

Многочастотный гиротрон

© С.Н. Власов

Институт прикладной физики РАН,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 28 января 1999 г.)

Рассматривается теория гиротрона, излучающего несколько частот, кратных циклотронной частоте. Это излучение в стационарном случае представляет собой несинусоидальные электромагнитные колебания, формы которых определяются амплитудами гармоник их составляющих. Теория строится в слабoreлятивистском случае на основе известных уравнений движения электронов в электромагнитном поле для величины их поперечного импульса. Показано, что эффективность многочастотного гиротрона относительно излучения в одну гармонику при оптимальных условиях выше эффективности одночастотного.

В миллиметровом диапазоне источники большой мощности дают обычно монохроматическое излучение. Наиболее известными из них являются гиротроны, в которых в качестве активного вещества используются вращающиеся в постоянном магнитном поле электроны. Существенным элементом гиротрона является резонатор, имеющий в своем спектре моду с частотой, близкой к одной из гармоник циклотронной частоты. Эта мода обладает необходимыми для эффективной генерации структурой поля и добротностью. Кроме частоты рабочей моды в излучении гиротрона присутствуют с малым уровнем мощности кратные частоты, близкие к другим гармоникам гирочастоты. Гиротрон может быть использован для получения не только монохроматического, но и многочастотного излучения. Это является следствием способности активного вещества гиротрона — электронов в магнитном поле — одновременно излучать на многих гармониках циклотронной частоты. Поэтому возможно получение в гиротронах излучения на нескольких частотах, кратных гармоникам циклотронной частоты. Оно представляет собой несинусоидальные электромагнитные колебания, формы которых определяются амплитудами гармоник их составляющих.

Для получения такого режима необходимо наличие в спектре резонатора мод с частотами, кратными циклотронной частоте, подходящими структурами полей и значениями добротностей. Величина мощности на каждой моде будет зависеть от эффективности взаимодействия ее с электронным пучком. Излучение всех мод будет сфазировано между собой. В данной работе теоретически исследуется простейший из многочастотных гиротронов — двухчастотный в низших гармониках $n = 1$ и 2. Теория строится в слабoreлятивистском случае на основе известных уравнений движения электронов в электромагнитном поле для величины их поперечного импульса [1,2] без учета пространственного заряда и разброса электронов по скоростям.

Рассмотрим взаимодействие винтового электронного пучка, типичного для гиротрона, с электромагнитным полем резонатора. Электронный пучок движется в однородном магнитном поле \mathbf{H}_0 , направленном вдоль коор-

динаты z , и имеет азимутальную симметрию с центрами циклотронных орбит электронов на радиусе R_b в цилиндрической системе координат (r, φ, z) . Резонатор представляет отрезок волновода кругового сечения, диаметр которого медленно меняется в соответствии с теорией, развитой для построения гиротронных резонаторов [3]. Дополнительно мы будем предполагать, что поверхность резонатора обеспечивает получение достаточно точного совпадения частот мод на двух гармониках. Такое совпадение может быть получено, например, поперечной гофрировкой стенок резонатора с периодом, меньшим длины волны на низшей гармонике, но слегка большим половины длины волны на высшей гармонике. Структура полей на резонансных частотах в таком резонаторе близка к структуре полей на критических частотах соответствующего волновода. Электронный пучок будет эффективно взаимодействовать только с полями H -волн, имеющих поперечную компоненту электрического поля. Анализ работы такого многочастотного гиротрона может быть проведен на основе теории, развитой в работах [1,2] для одночастотного гиротрона.

