

## О механизме распространения положительного лидера

© А.В. Ивановский

(Поступило в Редакцию 8 июня 1999 г.)

Рассмотрена модель лидерного пробоя воздуха, в которой канал формируется путем разогрева следа стримера в поле стримерной зоны. Обобщена ранее разработанная модель стримера на случай учета рекомбинации заряженных частиц. Построена математическая модель разогрева следа стримера. Получено, что при заданном потенциале из всей совокупности стримеров к зажиганию канала приводят только те, которые обладают определенным зарядом и соответствующей ему скоростью распространения. Эта скорость и определяет скорость установившегося лидерного разряда. Построена зависимость скорости лидера от потенциала облака. Обсуждается соответствие результатов данным натурных наблюдений и лабораторных исследований.

### Введение

На основании натурных наблюдений и лабораторных исследований на лидерной стадии искрового разряда выделяют две области: стримерную зону и канал [1]. Канал представляет собой высокотемпературное образование, обеспечивающее перенос заряда от высоковольтного электрода (облака) к головке лидера, скорость распространения которой  $v_h \sim 10^6 - 10^8$  см/с. Длина канала достигает нескольких километров, диаметр составляет доли миллиметра. От головки лидера стартует множество стримеров, скорость которых  $v_{st}$  может быть много больше  $v_h$ . Совокупность стримеров образует стримерную зону, длина которой оценивается десятками метров, поперечные размеры — метрами. Макроскопические процессы лидерного разряда (перенос заряда, распространение, формирование стримерной зоны) обеспечиваются токами канала. Однако параметры канала определяются процессами в стримерной зоне. Поэтому стримерная зона играет существенную роль в формировании лидерного пробоя.

Несмотря на восстановленную картину развития, замкнутая физическая модель лидерной стадии искрового разряда, позволяющая однозначно связать скорость распространения, параметры канала и стримерной зоны с потенциалом облака  $V_{cl}$ , отсутствует.

### Основные положения

По аналогии с дуговым разрядом можно предположить, что при токах  $\geq 10$  А напряженность поля в канале  $\sim 1$  кВ/м [2]. При мегавольтных потенциалах на базе сотен метров падением напряжения на канале можно пренебречь и рассмотреть установившийся режим прорастания со скоростью  $v_h$ , соответствующей потенциалу головки лидера  $V$ , равному  $V_{cl}$ . При этом роль канала сводится к переносу потенциала  $V_{cl}$  от облака к стримерной зоне.

При построении модели считалось, что напряженность поля  $E_{st}$  постоянна вдоль стримерной зоны. Поле создается и поддерживается зарядом, внедряемым в стримерную зону всей совокупностью стартующих от

головки лидера стримеров [1]. Стримеры представляют собой плазменные образования с зарядом  $q_{st}$  и длиной, определяемой длиной прилипания [3] и электрон-ионной рекомбинацией. В результате поляризации поле на головке усиливается. Ионизация в усиленном поле, компенсируя убывание электронов вследствие прилипания и рекомбинации, обеспечивает прорастание стримера. При заданном  $E_{st}$  скорость  $v_{st}$ , радиус стримера  $a_{st}$ , концентрация электронов  $n_{st}$  однозначно определены зарядом  $q_{st}$  [4].

Канал лидера формируется при разогреве следа стримера в поле  $E_{st}$  токами ионов, отлипающих от отрицательных ионов электронов и электронов, рождаемых в результате ионизации отлипающими частицами. Отлипание электронов происходит в актах взаимодействия отрицательных ионов с электронно-возбужденными молекулами. При высоких температурах существенны отлипание при взаимодействии с молекулами в основном состоянии ( $T \geq 10^3$  К) и релаксация энергии колебательно-возбужденных молекул ( $T \geq 2.5 \cdot 10^3$  К) [5,6]. Эти процессы определяют динамику формирования канала, но слабо влияют на скорость распространения лидера, параметры стримерной зоны и канала в установившемся режиме.

Если время разогрева следа стримера  $t_{st}$  постоянно, то потенциал формирования канала  $V_{st} \cong E_{st} v_{st} t_{st}$  растет с ростом  $v_{st}$  или  $q_{st}$ . С уменьшением  $q_{st}$  уменьшается радиус  $a_{st}$  и возрастающая роль процессов теплопроводности приводит к росту  $t_{st}$ . Увеличение  $t_{st}$  ведет к росту  $V_{st}$ . Следует ожидать, что при заданном  $E_{st}$  зависимость  $V_{st}(q_{st})$  имеет минимум  $V_m$  и соответствующие ему скорость стримера  $v_m$  и заряд  $q_m$ . Этот минимум определяет потенциал  $V = V_m$  и скорость распространения лидера  $v_h = v_m$  в установившемся режиме, т. е. из совокупности стартующих от головки лидера стримеров только стримеры с зарядом  $q_m$  формируют канал. Остальные создают и поддерживают поле  $E_{st}$ .

Потенциал облака  $V_{cl}$  определяет ток лидера  $J = c_0 \cdot v_h \cdot V_{cl}$  ( $c_0$  — погонная емкость). В свою очередь ток лидера определяет установившиеся параметры канала в соответствии с теорией дуги. Ниже раскрываются изложенные соображения.

## Одиночный стримерный разряд

Будем характеризовать стример распределением заряда по длине вида

$$q(z) = q_0 \begin{cases} 0, & z \geq z_f, \\ \exp\left(\frac{z-z_f}{\lambda}\right), & z < z_f \end{cases} + q_1 \cdot \delta(z - z_f),$$

$$q_{st} = \int_{-\infty}^{+\infty} q(z) dz = q_0 \lambda + q_1, \quad (1)$$

где  $z_f$  — координата фронта;  $\lambda$  — пространственный масштаб релаксации заряда, определяемый длиной прилипания и рекомбинации;  $q_1$  — заряд головки.

Можно показать [4], что из условия непрерывности плотности тока на фронте следует  $q_1 = a_{st}$ :  $q_0$  и в случае  $\lambda/a_{st} \gg 1$  поле  $E$  вдоль оси стримера с распределением заряда (1) определяется из решения уравнений

$$\frac{dE}{dx} - \tau \frac{\sigma}{\varepsilon_0} E = -E_{st} q'_0$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{x - x_f}{\sqrt{(x - x_f)^2 + 1}} + \frac{1}{\left(\sqrt{(x - x_f)^2 + 1}\right)^3} \right\},$$

$$x \geq x_f,$$

$$\pi \tau \frac{d}{dx} (\sigma E) + C_0 E$$

$$= C_0 E_{st} \left\{ 1 + q'_0 (E_1(\lambda/a_{st}, x) + E_2(x)) \right\}, \quad x < x_f, \quad (2)$$

где  $x = z/a_{st}$ ,  $x_f = z_f/a_{st}$ ,  $q'_0 = q_0/(2\pi\varepsilon_0 a_{st} E_{st})$  — безразмерный погонный заряд;  $\tau = a_{st}/v_{st}$  — характерное время;  $E_1(\lambda/a_{st}, x)$ ,  $E_2(x)$  — заданные функции  $x$  и параметра  $\lambda/a_{st}$ ,  $C_0 = 2\pi\varepsilon_0/\ln(2\lambda/a_{st} - \gamma + 0.5)$  — погонная емкость;  $\gamma = 0.577215665$  — постоянная Эйлера.

