

01;10

Ускорение электронов гауссовым электромагнитным пучком в постоянном магнитном поле

© В.П. Милантьев, Я.Н. Шаар

Российский университет дружбы народов,
117198 Москва, Россия
e-mail: vmilantiev@mx.pfu.edu.ru

(Поступило в Редакцию 22 июня 1999 г.)

Рассматривается релятивистское движение электронов в поле электромагнитного гауссова пучка, распространяющегося вдоль постоянного магнитного поля. Показано, что при начальных условиях циклотронного резонанса возможно эффективное ускорение электронов на сравнительно небольшом интервале с несколько меньшим темпом, чем в случае плоской ускоряющей волны.

Введение

Среди различных механизмов ускорения заряженных частиц большой интерес вызывает механизм циклотронного авторезонанса, открытый А.А. Коломенским и А.Н. Лебедевым [1] и независимо В.Я. Давыдовским [2]. Этот механизм обеспечивает высокий темп ускорения при достаточно малых радиационных потерях [3]. На основе циклотронного авторезонанса были предложены различные схемы микроволновых [4–6] и лазерных [7,8] ускорителей электронов. Между тем циклотронный авторезонанс, являясь релятивистским эффектом, строго существует лишь в случае плоской поперечной электромагнитной волны, распространяющейся со скоростью света в вакууме вдоль постоянного магнитного поля, при условии, что осуществляется циклотронный резонанс в начальный момент времени. При нарушении этих условий возможно "принудительное" поддержание синхронизма частицы с волной различными способами [3]. Как показано в работе [7], в поле мощного лазерного излучения электроны могут быть ускорены до колоссальных энергий с очень высоким темпом ускорения при малых радиационных потерях. Однако эти результаты были получены при предположении, что лазерное излучение описывается плоской волной. В реальных условиях это предположение чаще всего нарушается. Во многих случаях лазерное, а также микроволновое излучение может рассматриваться в квазиоптическом приближении в виде гауссова пучка. Ясно, что в этом случае условия циклотронного авторезонанса заведомо нарушены, так что монотонного роста энергии не должно быть. В данной работе мы показываем, что, несмотря на это, и в гауссовом пучке существует интервал ускорения, на котором частицы могут набирать значительную энергию. Можно достичь большего темпа ускорения с помощью соответствующего профилирования ведущего магнитного поля и оптимального подбора начальных параметров инжекции электронов и параметров гауссова пучка.

Предположения и основные уравнения

Поле лазерного излучения в параксиальном приближении задается в виде гауссова пучка (ГП) [9], распространяющегося вдоль оси z — направления постоянного магнитного поля:

$$\mathbf{E} = (E \cos \Theta, -E \sin \Theta, 0). \quad (1)$$

Здесь

$$\Theta = -\omega t + kz + k\psi, \quad k\psi = r^2 D / a^2 (1 + D^2) - \arctg D,$$

$$E = E_1 (1 + D^2)^{-1/2} \exp\{-r^2 / a^2 (1 + D^2)\} \equiv E_1 f(x, y, z), \quad (1a)$$

где $D = 2z/ka^2 \equiv z/z_q$; величина $z_q = ka^2/2$ — рэлеевская длина; ω — частота волны; $k = \omega/c$ — вакуумное волновое число; a — сужение пучка, т.е. радиус пучка при $z = 0$; величина $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ играет роль поперечной координаты.

С помощью максвелловского уравнения индукции находим магнитные компоненты поля ГП:

$$\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z), \quad (2)$$

$$\text{где} \quad B_x = E_1 (G \cos \Theta + fQ \sin \Theta), \quad (2a)$$

$$B_y = -E_1 (G \sin \Theta - fQ \cos \Theta), \quad (2b)$$

$$B_z = -\frac{2fE_1}{ka^2(1+D^2)} ((xD-y) \sin \Theta + (yD+x) \cos \Theta). \quad (2c)$$

Здесь

$$Q = 1 + \frac{\partial k\psi}{\partial kz}, \quad G = -\frac{\partial f}{\partial kz}.$$

Фазовая скорость ГП равна

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k(1+\psi')},$$

$$\text{где} \quad k\psi'(z) \equiv \frac{dk\psi}{dz} = \frac{1}{a^2 z_q} \frac{r^2(1-D^2) - a^2(1+D^2)}{(1+D^2)^2}.$$

На расстояниях порядка рэлеевской длины величина $D \approx 1$, так что при $r < a$ получаем оценку $\psi'/k \approx (1/kz_q) \ll 1$. Поэтому

$$v_{ph} \approx c \left(1 - \frac{\psi'}{k}\right) > c.$$

Другими словами, фазовая скорость превышает скорость света. Это значит, что циклотронного авторезонанса в ГП быть не может.