Рассмотрим случай взаимодействия мод, одна из которых на первой (низшей) гармонике имеет частоту ω_1 и зависимость $\sim \exp(-im\varphi)$ от азимутального угла φ , где m — азимутальный индекс. Пусть другая мода на n -й гармонике имеет частоту $n\omega_1$, зависимость от азимутального угла $\sim \exp(-inm\varphi)$ с индексом mn . Тогда зависимость амплитуды \tilde{p} поперечного импульса электронов от координаты φ имеет только одну гармонику и $\tilde{p} \sim \exp[-i(m-1)\varphi]$. В дальнейшем азимутальные зависимости как в описании полей, так и в описании движения электронов мы опустим. Для нормированной амплитуды поперечного импульса, согласно [1,2], имеем

$$\frac{dp}{d\zeta} + ip(\Delta + |p|^2 - 1) = \sum_{n=1}^2 p^{*(n-1)} f_n(\zeta), \quad (1)$$

где

$$p = \frac{(p_x + ip_y) \exp[-i\omega_1 t]}{|p_{\perp 0}|},$$

$\mathbf{p}_{\perp} = m_0 \mathbf{v}_{\perp}$ — поперечный импульс, m_0 — масса покоя электрона, \mathbf{v}_{\perp} — его поперечная скорость,

$$\Delta = \frac{2}{\beta_{\perp 0}^2} \frac{\omega_1 - \omega_{H0}}{\omega_1}$$

— нормированная расстройка от резонанса, ω_1 — частота колебаний на первой гармонике,

$$\omega_{H0} = -\frac{eH_0}{m_0c} \left(1 - \frac{\beta_{\perp 0}^2}{2} - \frac{\beta_{\parallel 0}^2}{2} \right)$$

— циклотронная частота электронов на входе в пространство взаимодействия, n — номер гармоники, e — заряд электрона,

$$\beta_{\perp 0} = \frac{|\mathbf{v}_{\perp 0}|}{c}, \quad \beta_{\parallel 0} = \frac{|v_{\parallel 0}|}{c},$$

c — скорость света, $\mathbf{p}_{\perp 0}$ — значение амплитуды поперечного импульса, $\mathbf{v}_{\perp 0}$ и $v_{\parallel 0}$ — величины поперечной и продольной скоростей на входе пространства взаимодействия;

$$\zeta = \frac{\beta_{\perp 0}^2 \omega_{H0} z}{2 v_{\parallel 0}}$$

— нормированная продольная координата.

Функции $f_n(\zeta)$ связаны, согласно [2,4], с амплитудами полей \mathbf{E}_n в пространстве взаимодействия следующим образом:

$$f_n = \beta_{\perp 0}^{n-4} \left(\frac{n^n}{2^{n-1} n!} \right) J_{mn-n}(k_n R_b) F_n,$$

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\exp(i\omega_n t) F_n(z) \mathbf{E}_{n0}(\mathbf{r}_{\perp})],$$

$$\mathbf{E}_{n0} = \frac{H}{k_n} [\nabla \Psi_n \mathbf{z}_0],$$

$$\Psi_n = J_{mn}(k_n R_n) \exp(-imn\varphi).$$

В отличие от [2] в (1) описывается действие на электронный пучок полей двух гармоник. Согласно [2], поля $f_n(\zeta)$ удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\frac{d^2 f_n}{d\zeta^2} + \gamma_n^2 f_n = i n \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p^n d\theta_0, \quad (2)$$

где величины

$$\gamma_n^2 = \frac{8\beta_{\parallel 0}^2 (\omega_n - \omega_{cm})}{\beta_{\perp 0}^4 \omega_n},$$

ω_{cm} — критические частоты взаимодействующих с электронным пучком мод,

$$I_n = 64 \frac{eI_0}{m_0 c^3} n^3 \beta_{\parallel 0} \beta_{\perp 0}^{2(n-4)} \left(\frac{n^n}{2^n n!} \right)^2 \frac{J_{m-n}^2(k_n R_b)}{(k_n^2 R_p^2 - m^2) J_m^2(k_n R_n)},$$

$k_n = (\omega_1 n)/c$, I_0 — ток электронного пучка, $J_q(x)$ — функции Бесселя, θ_0 — фаза влета электронов в пространство взаимодействия.

