется нам эффект поперечного убегания (ПУ) горячих электронов. Действительно, по определению ПУ есть эффект, реализующийся только в режиме холостого хода (разомкнутые холловские контакты) при некоторой комбинации механизмов рассеяния импульса и энергии. Главное, что это происходит при определенном пороговом значении приложенного электрического (или магнитного) поля, внутреннее (греющее) поле, или электронная температура, стремится к бесконечности [3–5]. Это дает нам возможность изучить поведение дифференциальной проводимости при ПУ горячих электронов и тем самым определить характер нелинейности вольт-амперной характеристики (ВАХ), т. е. получить необходимое условие возникновения S или N образной ВАХ, ибо, как мы увидим ниже, дифференциальная проводимость при этом зависит от внутреннего поля, или электронной температуры. В настоящей работе излагаются результаты такого рассмотрения. Здесь же приводятся результаты исследования влияния разогрева фононов на поведение дифференциальной проводимости.

2. Рассмотрим прямоугольный полупроводниковый образец. Пусть вдоль оси x приложено электрическое поле E_x и течет ток j_x, а магнитное поле H направлено вдоль оси z. В режиме холостого хода холловское поле определяется из условия $j_y = 0$. Тогда при использовании уравнении баланса энергии для исключения dZ_0/dE_x в выражении дифференциальной проводимости σ_d получается хорошо известное выражение [6]

$$\sigma_d = \sigma \frac{\frac{d\ln(P\sigma)}{dZ_0}}{\frac{d\ln\left(\frac{P}{\sigma}\right)}{dZ_0}}, \tag{1}$$

однако σ в этом случае дается выражением

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\mu_1}{\mu_0}\left(1 + \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2}\right), \tag{2}$$

где μ_1 и μ_2 — продольная и поперечная подвижности; $Z_0 \equiv E$ — внутреннее поле в приближении квазиупругого рассеяния, а в приближении электронной температуры $Z_0 \equiv \Theta \equiv T_e/T$; T_e, T — электронная температура и температура решетки;

$$\frac{\mu_1}{\mu_0} = \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma((t+5)/2)}\frac{I_1}{I_0}, \quad \frac{\mu_2}{\mu_0} = \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(t+5/2)}\sqrt{\eta}\frac{I_2}{I_0}, \tag{3}$$

где

$$I_1 = \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0}{\partial x}\right)\frac{x^{\frac{t+3}{2}}}{1+\eta x^t}dx, \tag{4}$$

$$I_2 = \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0}{\partial x}\right)\frac{x^{\frac{2t+3}{2}}}{1+\eta x^t}dx, \tag{5}$$

$$I_0 = \int\limits_0^\infty x^{1/2} f_0 dx; \tag{6}$$

σ_0, μ_0 — проводимость и подвижность в слабом электрическом поле; $\Gamma(t)$ — гамма-функция; f_0 — неравновесная функция распределения.

Предполагая, что энергетическую зависимость длин свободного пробега по импульсу l и по энергии $\tilde{l}$ можно представить в виде

$$l = l_0 x^{\frac{1+t}{2}}, \quad \tilde{l} = \tilde{l}_0 x^{\frac{1+s}{2}}. \tag{7}$$

Значения t и s для всех известных механизмов рассеяния приведены в [7],

$$\eta \equiv \left(\frac{H}{H_0}\right)^2, \quad H_0 \equiv \frac{(2mc^2 k_0 T)^{1/2}}{e l_0},$$

e и m — заряд и эффективная масса электрона, $k_0 T$ — тепловая энергия. В формуле (1) P есть мощность, передаваемая горячими электронами решетки [6],

$$P \equiv P_0(T) \frac{\frac{2}{3}\langle x\rangle - 1}{\langle \tau_e \rangle}, \tag{8}$$

где $P_0(T) \equiv n k_0 T$, n — концентрация свободных электронов, $x \equiv \varepsilon/(k_0 T)$ — безразмерная энергия, τ_e — время релаксации энергии, символ $\langle \ldots \rangle$ означает усреднение по неравновесной функции распределения.