Проводимость определяется электронами  $\sigma = e\mu_e n_e$  ( $\mu_e(E)$  — подвижность). Для определения концентрации электронов  $n_e$  необходимо решить систему уравнений кинетики ионизации. Для случая стримера, распространяющегося со скоростью  $v_{st}$  ( $d/dt \rightarrow -v_{st} \cdot d/dz = -\tau \cdot d/dx$ ), ее можно записать в виде

$$\frac{dn_e}{dx} = (\nu_{att} - \nu_{ion}) \tau n_e + \alpha_{ei} \tau n_e n_+,$$

$$\frac{dn_-}{dx} = -\nu_{att} \tau n_e + \alpha_{ii} \tau n_- n_+, \quad n_+ = n_e + n_-, \quad (3)$$

где  $n_+$ ,  $n_-$  — концентрации положительных и отрицательных ионов;  $\nu_{att}(E)$ ,  $\nu_{ion}(E)$  — частоты прилипания и ионизации;  $\alpha_{ei}$ ,  $\alpha_{ii}$  — константы скоростей электрон-ионной и ион-ионной рекомбинаций.

При написании (3) плазма считалась квазинейтральной, что справедливо при  $v_{st} \gg v_{dr}$  — скорости дрейфа электронов.

При  $x \geq x_f$  вблизи головки стримера, где  $E > E_{br}$  ( $E_{br} \cong 30$  кВ/см, пробойное поле, определяемое условием  $\nu_{att}(E) = \nu_{ion}(E)$ ),  $\nu_{ion}(E) \gg \alpha_{ei} n_+$  и (3), упрощается до

$$\frac{dn_e}{dx} = (\nu_{att} - \nu_{ion}) \tau n_e, \quad x \geq x_f. \quad (4)$$

За фронтом ионизации  $x \leq x_f$  положим  $\alpha_{ei} = \alpha_{ii} = \alpha_r$  ( $\alpha_r = \alpha_{ei}(E_{st})$ ). При этом, пренебрегая несущественной для следа стримера ионизацией, упрощаем (3) до

$$\frac{dn_e}{dx} = \nu_{att} \tau n_e + \alpha_r \tau n_e n_+,$$

$$\frac{dn_+}{dx} = \alpha_r \tau n_+^2, \quad x \leq x_f. \quad (5)$$

Решение последнего уравнения с граничным условием  $n_+(x = x_f) = n^+$  имеет вид  $n_+(x) = n^+ / (1 + \alpha_r \tau (x_f - x) n^+)$ . Значение  $n^+$  определяется из  $n^+ = n_e(x = x_f)$ , где  $n_e(x = x_f)$  — решение (4) (вблизи фронта  $n_e \gg n_-$  и  $n_e \cong n_+$ ). Окончательно получаем

$$\frac{dn_e}{dx} = \left( \nu_{att} + \frac{\alpha_r n^+}{1 + \alpha_r \tau (x_f - x) n^+} \right) \tau n_e, \quad x \leq x_f. \quad (6)$$

При выборе начальных условий для решения (4), (6) считаем, как это принято при численном моделировании стримеров (см., например, [7,8]), что при достижении полем значения  $E_{br}$  концентрация электронов  $n_e = n_0 \cong 10^5$  1/см<sup>3</sup>.

Алгоритм решения (2), (4), (6) разработан в [4]. При заданном  $E_{st}$  неизвестные параметры  $q'_0$ ,  $\tau$ ,  $\lambda/a_{st}$  определяются из следующих условий.

1. Параметр  $q'_0$  из условия достижения погонным зарядом  $q(x) = \pi a_{st} \tau \sigma E$  максимума на головке стримера при  $x = x_f$ . На рис. 1 приведены полученные путем численного решения (2), (4) зависимости  $q(x)$  для  $q'_0 = 21.4, 15, 25$  при  $E_{st} = 0.4E_{br}$  и  $\tau = 1.8 \cdot 10^{-11}$  с. Истинное значение  $q'_0 = 21.4$ , так как максимум  $q(x)$  достигается в  $x = x_f$ . Соответствующая зависимость  $E(x)$  иллюстрируется кривой 4.

2. Параметр  $\tau$  из равенства  $n_e(x = x_f)$  (или  $E(x = x_f)$ ), получаемой из решения (2), (6) с условиями

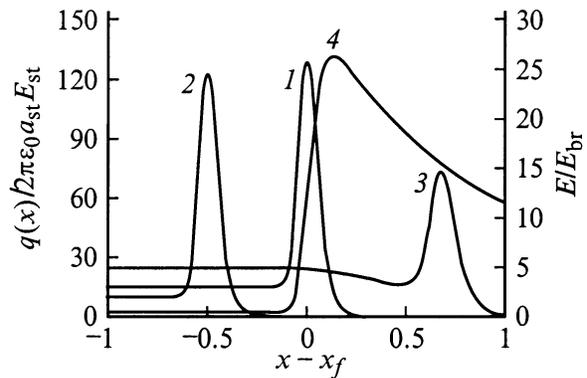


Рис. 1. Зависимость погонного заряда и поля  $E$  при  $q'_0 = 21.4$  (4) от координаты  $x$ ;  $q'_0$ : 1 — 21.4, 2 — 15, 3 — 25.

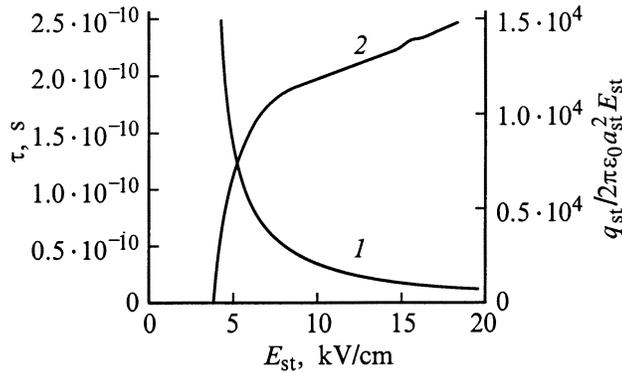


Рис. 2. Зависимость времени  $\tau$  (1) и заряда  $q'_{st}$  (2) от поля  $E_{st}$ .

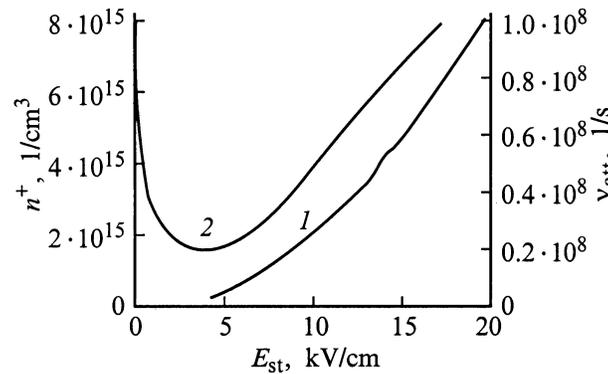


Рис. 3. Зависимости концентрации электронов в канале стримера  $n^+$  (1) и частоты прилипания  $\nu_{att}$  (2) от поля стримерной зоны  $E_{st}$ .

$n_e(x \rightarrow -\infty) \rightarrow 0, E(x \rightarrow -\infty) \rightarrow E_{st}$ , установившейся за фронтом концентрации электронов  $n^+$  (или полю  $E^+$ ), найденному из решения (2), (4). Для  $E_{st} = 0.4E_{br}$  и  $\tau = 1.8 \cdot 10^{-11}$  s:  $E^+ = 0.497E_{br}$ ,  $n^+ = 4.6 \cdot 10^{15}$  1/cm<sup>3</sup> (рис. 1).

