01;07

К теории пространственно-временнóй поляризационной голографии

© Б.Н. Килосанидзе, Е.Ш. Какичашвили

Институт кибернетики АН Грузии,
380086 Тбилиси, Грузия

(Поступило в Редакцию 26 июля 1999 г.)

Теоретически рассматривается поляризационно-голографическая запись и восстановление поля нестационарной объектной волны. Анализируются выражения для сформированных пространственно-временнóй поляризационной голограммой недифрагированного пучка, мнимого и действительного изображений. При наложении определенных условий на изотропную, анизотропную и гиротропную реакции поляризационно-чувствительной среды показано адекватное восстановление пространственной структуры, временнóго профиля и поляризационных характеристик поля нестационарного объекта в мнимом изображении.

Известен значительный интерес к возникшей в последние годы так называемой временнóй голографии, распространившей голографический метод на запись и воспроизведение временнóго хода нестационарных волновых процессов. Это направление представляет существенный эвристический вклад в завершение строительства основ голографического метода [1,2]. Идея голографической записи и воспроизведения нестационарных волновых полей впервые была высказана в [3]. Эта идея основана на однозначной связи временнóго профиля нестационарного волнового процесса с его частотным спектром [4,5]. В работе [6] было проведено строгое теоретическое обоснование метода пространственно-временнóй голографии в скалярном описании нестационарных волн.

В предлагаемой работе развитый теоретический подход рассматривается для нестационарных электромагнитных волн в строгом описании состояния и степени поляризации соответствующих волновых полей. Ранее метод голографии был модифицирован для стационарных волновых полей с целью доказательства возможности записи и восстановления состояния и степени поляризации произвольных электромагнитных волн [7–9].

Представим поле, сформированное нестационарным объектом, в параксиальном приближении векторного дифракционного интеграла Кирхгофа, модифицированного на случай нестационарных волновых полей [10],

$$\mathbf{E}_{\mathrm{ob}}(x,y,z,\omega,t) \approx \frac{i}{2\pi c}\int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\frac{\omega}{r}\mathbf{E}_{\mathrm{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0) \times \exp i\omega\left[(t-t_0)-\frac{1}{c}r\right]dt_0 dS_0, \quad (1)$$

где c — скорость света; ω — частота; x_0, y_0, z_0, t_0 и x, y, z, t — соответственно пространственно-временны́е координаты точки объекта и точки наблюдения; r — расстояние между этими точками; S_0, T_0 — пространственно-временнóй интервал, занимаемый объектом; $dS_0 = dx_0 dy_0$.

В (1) $\mathbf{E}_{\mathrm{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0)$ — поле непосредственно за объектом. Оно формируется при прохождении полностью поляризованной монохроматической волны частоты ω_0, распространяющейся вдоль оси z, с вектором Джонса [11]

$$\mathbf{E}_0 = \hat{E}_{0x}\exp-\frac{i\omega_0 z}{c}\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix}, \quad 0\leqslant\varepsilon=\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\leqslant 1 \quad (2)$$

сквозь нестационарный объект с матрицей Джонса [11]

$$M_{\mathrm{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0)=\begin{pmatrix}\hat{m}_{11}(x_0,y_0,z_0,t_0) & \hat{m}_{12}(x_0,y_0,z_0,t_0)\\ \hat{m}_{21}(x_0,y_0,z_0,t_0) & \hat{m}_{22}(x_0,y_0,z_0,t_0)\end{pmatrix}.$$

В дальнейшем будем рассматривать нестационарный объект, полагая его неселективность относительно частоты просвечивающего света, когда $\hat{m}_{ij}(x_0,y_0,z_0,t_0)\neq f(\omega_0)$. Подобное ограничение не является принципиальным, однако оправдано из-за существенного упрощения дальнейших выкладок. Разумеется, условие неселективности объекта относительно частоты просвечивающего света является приближением для реальных материальных сред, подобно приближению "черного экрана" в работах [12,13].