3. Рассмотрим приближение квазиупругого рассеяния горячих электронов. Поскольку аналитически обозримые результаты можно получить только в сильном и слабом магнитных полях, рассматривая эти приближения в условиях сильного разогрева, то соответствующие неравновесные функции распределения можно записать в компактном виде:

$$f_0(x) = N \exp\left(-\frac{\eta^\zeta}{\alpha} \frac{x^\xi}{\xi}\right), \quad \xi \neq 0, \tag{9}$$

N — нормировочный множитель,

$$\xi = \xi_1 \equiv 1 - \frac{t+s}{2}$$

и $\zeta = 0$ в слабом магнитном поле $\eta(\langle x\rangle)^t \ll 1$,

$$\xi = \xi_2 \equiv 1 + \frac{t-s}{2}$$

и $\zeta = 1$ в сильном магнитном поле $\eta(\langle x\rangle)^t \gg 1$,

$$\alpha = \left(\frac{E}{E_0}\right)^2, \quad E_0 = \frac{\sqrt{3} k_0 T}{e(l_0 \tilde{l}_0)^{1/2}}.$$

Рассматривая аналогично слабые и сильные магнитные поля в (4) и (5), I_1 и I_2 можно представить в виде

$$I_i = \frac{1}{\eta^\zeta} \int\limits_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0}{\partial x}\right) x^{\beta_i} dx; \quad i = 1,\ 2. \tag{10}$$

При $i = 1$ $\beta_1 \equiv (t+3)/2$ и $\zeta = 0$ в слабом магнитном поле, $\beta_1 \equiv (3-t)/2$ и $\zeta = 1$ в сильном магнитном поле.

При $i = 2$ $\beta_2 \equiv (2t+3)/2$ и $\zeta = 0$ в слабом магнитном поле, $\beta_2 \equiv 3/2$ и $\zeta = 1$ в сильном магнитном поле.

Вычисляя μ_1 и μ_2 с использованием (9) и (10), а также $\langle x\rangle$ и $\langle \tau_e\rangle$, для проводимости (2) и передаваемой мощности (8) получаем:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = a_0 \eta^{\frac{3-2\beta_1-2\xi}{2\xi}\zeta} \alpha^{\frac{2\beta_1-3}{2\xi}}$$

$$\times \left[1 + \frac{\Gamma^2\left(\frac{\beta_2}{\xi}+1\right)}{\Gamma^2\left(\frac{\beta_1}{\xi}+1\right)} (\xi\alpha)^{\frac{2(\beta_2-\beta_1)}{\xi}} \eta^{\frac{\xi+2\zeta(\beta_1-\beta_2)}{\xi}}\right], \tag{11}$$

$$a_0 \equiv \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\beta_1}{\xi}+1\right)\xi^{\frac{2\beta_1+2\xi-3}{2\xi}}}{\Gamma\left(\frac{t+5}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3}{2\xi}\right)},$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\frac{2}{3}\left(\frac{\alpha\xi}{\eta^\zeta}\right)^{\frac{1}{\xi}}\Gamma\left(\frac{5}{2\xi}\right) - \Gamma\left(\frac{3}{2\xi}\right)}{\tau_0\left(\frac{\alpha\xi}{\eta^\zeta}\right)^{\frac{s}{2\xi}}\Gamma\left(\frac{s+3}{2\xi}\right)}. \tag{12}$$

Учитывая выражения (11) и (12), для σ_d получаем явную функциональную зависимость от E. Однако из-за громоздкости выражения для σ_d мы его здесь не приводим.

При ПУ, как было сказано выше, внутреннее поле стремится к бесконечности. Так что, переходя к пределу $E \to \infty$ и учитывая, что всегда $\beta_2 - \beta_1 = t/2$ и $t > 0$ [3–5], для дифференциальной проводимости получаем

$$\frac{\sigma_d}{\sigma} = \frac{1 + t + \frac{1}{2}(2\beta_1 - 3 - s)}{1 - t - \frac{1}{2}(2\beta_1 - 3 + s)}. \tag{13}$$

В слабом магнитном поле $2\beta_1 = t + 3$ и

$$\frac{\sigma_d}{\sigma} = \frac{2 + 3t - s}{2 - 3t - s}. \tag{14}$$

Как видно из этого выражения, $\sigma_d = \infty$ при $3t + s = 2$, что соответствует ПУ при наличии слабого магнитного поля [4]. При этом числитель отличен от нуля, ибо при ПУ $t > 0$ [3,4].

В сильном магнитном поле $2\beta_1 = 3 - t$ и

$$\frac{\sigma_d}{\sigma} = \frac{2 + t - s}{2 - t - s}. \tag{15}$$

Здесь $\sigma_d = \infty$ при $t + s = 2$, числитель также отличен от нуля. Как известно [3,4], эта вторая возможная комбинация механизмов рассеяния, для которой возникает ПУ в сильном электрическом поле.