3. Параметр  $\lambda/a_{st}$  из условия равенства заряда стримера, получаемого из решения (2), (4), (6), соответствует значению  $q_{st}$ . С учетом (1) это условие можно записать в виде

$$\frac{\lambda}{a_{st}} = \frac{q'_{st}}{q'_0} - 1, \quad (7)$$

где  $q'_{st} = q_{st}/(2\pi\epsilon_0 a_{st}^2 E_{st})$  — безразмерный заряд стримера, определяемый по полученным из решения (2), (4), (6) значениям  $\sigma, E$

$$\begin{aligned} q'_{st} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0 a_{st} E_{st}} \int_{-\infty}^{+\infty} q(x) dx \\ &= \frac{\tau}{2\epsilon_0 E_{st}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(x) E(x) dx. \end{aligned} \quad (7')$$

Удовлетворяющие условиям 1–3 параметры  $q'_0, \tau, \lambda/a_{st}$  ищутся путем итераций.

На рис. 2, 3 представлены зависимости  $\tau, q'_{st}$  и установившейся за фронтом ионизации концентрации электронов  $n^+$  от  $E_{st}$ . Соответствующие полю  $E_{st}$  и заряду  $q_{st}$  параметры стримера восстанавливаются так. По  $q_{st}$  и  $q'_{st}(E_{st})$  (рис. 2) определяется радиус  $a_{st} = [q_{st}/(2\pi\epsilon_0 q'_{st} E_{st})]^{1/2}$ . По радиусу  $a_{st}$  и  $\tau(E_{st})$  определяется скорость  $v_{st} = a_{st}/\tau$ .

Представленные решения существуют при  $E_{st}$ , большем порогового значения  $E_{th}$ , определяемого по минимуму в зависимости частоты прилипания от напряженности электрического поля ( $E_{th} \cong 4$  kV/cm; рис. 3, кривая 2) [4].

Данные рис. 2, 3 являются начальными условиями для исследования динамики формирования канала лидера в поле стримерной зоны.

### Формирование канала лидера

Считаем, что формирование канала происходит при постоянном давлении, равном атмосферному  $P_0$ . При малых степенях диссоциации (ионизации)  $P_0$  определяется концентрацией  $N$  и температурой  $T$  нейтральных молекул. Уравнения гидродинамики для определения  $N, T$  запишем в виде [2]

$$\begin{aligned} N c_p \left( \frac{\partial T}{\partial \tau} + u \frac{\partial T}{\partial r} \right) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial (kT)}{\partial r} \right) + q_t, \\ T \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) &= \frac{\partial T}{\partial \tau} + u \frac{\partial T}{\partial r}, \quad P_0 = NkT, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности при постоянном давлении [2]; время отсчитывается с момента прихода фронта стримерного разряда  $\tau = t - z/v_{st}$ .

В уравнениях (8) пренебрегается кинетической энергией по сравнению с тепловой, продольным потоком тепла по сравнению с радиальным, продольной скоростью по сравнению с радиальной  $u$ . В силу быстрой релаксации вращательно-возбужденных молекул температуры поступательных и вращательных степеней свободы считаем одинаковыми. Вкладом релаксации колебательно и электронно-возбужденных молекул в разогрев среды пренебрегаем. При этом теплоемкость воздуха при постоянном давлении  $c_p = 7/2kT$ , а в источнике разогрева среды  $q_t$  целесообразно учесть упругие столкновения электронов ( $q_{en}$ ) и ионов ( $q_{in}$ ) с нейтральной компонентой; возбуждения вращательных степеней свободы ( $q_r$ ); энерговыделение в актах электрон-ионной ( $q_{ei}$ ), ион-ионной ( $q_{ii}$ ) рекомбинаций и диссоциативного прилипания ( $q_{att}$ )

$$q_t = q_{en} + q_{in} + q_r + q_{ei} + q_{ii} + q_{att}. \quad (9)$$

Скорости объемного энерговыделения зависят от концентраций электронов  $n_e$ , положительных  $n_+$  и отрицательных  $n_-$  ионов. Считая плазму следа стримера квази-

нейтральной, будем определять  $n_e$ ,  $n_+$ ,  $n_-$  из уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} [n_e(1 - \vartheta_{dr}/\vartheta_{st})] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rn_e \vartheta_e) \\ = (\nu_{ion} - \nu_{att})n_e - \lambda_{ci}n_en_+ + \nu_{det}n_-, \\ \frac{\partial n_-}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rn_- \vartheta_-) = \nu_{att}n_e - \lambda_{ii}n_-n_+ - \nu_{det}n_-, \\ n_+ = n_- + n_e. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $\nu_{ion}(T_e, \delta)$ ,  $\nu_{att}(T_e, \delta)$  — частоты ионизации и прилипания, определяемые температурой электронов  $T_e$  и относительной плотностью воздуха  $\delta = N/N_0$  ( $N_0 = 2.5 \cdot 10^{19}$  л/см<sup>3</sup>);  $\nu_{det}$  — частота отлипания;  $\lambda_{ci}(T_e)$ ,  $\lambda_{ii}(T_i, \delta)$  — константы скоростей диссоциативной электрон-ионной и трехчастичной ион-ионной рекомбинаций. В силу близости масс ионов и нейтральных частиц температура ионов  $T_i \cong T$ . При  $\vartheta_{st} \gg \vartheta_{dr}$  можно пренебречь дрейфом электронов вдоль поля, считая  $\vartheta_{dr} \equiv 0$  (для положительного лидера  $\vartheta_{dr} < 0$ ).

Радиальные потоки заряженных частиц определяются суммой потоков, связанных с движением среды,  $n_e u$ ,  $n_- u$  и диффузионной составляющей. В квазинейтральной плазме следа стримера диффузия амбиполярна. Пренебрегая термодиффузией и считая  $T_e \gg T$ , можно получить [9] ( $\nabla = \partial/\partial r$ )

$$\begin{aligned} n_e \vartheta_e = n_e u - \frac{\mu_e \mu_i (2n_- - n_e) k T_e \nabla n_e}{e \mu_e n_e + 2\mu_i n_i}, \\ n_- \vartheta_- = n_- u - \frac{\mu_i n_- 2\mu_i k T \nabla n_- - \mu_e k T_e \nabla n_e}{e \mu_e n_e + 2\mu_i n_i}. \end{aligned} \quad (11)$$

Предполагается, что отлипание электронов происходит при столкновениях отрицательных ионов с электронно-возбужденными молекулами, т.е.  $\nu_{det} = \alpha^* N^*$ , где  $\alpha^*$  — константа скорости отлипания,  $N^*$  — концентрация электронно-возбужденных частиц. Значение  $\alpha^*$  будем варьировать,  $N^*$  определять из решения уравнения

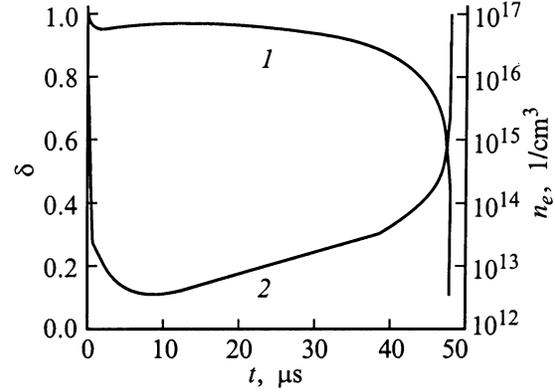
$$\frac{\partial N^*}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u N^*) = \nu_{ex} n_e - \alpha^* N^* n_-, \quad (12)$$

где  $\nu_{ex}(T_e, \delta)$  — частота возбуждения электронных уровней молекул.