Отметим, что вследствие гофры на стенках резонатора величины R_n отличны друг от друга. Предположим, что

моды имеют достаточно высокие добротности Q_1 и Q_n , а структуры полей описываются одиночными гауссовыми структурами

$$f_n = A_n \exp \left[-\frac{(\zeta - \zeta_0)^2}{2L^2} \right] = A_n \varphi_n$$

с протяженностью L и амплитудами A_n , ζ_0 — координата центра резонатора. Ограничимся случаем стационарной генерации. В этом случае амплитуды A_n от времени не зависят. Они являются комплексными величинами. Одну из них можно вследствие произвольности выбора начала отсчета времени считать действительной. Мы будем считать действительной функцию A_1 . После подстановки функций $f_n(\zeta)$ в уравнения (1), (2) последние примут вид

$$\frac{dp}{d\zeta} + ip(\Delta + |p|^2 - 1) = \sum_{n=1}^2 A_n p^{*(n-1)} \varphi_n(\zeta), \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \varphi_n}{d\zeta^2} + \gamma_n^2 \varphi_n = \frac{i I_n}{2\pi A_n} \int_0^{2\pi} p^n d\theta_0. \quad (4)$$

Следуя [1], умножим (4) на p^* , сложим с комплексно-сопряженным, проинтегрируем по продольной координате ζ и по фазе влета электронов в пространство взаимодействия θ_0 . В результате будем иметь выражение для эффективности η_{\perp}

$$\begin{aligned} \eta_{\perp} &= - \int_0^{\zeta_k} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{n=1}^2 (A_n \varphi_n p^{*n} + A_n^* \varphi_n^* p^n) d\theta_0 \right] d\zeta \\ &= - \sum_{n=1}^2 \eta_{\perp n}, \end{aligned}$$

где ζ_k — координата окончания взаимодействия электронов с электромагнитным полем,

$$\eta_{\perp n} = - \int_0^{\zeta_k} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (A_n \varphi_n p^{*n} + A_n^* \varphi_n^* p^n) d\theta_0 \right] d\zeta \quad (5)$$

характеризуют относительные величины мощности, отданные электронами соответственно модам на первой и n -й гармониках. Очевидно, что необходимым условием стационарного двухчастотного режима является положительность величин $\eta_{\perp n}$.

Для определения условий существования двухчастотного режима используем, следуя [2], уравнения (5), (6) и уравнения для мод резонатора без электронного пучка

$$\frac{d^2 \varphi_n}{d\zeta^2} + \gamma_{10}^2 \varphi_n = 0. \quad (6)$$

Величины γ_{n0}^2 комплексны, причем мнимые части их обусловлены конечным значением добротности мод

$$\text{Im} \gamma_{n0}^2 = \frac{\omega_n^2 l^2}{c^2 Q_n}, \quad l = \frac{2v_{\parallel 0}}{\beta_{\perp 0}^2 \omega_{H0}}. \quad (7)$$

Используя уравнения (4) и (6), можно получить следующие равенства, характеризующие работу двухчастотного гиротрона:

$$\gamma_n^2 - \text{Re}\gamma_{n0}^2 = -\frac{I_n}{|A_n|^2 N_n} \text{Im} \left[\int_0^{\zeta_k} \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p^n d\theta_0 \right) A_n^* \varphi_n^* d\zeta \right], \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}\gamma_{n0}^2 &= -\frac{I_n}{|A_n|^2 N_n} \text{Re} \left[\int_0^{\zeta_k} \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p^n d\theta_0 \right) A_n^* \varphi_n^* d\zeta \right] \\ &= \frac{I_n \eta_{\perp n}}{2|A_n|^2 N_n}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$N_n = \int_0^{\zeta_k} |\varphi_n|^2 d\zeta.$$

Равенства (8) показывают отстройку частот генерации от частот мод резонатора без электронного пучка, равенства (9) дополняют равенства (5): они связывают накачку — величину I_n с амплитудами установившихся колебаний. Используя равенства (7), (9), формулу для расстройк (8) перепишем для удобства представления результатов численного анализа в виде

$$\begin{aligned} \Delta_n &= \frac{\text{Im} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\zeta_k} \int_0^{2\pi} p^{*n} A_n d\theta_0 \} d\zeta}{\eta_{\perp n}} \\ &= \frac{(\gamma_n^2 - \text{Re}\gamma_{n0}^2) Q_n \beta_{\perp 0}^4}{8n^2 \beta_{\parallel 0}^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Как известно, результаты расчетов гиротронов существенным образом зависят от ζ_k -координаты окончания взаимодействия электронов с электромагнитным полем [4,5]. Для сопоставления с известными результатами мы примем, что максимум высокочастотного поля на обоих модах совпадает с центром резонатора ($\zeta_0 = \zeta_k/2$), а величина высокочастотного поля убывает на концах резонатора в $\exp(-3) \approx 1/20$ по сравнению с полем в центре.