Нестационарный объект деполяризует освещающую изначально полностью поляризованную монохроматическую волну, и в общем случае прошедшая через объект волна частично эллиптически поляризована. Модифицированный вектор Джонса прошедшей волны непосредственно за объектом представляется в виде частично когерентных ортогональных компонент эллиптической поляризации [14]

$$\mathbf{E}_{\mathrm{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0)=\left[\hat{E}_{Ax}M_{\mathrm{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0)\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix} \oplus \hat{E}_{By}M_{\mathrm{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0)\begin{pmatrix}i\varepsilon\\ 1\end{pmatrix}\right]\exp i\omega t_0, \quad (3)$$

где $\varepsilon = E_{Ay}/E_{Ax} = E_{Bx}/E_{By}$; $0\leqslant\varepsilon\leqslant 1$; $\oplus$ — знак некогерентного суммирования амплитуд, который был введен в [14] при формальном обобщении векторно-матричного метода Джонса для частично поляризованного света; $\hat{E}_A$ — комплексная амплитуда компоненты одного базиса; $\hat{E}_B$ — комплексная амплитуда компоненты другого, ортогонального ему и некогерентного.

В качестве опорной волны используем волну, прошедшую через бесконечно узкий временнóй затвор, имеющий δ-образную характеристику временнóго пропускания. Известно, что прерывание цуга во времени приводит к изменению частоты: исходно монохроматический цуг за затвором претерпевает демонохроматизацию. При этом, согласно определению δ-функции, полученная за затвором волна обладает сплошным спектром с постоянной по всему диапазону изменения частот спектральной плотностью [15]. Кроме того, затвор полностью деполяризует изначально поляризованную волну. В этих условиях модифицированный вектор Джонса опорной волны представляется в виде ортогонального базиса эллиптической поляризации [14]

$$\mathbf{E}_{\text{op}} = \left[E_{0x}\exp i\varphi\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix} \oplus E_{0x}\exp i\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right)\begin{pmatrix}i\varepsilon\\ 1\end{pmatrix}\right] \times \exp i\omega\left(t - \frac{1}{c}z\right) \quad (4)$$

где $\varepsilon = E_{0y}/E_{0x}$, E_{0x}, E_{0y} — амплитуды; φ, Ψ — соответственно начальные фазы двух взаимно некогерентных компонент.

При поляризационно-голографической записи взаимно когерентные компоненты ортогонального базиса опорной и объектной волн для соответствующих частот независимо интерферируют между собой и результирующие поля некогерентно, аддитивно складываются. Суммарное поле в плоскости голограммы имеет вид

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_\Sigma(x,y,z,t) &= \mathbf{E}_{\text{op}} + \mathbf{E}_{\text{ob}} \\ &= \Bigg\{E_{0x}\exp i\varphi\exp i\omega\left(t - \frac{1}{c}z\right) \\ &+ \frac{i}{2\pi c}\iint\limits_{S_0 T_0}\frac{\omega}{r}\hat{E}_{Ax}M_{\text{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0) \\ &\times \exp i\omega\left[(t-t_0) - \frac{1}{c}r\right]dS_0dt_0\Bigg\}\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix} \oplus \Bigg\{E_{0x}\exp i\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right) \\ &\times \exp i\omega\left(t - \frac{1}{c}z\right) + \frac{i}{2\pi c}\iint\limits_{S_0\ T_0}\frac{\omega}{r}\hat{E}_{By}M_{\text{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0) \\ &\times \exp i\omega\left[(t-t_0) - \frac{1}{c}r\right]dS_0dt_0\Bigg\}\begin{pmatrix}i\varepsilon\\ 1\end{pmatrix}. \quad (5)\end{aligned}$$

Напряженность электрического вектора суммарной волны описывается реальной частью (5) [16]

$$\text{Re}(\mathbf{E}_\Sigma) = \mathbf{p}\cos\omega t + \mathbf{q}\sin\omega t, \quad (6)$$