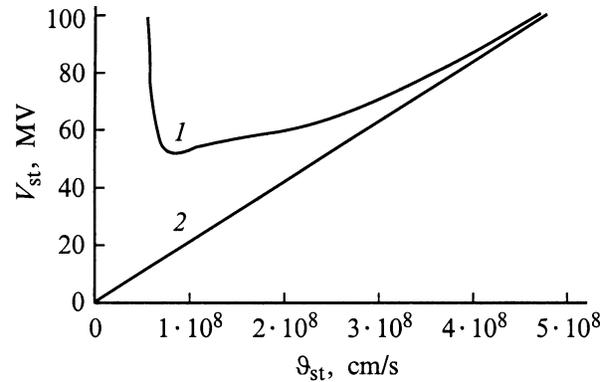
Электронная температура, определяющая зависимости скоростей процессов рождения и уничтожения заряженных частиц, определяется из уравнения баланса энергии электронов [10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{3}{2} n_e k T_e \right) + u \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{3}{2} n_e k T_e \right) + \frac{5}{2} n_e k T_e \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u) \\ = \frac{e^2 n_e}{m_e \nu_m} E_{st}^2 - q_{en} - q_r - q_v - q_{ex} - q_i + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_e \frac{\partial (k T_e)}{\partial r} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $q_v$ ,  $q_{ex}$ ,  $q_i$  — потери энергии на возбуждение колебаний, электронных уровней и ионизацию;



**Рис. 4.** Зависимость относительной плотности воздуха  $\delta$  (1) и концентрации электронов  $n_e$  (2) в следе стримера от времени.  $E_{st} = 12.7$  кВ/см,  $q_{st} = 0.33 \cdot 10^{-9}$  К ( $\vartheta_{st} = 8.5 \cdot 10^7$  см/с),  $\alpha^* = 10^{-8}$  см<sup>3</sup>/с.



**Рис. 5.** Зависимость потенциала формирования канала  $V_{st}$  от скорости стримера при  $E_{st} = 12.7$  кВ/см. 1 — полная постановка, 2 — без учета процессов переноса.

$\lambda_e = 5/2 n_e k T_e / m_e \nu_m$  — коэффициент электронной теплопроводности;  $\nu_m$  — частота упругих столкновений.

Динамика разогрева следа стримера иллюстрируется рис. 4, на котором приведены зависимости относительной плотности воздуха  $\delta$  и концентрации электронов  $n_e$  при  $r = 0$  от времени, полученные в численном решении (8)–(13) при  $E_{st} = 12.7$  кВ/см и  $q_{st} = 0.33 \cdot 10^9$  К ( $\vartheta_{st} = 8.5 \cdot 10^7$  см/с) при  $\alpha^* = 10^{-8}$  см<sup>3</sup>/с. Падение концентрации электронов в следе стримера вследствие прилипания и рекомбинации сменяется по мере накопления электронно-возбужденных молекул, роста  $n_e$ . Формирование канала ( $\tau = t_{st} \cong 48$  мкс) характеризуется резким нарастанием  $n_e$  и падением  $\delta$ . Для дальнейшего описания динамики разогрева необходимо учесть кулоновских столкновений, релаксации энергии колебательно-возбужденных молекул, диссоциации молекул, переноса излучения и т.д. Однако и без уточнения деталей процесса можно прогнозировать дальнейший рост проводимости и тока канала и, как следствие, резкое падение поля стримерной зоны  $E_{st}$ . Это позволяет ввести потенциал  $V_{st} \cong E_{st} \vartheta_{st} t_{st}$  формирования канала.

На рис. 5 построена типичная зависимость  $V_{st}$  от  $\vartheta_{st}(q_{st})$ . Время  $t_{st}$  определялось моментом достижения  $\delta = 0.1$ . Сравнение с кривой, полученной при  $\vartheta_e = \vartheta_- = u$ ,  $\lambda_e = 0$ ,  $\lambda = 0$ , показывает, что рост  $V_{st}$  при малых скоростях  $\vartheta_{st}$  (зарядах  $q_{st}$ ) связан с возрастанием роли процессов переноса (в основном теплопроводности среды) при уменьшении радиуса следа стримера  $a_{st}$ , т.е. зависимость  $V_{st}$  от  $\vartheta_{st}(q_{st})$  имеет минимум, обусловленный наличием теплопроводности среды.

### Установившийся лидерный разряд

На рис. 6 построены зависимости потенциала формирования канала  $V_{st}$  от скорости стримера  $\vartheta_{st}$  для трех значений поля стримерной зоны  $E_{st}$  при  $\alpha^* = 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{s}$ . Пусть потенциал облака равен  $V$ . В установившемся режиме необходимо потребовать  $V = V_{st}$  (падением потенциала на канале пренебрегаем) и скорость лидера  $\vartheta_h = \vartheta_{st}$ . В случае  $E_{st} < E_2$  распространение лидера невозможно. При  $E_{st} \geq E_2$ , например  $E_{st} = E_3$ , каждому полю стримерной зоны соответствуют две группы стримеров, удовлетворяющих указанному выше условию. При  $E_{st} = E_3$  это — стримеры, распространяющиеся со скоростями  $\vartheta_A$  и  $\vartheta_C$ . Им соответствуют две возможные скорости прорастания лидера. Устойчивое распространение со скоростью  $\vartheta_h = \vartheta_A$  невозможно, так как стримеры со скоростями  $\vartheta_A < \vartheta_{st} < \vartheta_C$  формируют канал при меньших потенциалах. Установившееся прорастание со скоростью  $\vartheta_C$  также неустойчиво, поскольку стримеры с  $\vartheta_{st} > \vartheta_C$ , обгоняя лидер, уменьшают поле стримерной зоны. Можно предположить, что устойчивому прорастанию лидера соответствует поле  $E_{st} = E_2$  и скорости  $\vartheta_h = \vartheta_{st} = \vartheta_B$  (точка B). В этом случае уменьшение поля  $E_{st}$  стримерами с  $\vartheta_{st} > \vartheta_B$  ведет к срыву распространения, а следовательно, к росту  $E_{st}$ .

Таким образом, при потенциале облака  $V$  устанавливается минимально возможное для прорастания лидера поле стримерной зоны  $E_m$ . Этому полю соответствует

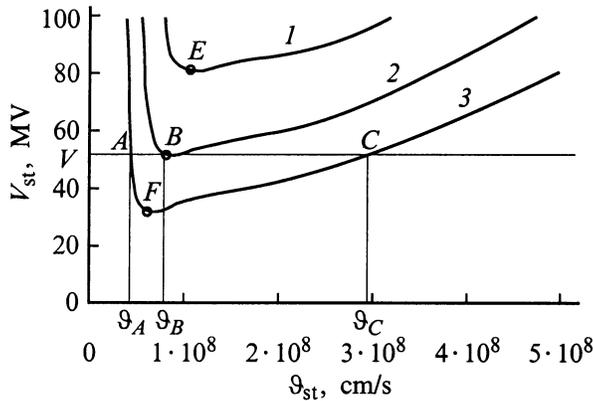


Рис. 6. Зависимости потенциала формирования канала  $V_{st}$  от скорости стримера. 1 —  $E_{st} = E_1$ ; 2 —  $E_{st} = E_2$ ; 3 —  $E_{st} = E_3$ .