Для выделения циклотронного вращения частицы вектор импульса частицы представляется в виде

$$\mathbf{p} = p_x \mathbf{e}_x + p_{\perp} (\mathbf{e}_x \cos \Theta_0 + \mathbf{e}_y \sin \Theta_0). \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ — единичные векторы декартовой системы координат; p_z, p_{\perp} — величины продольной и поперечной составляющих импульса относительно ведущего магнитного поля; Θ_0 — фаза циклотронного вращения частицы в этом поле. Фаза волны (1), которую "видит" электрон, описывается уравнением

$$\frac{d\Theta}{dt} = -\omega + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \nabla \Theta. \quad (4)$$

Уравнения движения электрона в поле ГП вместе с уравнением (4) образуют двухпериодную (или двухчастотную) систему, которая содержит осциллирующие множители, определяемые фазами Θ, Θ_0 , а также их комбинациями $\Theta \pm \Theta_0$. В области электронного циклотронного резонанса (ЭЦР) комбинация фаз $\Theta + \Theta_0 \equiv \Theta_+$ является медленно меняющейся переменной, тогда как в случае высокочастотных колебаний и сильного магнитного поля фазы Θ, Θ_0 и $\Theta - \Theta_0$ необходимо рассматривать как быстрые переменные. По методу усреднения [10] можно провести сглаживание по быстрым фазам в области ЭЦР

$$\frac{dP_{\perp}}{d\tau} = -\frac{\varepsilon}{\gamma} f \{\gamma - P_z Q\} \cos \Theta_+ + \varepsilon \frac{P_z}{\gamma} G \sin \Theta_+, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta_+}{d\tau} &= \frac{\Omega_0 - \gamma + P_z Q}{\gamma} + \varepsilon \frac{f}{P_{\perp} \gamma} \{\gamma - P_z Q\} \sin \Theta_+ \\ &+ \varepsilon \frac{P_z}{P_{\perp} \gamma} G \cos \Theta_+, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{dP_z}{d\tau} = -\varepsilon \frac{P_{\perp}}{\gamma} \{f Q \cos \Theta_+ + G \sin \Theta_+\}, \quad (7)$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = -\frac{\varepsilon}{\gamma} P_{\perp} f \cos \Theta_+, \quad (8)$$

$$\frac{dZ}{d\tau} = \frac{P_z}{\gamma}, \quad \frac{dX}{d\tau} \approx 0, \quad \frac{dY}{d\tau} \approx 0. \quad (9)$$

Здесь введены безразмерные переменные и параметры: $\tau = \omega t$; $\mathbf{R} = k\mathbf{r}$; $\mathbf{P} = \mathbf{p}/m_0 c$; $\varepsilon = eE_1/m_0 c \omega$; m_0 — масса покоя электрона; $\omega_0 = eB_0/m_0 c$ — классическая частота циклотронного вращения электрона в ведущем магнитном поле; $\Omega_0 = \omega_0/\omega$; заряд электрона равен $-e$,

где $e > 0$; $\gamma = \sqrt{1 + P_z^2 + P_{\perp}^2}$ — релятивистский фактор (безразмерная энергия электрона). В случае плоской волны параметр $Q = 1$, функция $f = 1$, так что величина $G = 0$. Тогда из системы (5)–(9) следует интеграл движения $\gamma - P_z = Y = \text{const}$, который совпадает с условием циклотронного резонанса при $Y = \Omega_0$. Это — авторезонанс [3]. В случае ГП вида (1), (2) циклотронный резонанс, согласно уравнениям (5)–(9), определяется условием

$$\gamma - P_z Q \approx \Omega_0. \quad (10)$$

Поскольку фазовая скорость ГП превышает скорость света, то условие ЭЦР, заданное в начальный момент времени, не сохраняется во все время движения электрона. Это связано с тем, что соотношение (10) не является интегралом движения.