где параметры суммарного эллипса $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q}$ определяются через компоненты эллипса поляризации каждого из базисов A и B по правилам [14]

$$\begin{aligned}\mathbf{p} &= \text{Re}\,(\mathbf{E}_\Sigma)_A \oplus \text{Re}\,(\mathbf{E}_\Sigma)_B = \mathbf{p}_A \oplus \mathbf{p}_B, \\ \mathbf{q} &= \text{Im}\,(\mathbf{E}_\Sigma)_A \oplus \text{Im}\,(\mathbf{E}_\Sigma)_B = \mathbf{q}_A \oplus \mathbf{q}_B. \quad (7)\end{aligned}$$

Для регистрации поля суммарной волны (5) используем поляризационно-чувствительную среду [17,18]. При этом полагаем, что регистрирующая среда, так же как и нестационарный объект, спектрально-неселективна во всем диапазоне действующих частот.

Фотоанизотропия и фотогиротропия, наведенные в светочувствительной регистрирующей среде, связаны с поляризационными характеристиками индуцирующего света закономерностью, полученной в [19,20]. В этой закономерности фигурируют комплексные коэффициенты светоиндуцированного эллиптического двупреломления, и для описания векторного фотоотклика поляризационно-чувствительной среды введены функции изотропной $\hat{s}$, анизотропной $\hat{v}_L$ и гиротропной $\hat{v}_G$ реакций. В данной работе полагаем, что $\hat{s}$, $\hat{v}_L$, $\hat{v}_G$ постоянны для всех частот действующего излучения.

Наведенная индуцирующим светом анизотропия и гиротропия поляризационно-чувствительной среды может быть описана матрицами Джонса [8,11]. В работе [20] введены правила построения матрицы Джонса поляризационно-чувствительной среды в случае частично поляризованного индуцирующего излучения. На основе этих правил и закономерности [20] для результирующей матрицы Джонса получаем

$$M = \exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0)\cdot\begin{pmatrix}M_{11} & M_{12}\\ M_{21} & M_{22}\end{pmatrix}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}M_{11,22} &= 1 - \frac{i\varkappa d}{2\hat{n}_0}\big[\hat{s}(I_1+I_2)_A + \hat{s}(I_1+I_2)_B \\ &\pm \hat{v}_L\cos 2\Theta_A\cdot(I_1-I_2)_A \pm \hat{v}_L\cos 2\Theta_B\cdot(I_1-I_2)_B\big], \\ M_{12,21} &= -\frac{i\varkappa d}{2\hat{n}_0}\big[\hat{v}_L\sin 2\Theta_A\cdot(I_1-I_2)_A + \hat{v}_L\sin 2\Theta_B\cdot(I_1-I_2)_B \\ &\mp i\hat{v}_G(I_\pm - I_\mp)_A \mp i\hat{v}_G(I_\pm - I_\mp)_B\big].\end{aligned}$$

В (8) $\varkappa = 2\pi/\lambda$, λ — длина исходной просвечивающей волны; d — толщина регистрирующей среды; $\hat{n}_0$ — комплексный коэффициент преломления среды в исходном, необлученном состоянии; $(I_1+I_2)_A$ и $(I_1+I_2)_B$ — первый параметр Стокса, $(I_1-I_2)_A$ и $(I_1-I_2)_B$ — второй параметр Стокса, $(I_\pm - I_\mp)_A$ и $(I_\pm - I_\mp)_B$ — четвертый параметр Стокса для A и B компонент; Θ_A и Θ_B — углы ориентации большой оси эллипса поляризации соответственно для A- и B-компонент, отсчитываемые против часовой стрелки относительно оси x.

Выразив фигурирующие в (8) параметры Стокса через параметры $\mathbf{p}_A$, $\mathbf{p}_B$, $\mathbf{q}_A$, $\mathbf{q}_B$ [8], для матрицы голограммы, представленной в виде суммы трех матриц, во всем диапазоне действующих частот получим

$$M = M_0 + M_{-1} + M_{+1}, \quad (9)$$

где M_0 — матрица, ответственная за формирование недифрагированного пучка,

$$M_0 \approx \exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0)\left[1 - \frac{i\varkappa d\hat{s}}{\hat{n}_0}(1+\varepsilon^2)E_{0x}^2\right]\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}; \quad (10)$$