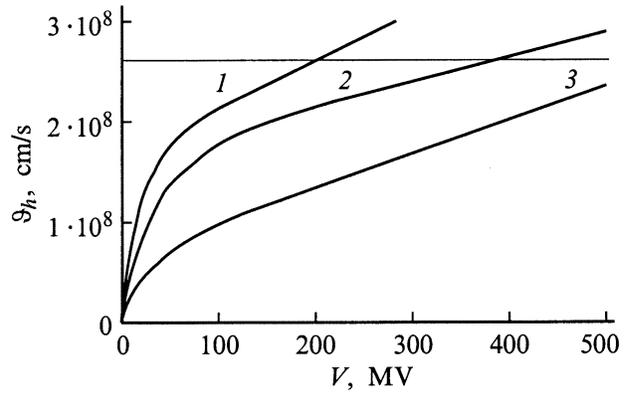


Рис. 7. Зависимость скорости лидера от потенциала  $V$ .  $\alpha^* = 2.5 \cdot 10^{-9}$  (1),  $5 \cdot 10^{-9}$  (2),  $10^{-8} \text{ cm}^3$  (3).

группа стримеров с зарядом  $q_m$  (скоростью  $\vartheta_m$ ), разогрев следа которых ведет к формированию канала.

На рис. 7 построены зависимости скорости прорастания лидера  $\vartheta_h$  от потенциала облака (точки F, B, E на рис. 6). Скорость распространения  $\vartheta_h$  растет с увеличением  $\alpha^*$ . Для натуральных молний максимальная скорость  $\sim 2.6 \cdot 10^8 \text{ cm/s}$ , максимальный заряд  $\sim 20 \text{ C}$  [11]. Оценивая емкость лидера значением  $4 \cdot 10^{-8} \text{ F}$  (длина  $\sim 5 \cdot 10^3 \text{ m}$ ), получаем максимальный потенциал  $\sim 500 \text{ MV}$ . Близкие расчетные значения реализуются при  $\alpha^* = 0.5 - 1 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{s}$  (рис. 7).

При скоростях, сравнимых со скоростью дрейфа, на параметры лидера влияет дрейф электронов вдоль поля (кривые на рис. 8). Рост проводимости на стадии формирования канала приводит к уменьшению поля стримерной зоны. Для лидера, распространяющегося со скоростью  $\vartheta_h$ , оценка уменьшения поля стримерной зоны  $E_{st}(\tau)$  может быть сделана из

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \vartheta_h E_{st}(\tau),$$

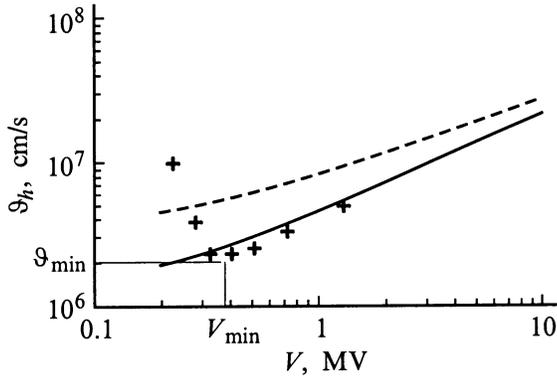
$$I = C_{st} \vartheta_h V, \quad I = (G_{tr} + G_{st}) E_{st}(\tau), \quad (14)$$

где  $V$  — потенциал;  $I$  — ток, создаваемый всей совокупностью стримеров;  $C_{st} = 2\pi\epsilon_0 / \ln(2\vartheta_h t_{st} / R_{st})$  — погонная емкость стримерной зоны;  $G_{tr} = 2\pi \int_0^\infty \sigma(r, \tau) r dr$  ( $\sigma = e\mu_e n_e + e\mu_i(n_+ + n_-)$ ) — погонная проводимость следа формирующего канал стримера;  $G_{st}$  — погонная проводимость всей совокупности стримеров.

Из (14) получаем уравнение для поля стримерной зоны

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [(G_{tr} + G_{st}) E_{st}(\tau)] = C_{st} \vartheta_h^2 E_{st}(\tau). \quad (15)$$

При малой проводимости следа стримера  $G_{tr} \rightarrow 0$  значение  $G_{st} = C_{st} \vartheta_h^2 \tau$  обеспечивает постоянство поля вдоль стримерной зоны  $E_{st}(\tau) = E_{st}(\tau = 0) = E_{st}$ . С ростом  $G_{tr}$  на стадии формирования канала напряженность поля падает. Отметим, что требуемая для поддержания поля стримерной зоны погонная проводимость может быть



**Рис. 8.** Зависимость скорости лидера от потенциала  $V$  ( $\alpha^* = 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{s}$ ). Сплошная кривая —  $v_{dr} = 0, C_0 = \infty$ ; штриховая —  $v_{dr} \neq 0, C_0 \neq \infty$ ; + —  $v_{dr} \neq 0, C_0 \neq \infty$ .

обеспечена и одиночным стримером за счет расширения токопроводящей зоны путем ионизации новых областей поперечным электрическим полем [12].

Из представленной на рис. 8 зависимости скорости лидера от потенциала, полученной путем решения (8)–(13) с полем (15) (отношение длины стримерной зоны к радиусу  $v_{hst}/R_{st}$  бралось равным 3 [1]), видно, что учет емкости стримерной зоны приводит к появлению порога лидерного пробоя  $V_{min}$  и соответствующей ему минимальной скорости распространения  $v_{min}$ . Наблюдаемые в лабораторных опытах минимальные скорости  $v_{min} \sim 2 \cdot 10^6 \text{ cm/s}$ , потенциалы  $V_{min} \sim 300 - 400 \text{ kV}$  [1].

Для оценки предельной длины лидера  $L_m$  представим потенциал облака  $V_{cl}$  в виде суммы потенциала стримерной зоны  $V$  и канала  $V_c = E_c L$ . Поле  $E_c$  оценим дуговым значением  $E_c (\text{V/m}) \cong A_1 J^{-0.5}$  ( $A_1 = 10^4 (\text{V} \cdot \text{A}^{1/2})/\text{m}$  — интерполяция данных работы [13]), где  $J (\text{A}) = c_0 v_h V_{cl}$  ток лидера,  $c_0 \cong 8 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ,  $v_h (\text{m/s}) \cong A_2 \cdot V^{2/3}$  ( $A_2 = 4.5 \text{ m}/(\text{V}^{2/3} \cdot \text{s})$ ), интерполяция данных кривой 3 на рис. 7). В результате для длины и скорости лидера имеем

$$L = \frac{\sqrt{c_0 A_2}}{A_1} V_{cl}^{11/6} \left( \frac{V}{V_{cl}} \right)^{1/3} \left( 1 - \frac{V}{V_{cl}} \right),$$

$$v_h = A_2 V^{2/3}. \quad (16)$$

Максимальную скорость лидера оценим, положив  $V = V_{cl}$ , т.е.  $v_m \cong 4.5 \cdot V_{cl}^{2/3}$ . Длина максимальна при  $V = 0.25 \cdot V_{cl}$  и равна  $L_m \cong 2.8 \cdot 10^{-10} \cdot V_{cl}^{11/6}$ . Отметим, что пренебречь падением потенциала на канале и рассмотреть установившееся распространение можно при длине лидера  $L \ll L_m(V_{cl})$ .

