09;10

Генерирование и усиление электромагнитных колебаний трубчатым пучком электронов в радиальном электростатическом поле в свободном пространстве

© Ю.В. Кириченко

Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт",
310108 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 22 ноября 1999 г.)

Теоретически исследованы механизмы генерирования и усиления электромагнитных волн тонким трубчатым пучком электронов, вращающихся в свободном пространстве в радиальном электростатическом поле. Показано, что генерирование и усиление электромагнитных полей возможно за счет черенковского резонанса. Найдены частоты и инкременты генерируемых волн, а также постоянные распространения и коэффициенты усиления усиливаемых волн.

Теория генерирования и усиления волн трубчатым пучком электронов в волноводах, в том числе заполненных плазмой, широко описана в литературе (см., например, [1,2]). При определенных условиях (малость диаметра пучка по сравнению с диаметром волновода, экспоненциальное убывание поля по мере удаления от пучка в радиальном направлении, короткие длины волн) стенки волновода практически не влияют на дисперсионные свойства электромагнитных волн. Помимо этого, генерация и усиление волн слоем электронов, движущихся одновременно в азимутальном и аксиальном направлениях в свободном пространстве, представляют самостоятельный интерес.

Рассмотрим неограниченный вдоль оси z (используется цилиндрическая система координат r, φ, z) цилиндрический слой электронов, вращающихся вокруг оси, на которой находится металлический заряженный стержень с радиусом a, линейной плотностью положительного заряда Q и с большой, но конечной проводимостью σ. Электроны удерживаются на равновесных круговых орбитах радиальным электростатическим полем стержня $F_0(r) = 2Q/r$. Мы пренебрегаем собственными постоянными электрическим и магнитным полями слоя электронов. Предполагается, что возмущения электромагнитных полей, плотности и скорости электронов зависят от координат z, φ и времени t следующим образом: $\exp[i(m\varphi + k_z z - \omega t)]$, где $m \neq 0$ — целое число, k_z — проекция волнового вектора на ось z, ω — частота. Исследование проводится в гидродинамическом приближении. Невозмущенная плотность электронов $n(r)$ отлична от нуля между поверхностями $r = r_-$ и $r = r_+$. Мы будем считать выполненными условия

$$|k_z| \gg \left|\frac{\omega}{c}\right|, \quad |k_\varphi| \gg \left|\frac{\omega}{c}\right|, \quad |k_z r_-| \ll 2(\bar{m})^{1/2}, \tag{1}$$

где $k_\varphi = m/r_-$ — соответствующая проекция волнового вектора, c — скорость света, $\bar{m} = |m|$.

Неравенства (1) позволяют использовать потенциальное приближение [3,4]. Методом, изложенным в работах [5], можно показать, что в условиях черенковского резонанса в линейном приближении в случае тонкого слоя, когда

$$r_+ - r_- = \delta r \ll r_-, \tag{2}$$

потенциал Φ удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$\Phi\big|_{r_+} = \Phi\big|_{r_-}, \qquad \left.\frac{d\Phi}{dr}\right|_{r_+} - \left.\frac{d\Phi}{dr}\right|_{r_-} = \varkappa\Phi\big|_{r_-}, \tag{3}$$

где

$$\varkappa = \frac{m^2}{r_-^2\omega_m^2}\int\limits_{r_-}^{r_+} dr\Omega^2(r)\frac{2V_\varphi^2 - \Omega^2(r)r^2}{2V_\varphi^2 + \Omega^2(r)r^2}; \tag{4}$$

$\Omega^2(r) = 4\pi e^2 n(r)/m_e$; $\omega_m = \omega - mV_\varphi/r_- - k_z V_z$; V_φ, V_z — азимутальная и аксиальная составляющие невозмущенной скорости электронов; $-e < 0$, m_e — заряд и масса электронов.

В формулах (3), (4) учтено условие черенковского разонанса

$$\omega_m \simeq 0. \tag{5}$$

При выводе формул (3), (4) учтена малость величины k_z/k_φ, что следует из условий (1). Сшивая $\Phi(r)$ и $d\Phi(r)/dr$ на границах слоя и стержня и учитывая (2), получим дисперсионное уравнение

$$\omega_m^2 = -\frac{\bar{m}\eta_m}{\eta^{2\bar{m}}}(1 - i\omega\delta_\sigma)\frac{1}{r_-}\int\limits_{r_-}^{r_+} dr\Omega^2(r)\frac{2V_\varphi^2 - \Omega^2(r)r^2}{2V_\varphi^2 + \Omega^2(r)r^2}, \tag{6}$$

где $\eta = r_-/a$, $\eta_m = (\eta^{2\bar{m}} - 1)/2$, $\delta_\sigma = 1/(4\pi\sigma\eta_m)$, $|\omega\delta_\sigma| \ll 1$.