M_{-1} — матрица, ответственная за формирование мнимого изображения,

$$M_{-1} \approx \frac{\varkappa d}{4\pi c\hat{n}_0} \exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0) \begin{pmatrix} (M_{-1})_{11} & (M_{-1})_{12} \\ (M_{-1})_{21} & (M_{-1})_{22} \end{pmatrix} \quad (11)$$

с матричными элементами

$$(M_{-1})_{11,22} = \int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega} \frac{\omega}{r} \Big\{ \hat{E}_{Ax} \big[(\hat{s} \pm \hat{v}_L)(\hat{m}_{11} + i\varepsilon\hat{m}_{12})$$

$$- i\varepsilon(\hat{s} \mp \hat{v}_L)(\hat{m}_{21} + i\varepsilon\hat{m}_{22}) \big] E_{0x} \exp -i\varphi + \hat{E}_{By}$$

$$\times \big[(\hat{s} \mp \hat{v}_L)(\hat{m}_{22} + i\varepsilon\hat{m}_{21}) - i\varepsilon(\hat{s} \pm \hat{v}_L)(\hat{m}_{12} + i\varepsilon\hat{m}_{11}) \big]$$

$$\times E_{0x} \exp -i\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right) \Big\} \exp i\frac{\omega}{c} z \exp -i\omega(t_0 + \frac{1}{c} r) d\omega dt_0 dS_0,$$

$$(M_{-1})_{12,21} = \int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega} \frac{\omega}{r} \Big\{ \hat{E}_{Ax} \big[(\hat{v}_L \pm \hat{v}_G)(\hat{m}_{21} + i\varepsilon\hat{m}_{22})$$

$$- i\varepsilon(\hat{v}_L \mp \hat{v}_G)(\hat{m}_{11} + i\varepsilon\hat{m}_{12}) \big] E_{0x} \exp -i\varphi + \hat{E}_{By}$$

$$\times \big[(\hat{v}_L \mp \hat{v}_G)(\hat{m}_{12} + i\varepsilon\hat{m}_{11}) - i\varepsilon(\hat{v}_L \pm \hat{v}_G)(\hat{m}_{22} + i\varepsilon\hat{m}_{21}) \big]$$

$$\times E_{0x} \exp -i\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right) \Big\} \exp i\frac{\omega}{c} z \exp -i\omega(t_0 + \frac{1}{c} r) d\omega dt_0 dS_0;$$

M_{+1} — матрица, ответственная за формирование действительного изображения,

$$M_{+1} \approx -\frac{\varkappa d}{4\pi c\hat{n}_0} \exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0) \begin{pmatrix} (M_{+1})_{11} & (M_{+1})_{12} \\ (M_{+1})_{21} & (M_{+1})_{22} \end{pmatrix} \quad (12)$$

с матричными элементами

$$(M_{+1})_{11,22} = \int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega} \frac{\omega}{r} \Big\{ \hat{E}^*_{Ax} \big[(\hat{s} \pm \hat{v}_L)(\hat{m}^*_{11} - i\varepsilon\hat{m}^*_{12})$$

$$+ i\varepsilon(\hat{s} \mp \hat{v}_L)(\hat{m}^*_{21} - i\varepsilon\hat{m}^*_{22}) \big] E_{0x} \exp i\varphi + \hat{E}^*_{By}$$

$$\times \big[(\hat{s} \mp \hat{v}_L)(\hat{m}^*_{22} - i\varepsilon\hat{m}^*_{21}) + i\varepsilon(\hat{s} \pm \hat{v}_L)(\hat{m}^*_{12} - i\varepsilon\hat{m}^*_{11}) \big]$$

$$\times E_{0x} \exp i\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right) \Big\} \exp -i\frac{\omega}{c} z \exp i\omega(t_0 + \frac{1}{c} r) d\omega dt_0 dS_0,$$

$$(M_{+1})_{12,21} = \int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega} \frac{\omega}{r} \Big\{ \hat{E}^*_{Ax} \big[(\hat{v}_L \pm \hat{v}_G)(\hat{m}^*_{21} - i\varepsilon\hat{m}^*_{22})$$