Для максимальных потенциалов искусственных молний  $V_{cl} \cong 3 - 5 \text{ MV}$ :  $L_m \cong 200 - 500 \text{ m}$ ;  $v_m \cong 0.94 - 1.3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . Наблюдаемые значения  $L \cong 1000 \text{ m}$ ,  $v \cong 10^5 \text{ m/s}$  [1].

Для минимальных длин натуральных молний  $L \cong 10^3 \text{ m}$ :  $V_{cl} \cong 7 \text{ MV}$ ;  $v_m \cong 1.6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . Наблюдаемые значения  $v \cong 10^5 \text{ m/s}$  [11].

Для гигантских молний  $V_{cl} \cong 500 \text{ MV}$ :  $L_m \cong 2.5 \cdot 10^6 \text{ m}$ ;  $v_m \cong 2.8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ .

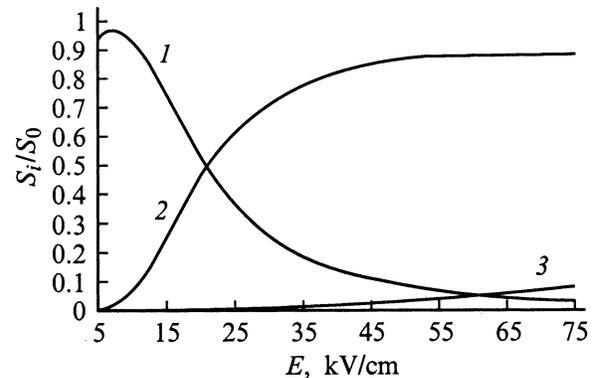
## Обсуждение результатов

Потери энергии электронами на возбуждение электронных уровней резко нарастают в полях с напряженностью  $E \geq E^* \cong 10 \text{ V/cm}$  (рис. 9). В изложенных представлениях поле  $E^*$  определяет порог лидерного пробоя воздуха. Широко распространена точка зрения, что напряженность поля в стримерной зоне  $E_{st} \sim 5 \text{ kV/cm}$  [1], т.е.  $E_{st}$  близко к порогу стримерного пробоя  $E_{th}$  (кривая 2 на рис. 3). В этом основное отличие изложенных представлений от общепринятых [1].

Весомый довод в пользу  $E_{st} \sim E_{th}$  — прямые измерения поля стримерной зоны в промежутках стержень-плоскость длиной до 20 м, основанные на эффекте Поккельса [14]. Однако, как отмечалось в [1], получение корректных измерений полей в воздухе с напряженностью  $\geq 2 - 3 \text{ kV/cm}$  датчиками на основе кристаллов силиката висмута весьма проблематично из-за искажений поля локальной короной. Не исключено, что возникающие при полях  $E > E_{th}$  множественные стримерные пробои вблизи детектора (корона) понижают локальную напряженность поля до  $E \sim E_{th}$ . В этом случае результаты [14] позволяют лишь уверенно утверждать, что поле в стримерной зоне больше  $E_{th}$ .

Косвенно в пользу  $E_{st} \sim E^*$  свидетельствует оценка  $E_{st} \sim 1/v_{st} \cdot dV/dt \sim 12 \text{ kV/cm}$ , получаемая по регистрируемой в экспериментах линейной зависимости скоростей стартующих с острия стримеров  $v_{st}$  от крутизны импульса напряжения  $dV/dt$  при  $v_{st} \geq 2 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$  [3].

При полях  $\sim E^*$  в основном возбуждаются электронные уровни  $N_2(A^2\Sigma_u^+)$  и  $N_2(B^3\Pi_g)$  с энергией  $I^* = 6.14$  и  $7.3 \text{ eV}$  [15] соответственно. Константа скорости отлипания при взаимодействии с этими молекулами  $\alpha^* \sim 2.5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3/\text{s}$  [1,9]. Лучшее согласие с экспериментальными данными наблюдается при  $\alpha^*$ , больших в 2–4 раза. Возможно, дополнительными каналами разрушения отрицательных ионов являются отлипания при



**Рис. 9.** Зависимости относительных потерь энергии электронами от поля. 1 — возбуждение колебаний, 2 — возбуждение электронных уровней, 3 — ионизация воздуха.  $S_0 = \Sigma S_i$ .

взаимодействии с молекулами, возбужденными на более высокие электронные уровни ( $I^* \geq 10$  eV; таких частиц  $\sim 10\%$ ); отлипание при взаимодействии с резонансным излучением; отлипание электронным ударом в областях с высокой концентрацией электронов, например вблизи фронта стримерного разряда (кривая  $I$  на рис. 3), и т. д. Вопрос требует дальнейшей проработки.

Для отрицательного лидера построить аналогичный установившийся режим пробоя не удастся, поскольку на стадии формирования канала (рис. 4) скорость дрейфа электронов  $v_{dr}$  превышает скорость стримера  $v_{st}$  и ток прерывается (первое уравнение (10)).

## Заключение

Рассмотрена модель лидерного пробоя воздуха, в которой канал создается путем разогрева следа стримера в поле стримерной зоны, формируемой множеством стартующих от головки лидера стримеров [1]. Начальные параметры плазмы следа стримера определялись из ранее разработанной модели стримерного разряда [4], обобщенной на случай учета рекомбинации заряженных частиц. Ключевую роль в формировании канала играет отлипание электронов при взаимодействии отрицательных ионов с электронно-возбужденными молекулами.

Показано, что в установившемся режиме канал формируется из следа стримеров с определенным зарядом. Остальные создают и поддерживают поле стримерной зоны.

Получены зависимости скорости прорастания, длины стримерной зоны, длины лидерного разряда от потенциала облака. Оценены минимальный потенциал существования лидерного разряда и соответствующая ему скорость распространения.

В рассматриваемых полях в основном возбуждаются электронные уровни  $N_2(A^3\Sigma_u^+)$ ,  $N_2(B^3\Pi_g)$ . Константа скорости отлипания при взаимодействии с этими молекулами  $\alpha^* \sim 2.5 \cdot 10^{-9}$  cm<sup>3</sup>/s. Лучшее согласие с экспериментальными данными наблюдается при  $\alpha^*$ , больших в 2–4 раза. Вопрос о дополнительных каналах разрушения отрицательных ионов требует дальнейших проработок.

Аналогичный установившийся режим пробоя для отрицательного лидера невозможен из-за прерывания тока на стадии формирования канала, где скорость дрейфа электронов превышает скорость стримера.

В рассмотренной модели пороговое для формирования лидерного разряда поле стримерной зоны определяется режимом нарастанием потерь энергии электронами на возбуждение электронных уровней и составляет  $E^* \cong 10$  kV/cm. Известна точка зрения [1], что поле стримерной зоны близко к пороговому для стримерного разряда  $E_{th} \cong 5$  kV/cm. Имеются доводы, говорящие в пользу как той, так и другой гипотезы. Необходимы дальнейшие исследования.

## Приложение Константы скоростей реакции

Анализ сечений взаимодействия электронов с молекулярными азотом и кислородом проведен в [16,17]. Опишем кратко набор сечений, используемых в настоящей работе. Зависимости транспортных сечения  $q_m$  упругих столкновений от энергии электронов  $\varepsilon$  брались из [18]. При описании вращательного возбуждения следуем [19,20]. Пользуясь малостью вращательных постоянных ( $B_0 = 2.5 \cdot 10^{-4}$  eV для  $N_2$ ,  $B_0 = 1.8 \cdot 10^{-4}$  eV для  $O_2$ ) при определении полных сечений, можно заменить суммирование по индексам уровней  $j$  интегрированием по  $dj$  от  $j = 0$  до  $j = \infty$ . В частности, для сечения торможения можно получить

$$S_{in}^R = 4B_0\sigma_0 \left(1 - \frac{kT}{\varepsilon}\right), \quad (\text{П1})$$

где  $\sigma_0 = 8\pi/15(a_0)^2$ ,  $a_0$  — боровский радиус;  $Q$  — квадрупольный электрический момент ( $Q = 1.05$  для  $N_2$ ,  $Q = 0.3$  для  $O_2$ ).