Режим работы двухчастотного гиротрона зависит от расстройки Δ , протяженности поля L , накачек — безразмерных токов I_n . При численном анализе двухчастотного гиротрона целесообразно задавать амплитуды A_n , а затем по уравнениям (8)–(10) определять, учитывая значения безразмерных токов, значения собственных частот пустого резонатора и добротностей. Ниже приводятся результаты численного анализа установившегося режима для двухчастотного гиротрона.

На рис. 1, 2 показаны зависимости эффективностей η_{\perp} , $\eta_{\perp 1}$, $\eta_{\perp 2}$ от величины $|A_2|$ для двух значений фазы $\alpha = -0.02$ и -0.64 . В качестве исходного был взят одночастотный гиротрон на первой гармонике с параметрами, при которых достигается максимальная эффективность [5] ($\Delta = 0.5$, $L = 6$, $A_1 = 0.124$, $\eta_{\perp} = 0.71$).

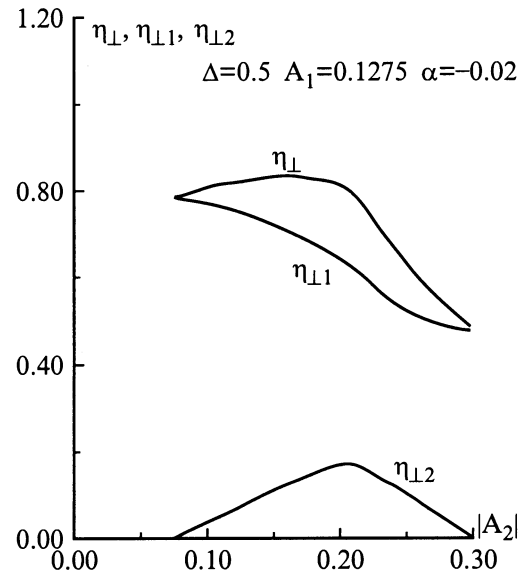


Рис. 1. Зависимость эффективности двухчастотного гиротрона от амплитуды поля на второй гармонике при $\Delta = 0.5$, $L = 6$, $A_1 = 0.124$, $\alpha = -0.02$.

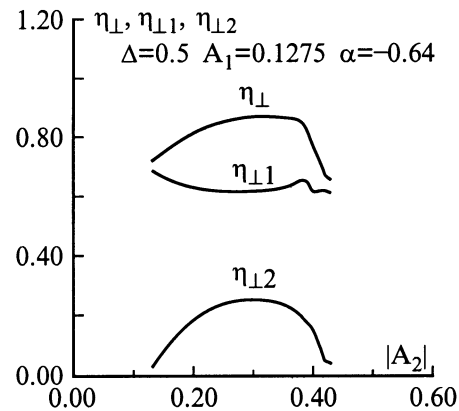


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но при $\alpha = -0.64$.