Численное решение

Из системы (5)–(9) трудно получить аналитические решения. Поэтому проводилось численное решение по методу Рунге–Кутты. Рассматривалось движение электронов, находящихся в области $x^2 + y^2 < a^2$ и инжектируемых при $Z \leq 0$. Предполагалось, что в начальный момент времени точно выполняется условие циклотронного резонанса (10). Такое требование приводит к довольно жестким ограничениям на область изменения параметров Ω_0 и Q_0 . Действительно, начальные значения поперечной составляющей импульса должны определяться соотношением

$$P_{\perp 0}^2 = \gamma_0^2 - 1 - \frac{(\gamma_0 - \Omega_0)^2}{Q_0^2} \geq 0. \quad (11)$$

Отсюда следует упомянутое выше ограничение на параметры Ω_0 и Q_0

$$\Omega_0^2 + Q_0^2 \geq 1. \quad (12)$$

Будем интересоваться движением энергетичных электронов при начальном условии (10) с начальной энергией 25 MeV и выше на сравнительно небольшом интервале ускорения 100 см. Выбор такого интервала обусловлен необходимостью определить оптимальные параметры с высоким темпом ускорения электронов, при этом рэлеевская длина должна заметно превосходить интервал ускорения.

На рис. 1 показана зависимость энергии электрона на указанном интервале от ширины ГП (от параметра $q = a^2 k^2$) в случае микроволнового излучения ($\lambda = 1$ mm, $\Omega_0 = 1$). Видно, что с увеличением ширины пучка при заданной длине волны темп ускорения частицы возрастает. При значении параметра $q = 10^5$ рост энергии происходит точно так же, как в случае плоской волны. В этих условиях энергия электрона может возрастать более чем на порядок. В режим ускорения вовлекаются

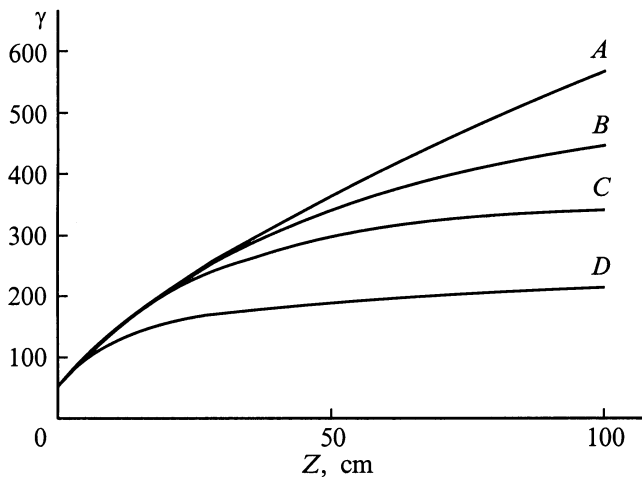


Рис. 1. Зависимость энергии γ электрона на интервале ускорения от ширины ГП (от параметра $q = a^2 k^2$) в случае микроволнового излучения ($\lambda = 1 \text{ mm}$, $\Omega_0 = 1$), $\gamma_0 = 50$, $\varepsilon = 1$. A — случай плоской волны, а также для ГП при $q = 10^2$; B — $q = 10^4$; C — $q = 5 \cdot 10^3$; D — $q = 10^3$.

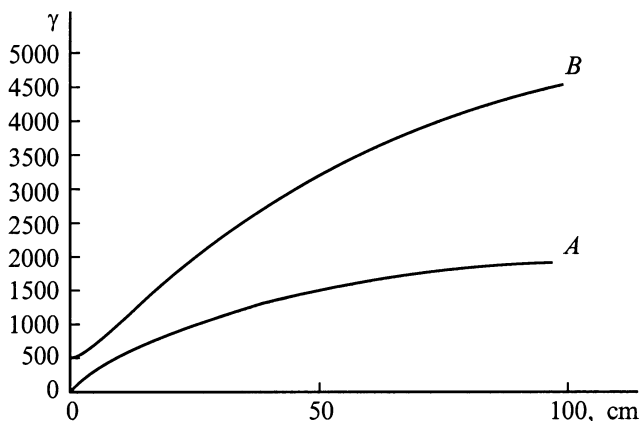


Рис. 2. Энергия электронов в лазерном ГП в постоянном магнитном поле $B_z = 100 \text{ kG}$ при $\varepsilon = 1$; A — $\gamma_0 = 50$, $\lambda = 10 \mu\text{m}$ (CO_2 лазер); B — $\gamma_0 = 500$, $\lambda = 1 \mu\text{m}$ (лазер на неодимовом стекле).