При описании возбуждения колебаний учтем только столкновения первого рода, т. е. будем считать, что молекулы находятся в основном состоянии. Сечения возбуждения первых восьми уровней  $N_2$  содержатся в [21], четырех уровней  $O_2$  в [22].

Сечения процессов электронного возбуждения молекулы  $N_2$  взяты из следующих источников:  $A^3\Sigma_u^+$ ,  $a^1\Pi_g$  — из [23];  $B^3\Pi_g$ ,  $C^3\Pi_u$  — из [24];  $b^1\Pi_u$ ,  $b^1\Sigma_u^+$  и сумма сечений высоколежащих состояний — из [25]. Для молекулы  $O_2$   $a^1\Delta_g$ ,  $b^1\Sigma_g^+$  взяты из [15,22];  $A^3\Sigma_u^+$ ,  $B^3\Sigma_u^-$  и сумма сечений высоколежащих состояний — из [25]. Описывая ионизацию электронным ударом ограничимся процессом, идущим из основного состояния. Соответствующие сечения для  $N_2$  взяты из [26], для  $O_2$  — из [27].

Сечения трехчастичного прилипания к молекуле  $O_2$  брались из [28]. Считалось, что третьей частицей является  $O_2$ . При определении скоростей диссоциативного прилипания исходили из сечений работы [29].

Для определения зависимости скоростей процессов рождения и уничтожения заряженных частиц, соответ-

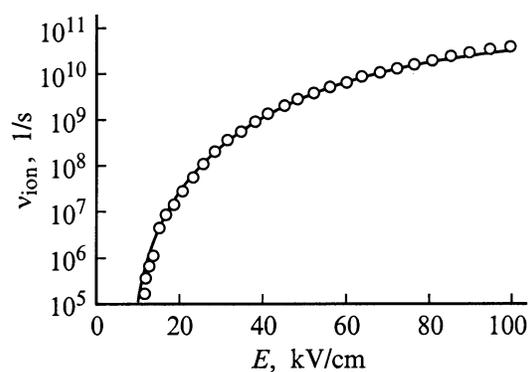


Рис. 10. Зависимость частоты ионизации от напряженности электрического поля  $E$ . Сплошная кривая — [35];  $\circ$  — (П4).

ствующих описанным сечениям, от температуры электронов необходимо решить кинетическое уравнение для симметричной части функции распределения электронов  $f_0$  [30]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left\{ \left[ \frac{e^2 E^2}{N^2} \frac{\varepsilon}{3q_m(\varepsilon)} + kT \varepsilon^2 \frac{m_e}{M} q_m(\varepsilon) \right] \frac{\partial}{\partial \varepsilon} f_0(\varepsilon) \right. \\ \left. + \varepsilon^2 \frac{2m_e}{M} q_m(\varepsilon) f_0(\varepsilon) \right\} = \sum_i \left[ \varepsilon Q_i(\varepsilon) f_0(\varepsilon) - (\varepsilon + \varepsilon_i) \right. \\ \times Q_i(\varepsilon + \varepsilon_i) f_0(\varepsilon + \varepsilon_i) + \varepsilon Q_i^-(\varepsilon) f_0(\varepsilon) - (\varepsilon - \varepsilon_i^-) \\ \times Q_i^-(\varepsilon - \varepsilon_i^-) f_0(\varepsilon - \varepsilon_i^-) \left. \right] + \varepsilon q_{\text{ion}}(\varepsilon) f_0(\varepsilon) \\ - 2 \int_{\varepsilon+I}^{\infty} \varepsilon' q_{\text{ion}}(\varepsilon') f_0(\varepsilon') \psi(\varepsilon', \varepsilon) d\varepsilon'. \quad (\text{П2}) \end{aligned}$$

Решение [30] для различных  $E/N$  проводилось по методике (31). По найденной функции распределения  $f_0$  определялась температура электронов

$$T_e = \frac{2}{3k} \int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} f_0(\varepsilon) d\varepsilon \quad (\text{П3})$$

и соответствующие константы скоростей образования, разрушения заряженных частиц, потерь энергии, частоты столкновений [30,32]. Полученные зависимости констант скоростей от  $T_e$  интерполировались аналитическими формулами ( $[T_e] = eV$ ;  $\nu_{\text{att}}^3, \nu_{\text{att}}^2$  — частоты трехчастичного и диссоциативного прилипания  $\nu_{\text{att}} = \nu_{\text{att}}^3 + \nu_{\text{att}}^2$ )

$$\nu_m = 2.52 \cdot 10^{12} \delta \sqrt{T_e} \left[ 0.727 + T_e^{-2} \exp(-0.791/T_e^2) \right], 1/s,$$

$$\nu_{\text{ion}} = 8.975 \cdot 10^9 \delta T_e^{9/2} (0.0018 + T_e^{-11}) \exp(-10.13/T_e^2), 1/s,$$

$$\nu_{\text{ex}} = 5.53 \cdot 10^6 \delta T_e^2 (1812.23 + T_e^{-15}) \exp(-1.7835/T_e^2), 1/s,$$

$$\nu_{\text{att}}^3 = 3.075 \cdot 10^7 \delta^2 \left[ 0.08554 + T_e^{3/4} (1 + 16.23 \times \exp(-0.734/T_e^2)) \right]^{-1/2}, 1/s,$$

$$\nu_{\text{att}}^2 = 3.06 \cdot 10^8 \delta$$

$$\times \exp \left[ -\frac{69.6}{22.9 T_e^{3/2} (1 + 10.1 T_e^{-5.5} \exp(-2.53/T_e^2))} \right], 1/s,$$

$$q_{\text{en}} + q_r = (8.15 + 6.39 \cdot 10^{-4} \nu_m \sqrt{T_e}) \times 10^7 \sqrt{T_e} (1 - T/T_e) n_e, eV/(s \cdot \text{cm}^3),$$

$$q_V + q_{\text{ex}} = 8.917 \cdot 10^{10} T_e^{-3} (9.93 + T_e^5) \times \exp(-2.36/T_e^3) n_e, eV/(s \cdot \text{cm}^3). \quad (\text{П4})$$

Считаем, что основным каналом электрон-ионной рекомбинации является диссоциативная рекомбинация, ион-ионной — рекомбинация в тройных столкновениях. Соответствующие константы определялись из [33,34]

$$\alpha_{\text{ei}} = 3 \cdot 10^{-7} \left( \frac{300}{T_e} \right)^{1/2}, \frac{\text{cm}^3}{\text{s}},$$

$$\alpha_{\text{ii}} = 2 \cdot 10^{-6} \delta \left( \frac{300}{T} \right)^{5/2}, \frac{\text{cm}^6}{\text{s}}, \quad [T_e, T] = K. \quad (\text{П5})$$

Скорость объемных потерь энергии электронами на ионизацию определялась из  $q_i = I \cdot \nu_{\text{ion}} n_e$  ( $I = 14.9$  eV — средний потенциал ионизации молекул воздуха). Считаем, что образующиеся в актах электрон-ионной, ион-ионной рекомбинаций и диссоциативного прилипания частицы находятся в основном состоянии, т.е. вся выделившаяся энергия переходит в тепловую. В этом случае  $q_{\text{ei}} = \alpha_{\text{ei}} (I_e + 3/2 k T_e) n_e^2$ ;  $q_{\text{ii}} = \alpha_{\text{ii}} I_i n_+ n_-$ ;  $q_{\text{att}} = 2 \varepsilon_i \nu_{\text{att}}^2 n_e$ . Энерговыделения в элементарных актах примем равными  $I_e = 6$  eV,  $I_i = 13.44$  eV,  $\varepsilon_i = 1.35$  eV.