4. Рассмотрим теперь приближение электронной температуры. Тогда неравновесную функцию распределения можно заменить функцией

$$f_0 = N e^{-\frac{x}{\Theta}}. \tag{16}$$

Вычисляя I_i, $\langle x\rangle$ и $\langle \tau_e\rangle$ с помощью (16), для проводимости и передаваемой мощности получаем

$$\frac{\sigma_d}{\sigma}=\frac{\Gamma(\beta_1+1)}{\Gamma\left(\frac{t+5}{2}\right)}\frac{\Theta^{\left(\beta_1-\frac{3}{2}\right)}}{\eta^{\zeta}}\left[1+\eta\frac{\Gamma^2(\beta_2+1)}{\Gamma^2(\beta_1+1)}\Theta^{2(\beta_2-\beta_1)}\right] \quad (17)$$

и

$$P(\Theta)=P'\Theta^{\gamma}(\Theta-1), \quad (18)$$

где $\gamma=-(s/2)$ и $P'=P_0(T)$ при наличии равновесных фононов и $\gamma=\alpha$ и $P'=P_{fl}(T)$ при разогревании фононов.

Здесь необходимо отметить следующее. Хорошо известно, что для нахождения неравновесных функций распределения горячих электронов и фононов следует решать соответствующую систему кинетических уравнений Больцмана для электронов и фононов. Однако, как было показано в [8], эта весьма сложная задача существенно упрощается в приближении, когда функции распределения для электронной и фононной подсистем являются соответственно максвелловской и планковской с одной и той же эффективной температурой, равной электронной температуре Θ. В этом случае вместо системы уравнений баланса энергии имеется одно уравнение для определения Θ. Таким образом, разогретые электроны и длинноволновые фононы (ДФ) имеют одну и ту же температуру. ДФ в свою очередь отдают полученную от электронов энергию либо коротковолновым фононам, играющим роль "теплового резервуара", либо границам кристалла. В первом случае $P'=P_{ff}$ и $\alpha=2$, а во втором случае $P'=P_{fl}$ и $\alpha=3/2$. С учетом (17) и (18) в условиях ПУ ($\Theta\to\infty$) для дифференциальной проводимости имеем

$$\frac{\sigma_d}{\sigma}=\frac{\gamma-\beta_1+2\beta_2-\frac{1}{2}}{\gamma+\beta_1-2\beta_2+\frac{5}{2}}. \quad (19)$$

1) В случае равновесных фононов $\gamma=-(s/2)$. Учитывая значения β_1 и β_2 в слабом и сильном магнитном полях, легко убедиться, что для дифференциальной проводимости получаются значения (14) и (15) соответственно.

2) В условиях разогрева фононов $\gamma=\alpha$. При наличии "теплового резервуара" $\alpha=2$ и в слабом магнитном поле

$$\frac{\sigma_d}{\sigma}=\frac{2+t}{2-t}, \quad (20)$$

в сильном магнитном поле

$$\frac{\sigma_d}{\sigma}=\frac{6+t}{6-t}. \quad (21)$$

В случае передачи энергии границам кристалла $\alpha=3/2$ и в слабом магнитном поле

$$\frac{\sigma_d}{\sigma}=\frac{5+3t}{5-3t}, \quad (22)$$

в сильном магнитном поле

$$\frac{\sigma_d}{\sigma}=\frac{5+t}{5-t}. \quad (23)$$

Из полученных результатов (20)–(23) следует, что в условиях разогрева фононов дифференциальная проводимость не проходит через бесконечность, поскольку соответствующие механизмы рассеяния не существуют.

Таким образом, в обоих приближениях в условии равновесия фононной подсистемы дифференциальная проводимость при ПУ горячих электронов проходит через бесконечность, что указывает на возможность возникновения S-образной ВАХ. В условиях же разогрева фононной подсистемы дифференциальная проводимость также проходит через бесконечность, но не для реально существующих механизмов рассеяния.

Список литературы

[1] *Левинсон И.Б.* // ФТП. 1964. Вып. 6. С. 2113.
[2] *Басс Ф.Г.* // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. С. 275.
[3] *Качлишвили З.С.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. С. 1955.
[4] *Качлишвили З.С., Чумбуридзе Ф.Г.* // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 1834.
[5] *Качлишвили З.С.* // ЖЭТФ. 1998. Т. 113. С. 688.
[6] *Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г.* Физика полупроводников. М., 1990. 672 с.
[7] *Kachlishvili Z.S.* // Phys. St. Sol. (a). 1976. Vol. 33. P. 15.
[8] *Гасымов Т.М., Гуревич Л.Э.* // ФТТ. 1967. Вып. 9. С. 106.