все электроны, независимо от разброса начальных фаз, которые определяют характер движения электронов на начальном этапе, в среднем энергия электронов пучка возрастает в 7–8 раз. Темп ускорения существенно возрастает с увеличением мощности излучения.

В случае более коротких длин волн (менее $20 \mu\text{m}$ — лазерное излучение) в таком же ведущем магнитном поле параметр Ω_0 принимает очень малые значения и тогда в силу ограничения (12) начальные условия циклотронного резонанса (10) не могут удовлетворяться. Поэтому в случае ускоряющего лазерного поля рассматриваются частицы при начальном условии $\gamma_0 - p_{z0} = \Omega_0$, соответствующем циклотронному резонансу электрона в плоской волне. Результаты счета приведены на рис. 2. Видно, что, как и в случае плоской волны [7], на рассматриваемом интервале возможно эффективное ускорение

электронов в ГП, но с меньшим темпом ускорения. Начальная ширина ГП определялась таким образом, чтобы интенсивность пучка уменьшалась не больше чем в e раз на расстоянии $z = 150 \text{ cm}$ от сужения пучка. На этом рисунке показана зависимость энергии от z в постоянном магнитном поле $B_z = 100 \text{ kG}$, при $\varepsilon = 1$; A — $\gamma_0 = 50$, $\lambda = 10 \mu\text{m}$ (CO_2 лазер); B — $\gamma_0 = 500$, $\lambda = 1 \mu\text{m}$ (лазер на неодимовом стекле).

На рис. 3 показана зависимость энергии от z для частиц, стартующих в лазерном ГП не при точных условиях циклотронного резонанса, а близких к ним, т. е. $\gamma_0 - p_{z0} = \text{const} \equiv C \neq \Omega_0$. Для сравнения приведен

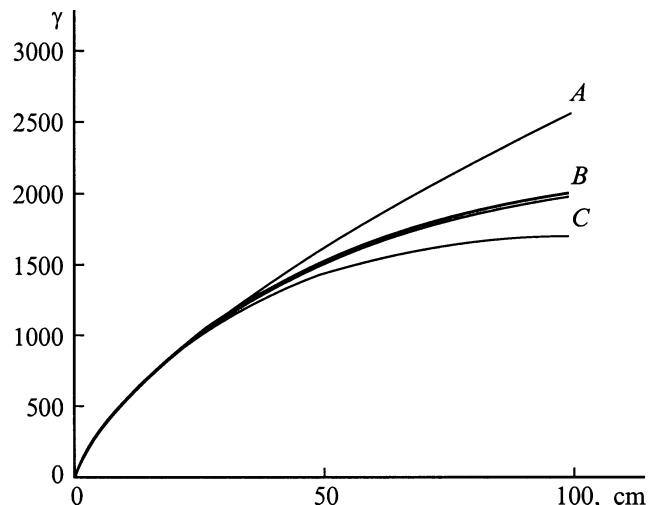


Рис. 3. Энергия частиц, стартующих в ГП не при точных условиях циклотронного резонанса; $\lambda = 10 \mu\text{m}$ (CO_2 лазер), $\Omega_0 = 0.01$, $\gamma_0 = 50$, $\varepsilon = 1$. A — случай плоской волны с точными условиями циклотронного резонанса; B — случай ГП с условиями $C = 0.01, 0.00985, 0.0101$; C — постоянная $C = 0.011$.

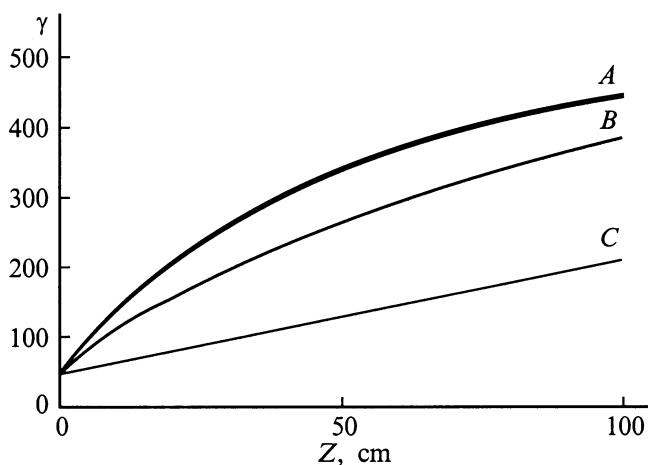


Рис. 4. Зависимость энергии электронов от z при $\lambda = 1 \text{ mm}$, $\Omega_0 = 1$, $\gamma_0 = 50$, $\varepsilon = 1$, инжектируемых в разных точках в плоскости $z_0 = 0$ (плоскость сужения пучка): случай A — $\sqrt{x^2 + y^2} \equiv r \leq 0.1a$, случай B — $r = 0.5a$, случай C — $r = a$.