На рис. 10–12 сравниваются частоты ионизации  $\nu_{\text{ion}}$ , скорости дрейфа электронов  $\vartheta_{\text{dr}}$ , частоты прилипания  $\nu_{\text{att}}$  при  $\delta = 1$ , полученные из обработки экспериментальных данных [35] и из формул (П4). В последнем случае

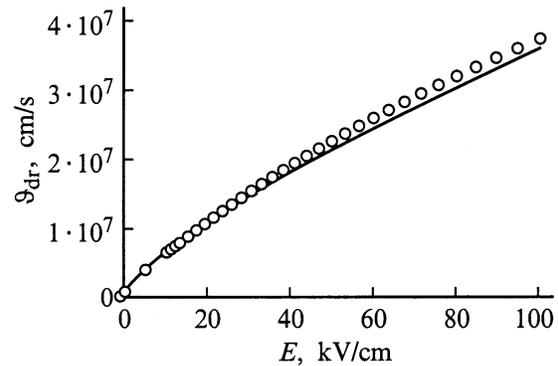


Рис. 11. Зависимость скорости дрейфа электронов от напряженности электрического поля  $E$ . Обозначения те же, что и на рис. 11.

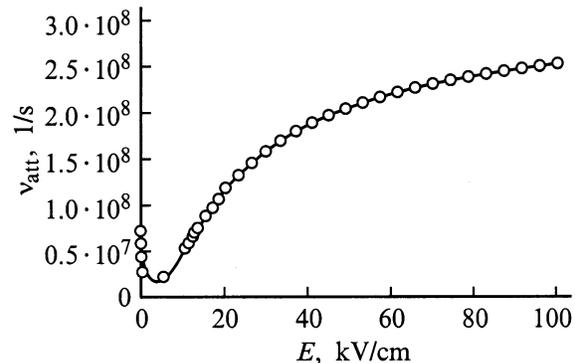


Рис. 12. Зависимость частоты прилипания от напряженности электрического поля  $E$ . Обозначения те же, что и на рис. 11.

соответствующая температуре  $T_e$  напряженность электрического поля  $E$  определялась из решения (см. (13),  $\partial/\partial\tau, \partial/\partial r = 0$ )

$$\frac{e^2 n_e}{m_e \nu_m} E^2 = q_{en} + q_r + q_v + q_{ex} + q_i. \quad (\text{П6})$$

## Список литературы

- [1] *Базелян Э.М., Райзер Ю.П.* Искровой разряд. М.: МФТИ, 1997, 320 с.
- [2] *Теория столба электрической дуги* / Под ред. В.С. Энгельшт, Б.А. Урюкова. Н.: Наука, 1990. 376 с.
- [3] *Базелян Э.М., Горюнов А.Ю.* // Электричество. 1986. № 11. С. 27–33.
- [4] *Ивановский А.В.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 8. С. 59–72.
- [5] *Gallimberty I.* Report "The Characteristics of the Leader Channel in Long Gaps". 2<sup>nd</sup> World Electrotechn. Symp. Moscow, 1977.
- [6] *Gallimberty I., Bondiou A.* // J. Phys. D. 1994. Vol. 27. P. 1252.
- [7] *Dhali S.K., Williams P.F.* // Phys. Rev. A. 1985. Vol. 31. N 2. P. 1219–1221.
- [8] *Dhali S.K., Williams P.F.* // J. Appl. Phys. 1987. Vol. 62. N 12. P. 4696–4707.
- [9] *Месси Г.* Отрицательные ионы. М.: Мир, 1979. 754 с.
- [10] *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1963. 632 с.
- [11] *Юман М.М.* Молния. М.: Мир, 1972. 326 с.
- [12] *Ивановский А.В.* // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 12. С. 48–59.
- [13] *Кринберг И.А.* // ЖТФ. 1968. Т. 38. Вып. 10. С. 1705–1713.
- [14] *Петров Н.И., Аванский В.Р., Бомбенкова Н.В.* // ЖТФ, 1994. Т. 64. Вып. 6. С. 50–60.
- [15] *Кринберг И.А.* Кинетика электронов в ионосфере и плазмосфере земли. М.: Наука, 1978. 214 с.
- [16] *Александров Н.Л., Кончаков А.М., Сон Э.Е.* // Физика плазмы. 1978. Т. 4(1). С. 169–176.
- [17] *Александров Н.Л., Высокыйло Ф.Н., Исламов Р.Ш.* и др. // ТВТ. 1981. Т. 19. № 3. С. 350–358.
- [18] *Shimamura I.* // Sci. Papes IPCR. 1989. Vol. 82. P. 1–51.
- [19] *Gerjuoy E., Stein S.* // Phys. Rev. 1955. Vol. 97. P. 1671–1680.
- [20] *Gerjuoy E., Stein S.* // Phys. Rev. 1955. Vol. 98. P. 1848–1859.
- [21] *Schulz G.J.* // Phys. Rev. 1964. Vol. 135. N 4. A. P. 988–994.
- [22] *Linder F. and Schmidt H.* // Zeitschrift fur Naturforschung. 26A. N 10. P. 1617–1625.
- [23] *Borst W.L.* // Phys. Rev. 1972. Vol. 5. N 2. A. P. 648–656.
- [24] *Stantonf P.N., John R.M.S.* // J. Opt. Soc. Amer. 1969. Vol. 59. N 3. P. 252–260.
- [25] *Green A.E.S., Stolarski R.S.* // J. Atm. Terr. Phys. 1972. Vol. 34. P. 1703–1712.
- [26] *Rapp D., Englander-Golden P.* // J. Chem. Phys. 1965. Vol. 42. P. 4081–4099.
- [27] *Tate J.T., Smith P.T.* // Phys. Rev. 1932. Vol. 39. P. 270–279.
- [28] *Spence D., Schulz G.J.* // Phys. Rev. 1972. Vol. 5. N 2. A. P. 724–731.
- [29] *Rapp D., Briglia D.D.* // J. Chem. Phys. 1965. Vol. 43. P. 1480–1488.
- [30] *Хаксли Л., Кромптон Р.* Диффузия и дрейф электронов в газах. М.: Мир, 1977. 672 с.
- [31] *Sherman B.* // J. Math. Anal. Appl. 1960. Vol. 1. P. 342–353.
- [32] *Ивановский А.В.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 6. С. 37–44.

- [33] *Елецкий А.В., Смирнов Б.М.* // УФН. 1982. Т. 136. № 1. С. 254–257.
- [34] *Tomson J.J.* // Phill. Mag. 1924. Vol. 47. P. 337–342.
- [35] *Голубев А.И., Ивановский А.В., Соловьев А.А.* и др. // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1985. Вып. 2. С. 17–27.