$$+ i\varepsilon(\hat{v}_L \pm \hat{v}_G)(\hat{m}^*_{11} - i\varepsilon\hat{m}^*_{12}) \big] E_{0x} \exp i\varphi + \hat{E}^*_{By}$$

$$\times \big[(\hat{v}_L \pm \hat{v}_G)(\hat{m}^*_{12} - i\varepsilon\hat{m}_{11}) + i\varepsilon(\hat{v}_L \mp \hat{v}_G)(\hat{m}^*_{22} - i\varepsilon\hat{m}^*_{21}) \big]$$

$$\times E_{0x} \exp i\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right) \Big\} \exp -i\frac{\omega}{c} z \exp i\omega(t_0 + \frac{1}{c} r) d\omega dt_0 dS_0.$$

Здесь $\hat{m}_{ij} \equiv \hat{m}_{ij}(x_0, y_0, z_0, t_0)$ — зависящие от координат и времени элементы двумерной матрицы нестационарного объекта. Анализ сверток в данной работе не проводится. При определенных соотношениях между функциями реакции среды, а именно при

$$\hat{s} = \hat{v}_L, \quad \hat{v}_L = -\hat{v}_G, \quad (13)$$

выражения (11) и (12) упрощаются. Следует отметить, что условия (13) выполняются с большой точностью для очень большого класса поляризационно-чувствительных сред [8].

В этих условиях для матриц M_{-1} и M_{+1} получим следующие выражения:

$$M_{-1} \approx \frac{\varkappa d\hat{v}_L}{2\pi c\hat{n}_0} \exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0) \int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega} \frac{\omega}{r} M_{\text{ob}} P$$

$$\times \exp -i\omega \left[t_0 + \frac{1}{c}(r - z) \right] d\omega dt_0 dS_0, \quad (14)$$

$$M_{+1} \approx -\frac{\varkappa d\hat{v}_L}{2\pi c\hat{n}_0} \exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0) \int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega} \frac{\omega}{r} P^* M^*_{\text{ob}}$$

$$\times \exp i\omega \left[t_0 + \frac{1}{c}(r - z) \right] d\omega dt_0 dS_0. \quad (15)$$

В (14) и (15) выделена матрица объекта M_{ob}, а через P обозначена матрица

$$P = \begin{pmatrix} \hat{a} + \varepsilon^2\hat{b} & -i\varepsilon(\hat{a} - \hat{b}) \\ i\varepsilon(\hat{a} - \hat{b}) & \varepsilon^2\hat{a} + \hat{b} \end{pmatrix},$$

где

$$\hat{a} = \hat{E}_{Ax} E_{0x} \exp -i\varphi, \quad \hat{b} = \hat{E}_{By} E_{0x} \exp -i\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right);$$

P^*, M^*_{ob} — эрмитово сопряженные матрицы.

Просветим полученную голограмму реконструирующей неполяризованной волной с комплексными амлитудами $E'_{0x} \exp i\varphi'$, $E_{0y} \exp i\Psi'$ $(\varepsilon' = E'_{0y}/E'_{0x})$ и частотой ω'

$$\mathbf{E}_{\text{rec}} = \left[E'_{0x} \exp i\varphi' \begin{pmatrix} 1 \\ i\varepsilon' \end{pmatrix} \oplus E'_{0x} \exp i\left(\Psi' - \frac{\pi}{2}\right) \begin{pmatrix} i\varepsilon' \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

$$\times \exp i\omega' \left(t' - \frac{1}{c} z \right). \quad (16)$$

При этом прошедшая волна формируется в виде

$$\mathbf{E}(x', y', z', t') = \frac{i}{2\pi c} \int\limits_{S} \frac{\omega'}{r'} M \mathbf{E}_{\text{rec}} \exp -i\frac{\omega'}{c} r' dS, \quad (17)$$

где S — область, занятая голограммой; r' — расстояние между точкой на поверхности голограммы и точкой наблюдения.