график энергии ускоренных электронов в случае плоской волны при начальном условии точного резонанса. Видно, что на интересующем нас расстоянии 100 см существует возможность вовлечения в режим ускорения таких частиц, при этом отличие постоянной C от Ω_0 должно быть невелико. При сравнительно большом превышении C над Ω_0 вместо монотонного роста энергии наблюдаются ее осцилляции.

На рис. 4 приведена зависимость энергии электронов от z , когда электроны инжектируются в разных точках в плоскости $z_0 = 0$ (плоскость сужения пучка): случай A — $\sqrt{x^2 + Y^2} \equiv r \leq 0.1a$; случай B — $r = 0.5a$; случай C — $r = a$, при этом остальные начальные параметры ГП и электрона остаются неизменными. Видно, что по мере удаления от центра ГП темп роста энергии убывает. Это происходит из-за падения интенсивности ГП. Таким образом, все частицы в данном сечении электронного пучка находятся в режиме ускорения, но с разным темпом.

Для проверки правильности расчетов проводилось сравнение с результатом работ [7,11]. В случае плоской волны решение системы (5)–(9) в точности совпало с этими результатами. Остановимся на результатах работы [7], согласно которым в случае циклотронного авторезонанса в поле плоской волны мощного лазерного излучения возможно колоссальное ускорение релятивистских электронов с высоким темпом. На первый взгляд это противоречит выводу [1,3] о том, что темп ускорения падает с ростом энергии как $1/\sqrt{\gamma}$. Однако нетрудно видеть, что коэффициентом пропорциональности здесь являются частота волны и безразмерный параметр ε . Поэтому возрастание энергии и темпа ускорения с увеличением мощности и частоты лазерного излучения при заданной величине параметра ε вполне справедливо.

Заключение

Выполненный нами расчет показывает, что в поле электромагнитного ГП, распространяющегося вдоль внешнего магнитного поля, возможно ускорение электронного пучка с достаточно высоким темпом, несмотря на то что начальное условие циклотронного резонанса между волной и частицей не сохраняется во все время движения частиц. При этом в режим ускорения вовлекаются все частицы независимо от их начальных фаз.

Мы рассматривали движение отдельного электрона, пренебрегая тем самым собственным полем этого пучка, а также обратным влиянием пучка на ускоряющую электромагнитную волну. Это справедливо в случае достаточно низкой концентрации (и тока) пучка. В работе [8] показано, что одночастичная модель взаимодействия электронного пучка с электромагнитной волной справедлива, если ток пучка меньше некоторого предельного значения $J(kA) \ll 8\varepsilon\omega R_b/c$, где R_b — радиус пучка. Что касается радиационных потерь, то даже при очень больших энергиях электронов они в рассматриваемом режиме вносят малосущественные поправки [7].

Работа выполнена по программе "Университеты России — фундаментальные исследования".

Список литературы

- [1] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. // ДАН СССР. 1962. Т. 145. С. 1259–1261. ЖЭТФ. 1963. Т. 44. Вып. 1. С. 259–262.
- [2] Давыдовский В.Я. // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. Вып. 9. С. 886–889.
- [3] Милантьев В.П. // УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 3–16.
- [4] Воробев А.А., Диденко А.Н., Ишков А.П. и др. // Атомная энергия. 1967. Т. 22. Вып. 1. С. 3–4.
- [5] Jory H.R., Trivelpiece A.W. // J. Appl. Phys. 1968. Vol. 39. N 7. P. 3053–3060.
- [6] Протасевич Е.Т. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 6. С. 133–140.
- [7] Loeb A., Friedland L. // Phys. Rev. 1986. Vol. A33. N 3. P. 1828–1835.
- [8] Loeb A., Friedland L. // Phys. Lett. 1988. Vol. A 129. N 5–6. P. 329–332.
- [9] Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1990. 432 с.
- [10] Милантьев В.П. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 6. С. 166–172.
- [11] Roberts C.S., Buchsbaum S.J. // Phys. Rev. Vol. 135. N 2A. P. 381–389.