Графики приводятся в той области значений $|A_2|$, при которых величины $\eta_{\perp 1}$, $\eta_{\perp n}$ больше нуля. Из рисунков следует, что существуют оптимальные значения $|A_2|$ и α , при которых достигается максимальная эффективность гиротрона. Максимальное ее значение по суммарному излучению ($\eta_{\perp} \sim 0.87$ при $|A_2| \approx 0.35$ и $\alpha = -0.64$ на рис. 2) в обе гармоники превосходит эффективность излучения в одну гармонику при некотором отношении мощностей, излученных в разные гармоники. При определенном значении $|A_2|$ и α эффективность излучения в одну только первую гармонику может превосходить эффективность одночастотного гиротрона ($\eta_{\perp} > 0.79$ при $|A_2| \approx 0.08$ и $\alpha = -0.02$ на рис. 1). Повышение эффективности двухчастотного гиротрона означает, что сгруппированные полем первой гармоники электроны достаточно эффективно высвечиваются и во вторую гармонику, однако более мощным остается поле на

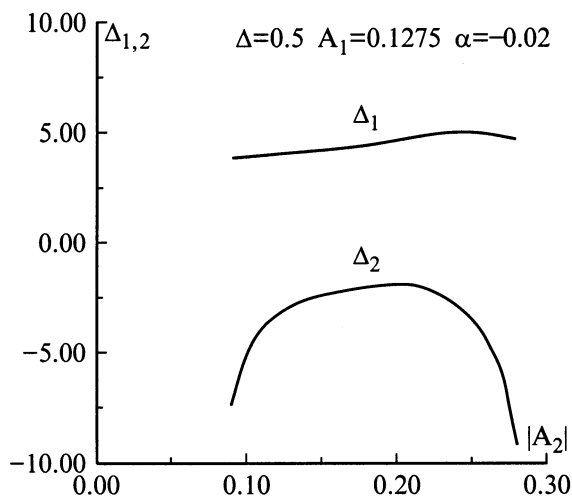


Рис. 3. Зависимость относительных расстройк мод двухчастотного гиротрона от амплитуды поля на второй гармонике двухчастотного гиротрона $\Delta = 0.5$, $L = 6$, $A_1 = 0.124$, $\alpha = -0.02$.

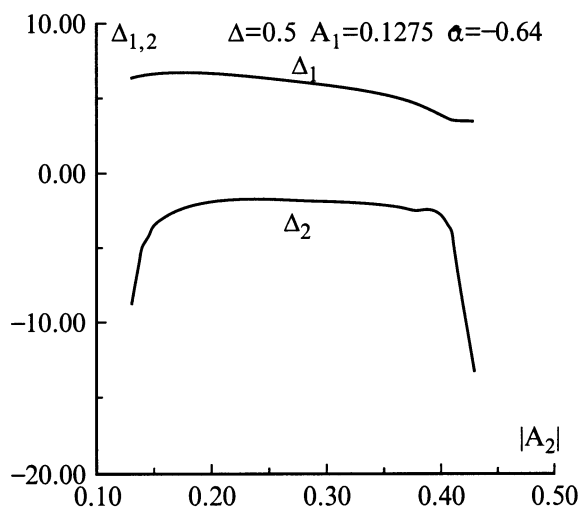


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, но при $\alpha = -0.64$.

первой гармонике. Если в качестве исходного использовать гиротрон с оптимальными параметрами на второй гармонике [5] ($\Delta = 0.55$, $L = 2.9$, $|A_2| = 0.124$, $\eta_{\perp} = 0.71$), оказывается, что "подмешивание" первой гармонике не приводит к повышению эффективности. Последний эффект обусловлен недостаточной длиной резонатора.

На рис. 3, 4 приведены зависимости нормированных расстройк $\Delta_{1,2}$ для тех же значений параметров гиротрона. Наличие области изменения $|A_2|$, в которой разность величин $\Delta_{1,2}$ меняется не слишком быстро, говорит о том, что двухчастотный режим может существовать при фиксированных параметрах резонатора в некоторой области изменения накачек.

Список литературы

- [1] Юлпатов В.К. // Гиротрон / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1981. С. 26–40.
- [2] Братман В.Л., Моисеев М.А., Петелин М.И. // Гиротрон / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1981. С. 122–145.
- [3] Власов С.Н., Жислин Г.М., Орлова И.М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. № 8. С. 1236–1244.
- [4] Братман В.Л., Моисеев М.А., Петелин М.И., Эрм Р.Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 4. С. 622–630.
- [5] Белоусов В.И., Ергаков В.С., Моисеев М.А. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1978. № 9. С. 41–50.