Последовательно подставляя в (17) выражения для матриц (10), (14) и (15), определим сформированные голограммой нулевое, мнимое и действительное изображения. Определим, какую волну необходимо использовать в качестве реконструирующей, чтобы получить восстановление поля объекта в мнимом изображении. Очевидно, что для этого необходимо определить собственные векторы и соответствующие им собственные значения матрицы P. Оказывается, что с точностью до постоянного множителя собственные векторы матрицы P суть $\binom{1}{i\varepsilon}$ и $\binom{i\varepsilon}{1}$ с соответствующими собственными значениями $(1+\varepsilon^2)\hat{a}$ и $(1+\varepsilon^2)\hat{b}$. Отсюда следует, что восстановление следует проводить волной, идентичной использованной при записи опорной волне.

Для прошедшей без дифракции волны получаем

$$\mathbf{E}_0 \approx \exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0)\left[1-\frac{i\varkappa d\hat{s}}{\hat{n}_0}(1+\varepsilon^2)E_{0x}^2\right]$$
$$\times\left[E_{0x}\exp i\varphi\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix}\oplus E_{0x}\exp i\left(\Psi-\frac{\pi}{2}\right)\begin{pmatrix}i\varepsilon\\ 1\end{pmatrix}\right]$$
$$\times\exp i\omega\left(t'-\frac{1}{c}z'\right), \tag{18}$$

а мнимое и действительное изображения соответственно представляются в виде

$$\mathbf{E}_{-1}(x',y',z',t') \approx \frac{i\varkappa d\hat{v}_L}{(2\pi c)^2\hat{n}_0}\exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0)E_{0x}^2(1+\varepsilon^2)$$
$$\times\int\limits_S\int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega}\frac{\omega^2}{r'r}\left[\hat{E}_{Ax}M_{\mathrm{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0)\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix}\oplus\hat{E}_{By}\right.$$
$$\left.\times M_{\mathrm{ob}}(x_0,y_0,z_0,t_0)\begin{pmatrix}i\varepsilon\\ 1\end{pmatrix}\right]\exp i\omega$$
$$\times\left[(t'-t_0)-\frac{1}{c}(r'+r)\right]d\omega dt_0 dS_0 dS, \tag{19}$$

$$\mathbf{E}_{+1}(x',y',z',t') \approx -\frac{i\varkappa d\hat{v}_L}{(2\pi c)^2\hat{n}_0}\exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0)E_{0x}^2$$
$$\times\int\limits_S\int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega}\frac{\omega^2}{r'r}\left[P_A^*M_{\mathrm{ob}}^*(x_0,y_0,z_0,t_0)\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix}\oplus P_B^*\right.$$
$$\left.\times M_{\mathrm{ob}}^*(x_0,y_0,z_0,t_0)\begin{pmatrix}i\varepsilon\\ 1\end{pmatrix}\right]\exp i\omega$$
$$\times\left[(t'+t_0)-\frac{1}{c}(r'-r+2z)\right]d\omega dt_0 dS_0 dS, \tag{20}$$

где

$$P_A^* = \exp i\varphi P^*, \quad P_B^* = \exp i\left(\Psi-\frac{\pi}{2}\right)P^*.$$

Интегралы, входящие в (19) и (20), решим в линейном приближении для расстояний r и r' и для бесконечно больших областей интегрирования S, S_0, T_0, Ω. При этом интегралы по S и Ω имеют характер соответственно пространственной и временно́й δ-функций. Вычисления, аналогичные проведенным в работе [6], приводят окончательно к следующим выражениям для сформированных пространственно-временно́й поляризационной голограммой выражений.

Для сформированного мнимого изображения при $z'=z_0$ из (19) получаем

$$\mathbf{E}_{-1}(x',y',z',t') \approx -\frac{2\pi i\varkappa d\hat{v}_L}{\hat{n}_0}$$
$$\times\exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0)E_{0x}^2(1+\varepsilon^2)\left[\hat{E}_{Ax}M_{\mathrm{ob}}(x',y',z',t')\right.$$
$$\left.\times\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix}\oplus\hat{E}_{By}M_{\mathrm{ob}}(x',y',z',t')\begin{pmatrix}i\varepsilon\\ 1\end{pmatrix}\right]. \tag{21}$$

Из (21) следует, что с точностью до множителя это выражение описывает полное восстановление как пространственно-временно́й структуры, так и поляризационных характеристик поля нестационарной объектной волны.

Из (20) для действительного изображения при $z'=2z-z_0$ имеем

$$\mathbf{E}_{+1}(x',y',z',t') \approx -\frac{2\pi i\varkappa d\hat{v}_L}{\hat{n}_0}$$
$$\times\exp(-2i\varkappa d\hat{n}_0)E_{0x}^2\left[P_A^*M_{\mathrm{ob}}^*\left(x',y',z',\frac{2z}{c}-t'\right)\right.$$
$$\left.\times\begin{pmatrix}1\\ i\varepsilon\end{pmatrix}\oplus P_B^*M_{\mathrm{ob}}^*\left(x',y',z',\frac{2z}{c}-t'\right)\begin{pmatrix}i\varepsilon\\ 1\end{pmatrix}\right]. \tag{22}$$

Из (22) видно, что на расстоянии $z'=2z-z_0$ симметрично мнимому изображениюю относительно голограммы формируется изображение с псевдоскопической пространственной структурой объектного поля, обращением его временно́го профиля с временно́й задержкой, вызванной прохождением светом расстояния $2z=z'+z_0$, равного расстоянию от точки наблюдения до действительного изображения, с преобразованием состояния поляризации, определяемым видом матриц P_A^* и P_B^*.

В заключение отметим, что показанная в данной работе возможность поляризационно-голографического метода восстанавливать пространственную структуру, временно́й профиль и состояние поляризации исходного поля нестационарного объекта предельно обобщает возможности голографического метода.

Авторы благодарят Ш.Д. Какичашвили за постановку задачи и полезные обсуждения.

Список литературы

[1] *Gabor D.* // Proc. Roy. Soc. Ser. A197. 1949. Vol. 197. P. 454–460.

[2] *Денисюк Ю.Н.* // ДАН СССР. 1962. Т. 144. № 6. С. 1275–1278.

[3] *Зубов В.А., Крайский А.В., Кузнецова Т.И.* // Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13. С. 443–446.

[4] *Зуйков В.А., Самарцев В.В., Усманов Р.Г.* // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 293–298.

[5] *Саари П.М., Каарли Р.К., Ребане А.К.* // Квантовая электрон. 1985. Т. 12. № 4. С. 672–682.

[6] *Какичашвили Ш.Д., Какичашвили Е.Ш.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. Вып. 11. С. 76–79.
[7] *Какичашвили Ш.Д.* // Опт. и спектр. 1972. Т. 33. Вып. 2. С. 324–327.
[8] *Какичашвили Ш.Д.* Поляризационная голография. Л., 1989. 142 с.
[9] *Какичашвили Ш.Д., Килосанидзе Б.Н.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 6. С. 136–139.
[10] *Какичашвили Ш.Д.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. Вып. 22. С. 78–82.
[11] *Jones R.C.* // JOSA. 1941. Vol. 31. N 7. P. 488–499.
[12] *Кирхгоф Р.Г.* Избранные труды. М., 1988. 430 с.
[13] *Kottler F.* // Progress in Optics. 1965. Vol. 4. P. 283–313.
[14] *Какичашвили Ш.Д.* // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 7. С. 200–204.
[15] *Харкевич А.А.* Спектры и анализ. М., 1962. 236 с.
[16] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М., 1970. 855 с.
[17] *Weigert F.* // Verhandl. Dtschen Physik. Ges. 1919. Bd 21. S. 479–483.
[18] *Zocher H., Coper K.* // Z. Phys. Chem. 1928. Bd 132. S. 313–319.
[19] *Какичашвили Ш.Д.* // Опт. и спектр. 1982. Т. 52. Вып. 2. С. 317–322.
[20] *Какичашвили Ш.Д., Килосанидзе Б.Н.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. Вып. 23. С. 6–9.