Параметр δ_σ учитывает потери энергии в стержне. Введем некоторое среднее $\bar{\Omega}$

$$\bar{\Omega}^2\frac{2V_\varphi^2 - \Omega^{-2}r_-^2}{2V_\varphi^2 + \Omega^{-2}r_-^2} = \frac{1}{\delta r}\int\limits_{r_-}^{r_+} dr\Omega^2(r)\frac{2V_\varphi^2 - \Omega^2(r)r^2}{2V_\varphi^2 + \Omega^2(r)r^2}. \tag{7}$$

Сначала рассмотрим задачу о возбуждении электромагнитных колебаний. Для этого в (6) следует положить

$\mathrm{Im}\,(k_z) = 0$. Тогда, согласно уравнению (6), $\mathrm{Im}\,(\omega) \neq 0$ и $|\mathrm{Im}\,(\omega)| \ll \mathrm{Re}\,(\omega)$. При условии

$$2V_\varphi^2 > r_-^2\bar{\Omega}^2 \tag{8}$$

из уравнения (6) получаем

$$\mathrm{Re}\,(\omega) = \frac{mV_\varphi}{r_-} + k_zV_z + 0\left(\left(\frac{\delta r}{r_-}\right)^{1/2}\delta_\sigma\right), \tag{9}$$

$$\mathrm{Im}\,(\omega) = \bar{\Omega}\left(\frac{\bar{m}\eta_m}{\eta^{2\bar{m}}}\right)^{1/2}\left(\frac{2V_\varphi^2 - \bar{\Omega}^2 r_-^2}{2V_\varphi^2 + \Omega^2 r_-^2}\right)^{1/2}\left(\frac{\partial r}{r_-}\right)^{1/2}. \tag{10}$$

При условии

$$2V_\varphi^2 < r_-^2\bar{\Omega}^2 \tag{11}$$

из уравнения (6) получаем

$$\mathrm{Re}\,(\omega) = \frac{mV_\varphi}{r_-} + k_zV_z - 0\left(\left(\frac{\partial r}{r_-}\right)^{1,2}\right), \tag{12}$$

$$\mathrm{Im}\,(\omega) = \frac{1}{2}\delta_\sigma\bar{\Omega}\left(\frac{mV_\varphi}{r_-} + k_zV_z\right)\left(\frac{\bar{m}\eta_m}{\eta^{2\bar{m}}}\right)^{1/2} \times \left(\frac{r_-^2\bar{\Omega}^2 - 2V_\varphi^2}{r_-^2\Omega^2 + 2V_\varphi^2}\right)^{1/2}\left(\frac{\delta r}{r_-}\right)^{1/2}. \tag{13}$$

Видно, что при условии (8) (большая угловая скорость электронов, малая плотность электронов) инкремент намного больше, чем при противоположном условии (11), когда неустойчивость обусловлена диссипацией волны в стержне. Отметим также, что инкремент (10) растет с увеличением $\bar{m}$ как $\bar{m}^{1/2}$, а инкремент (13) экспоненциально убывает. Однако надо иметь в виду, что в силу неравенств (1) величина $\bar{m}$ ограничена условием

$$\bar{m} \ll \frac{k_zrc}{V_\varphi}. \tag{14}$$

Дисперсное уравнение (6) позволяет также решить задачу об усилении в условиях черенковского резонанса (5) трубчатым пучком электронов электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси z. Для этого в (6) следует положить $\mathrm{Im}\,(\omega) = 0$. Тогда $\mathrm{Im}\,(k_z) \neq 0$ и $|\mathrm{Im}\,(k_z)| \ll \mathrm{Re}\,(k_z)$. Из (6) получаем формулы для коэффициента усиления $|\mathrm{Im}\,(k_z)|$. При условии (8)

$$|\mathrm{Im}\,(k_z)| = \frac{\bar{\Omega}}{V_z}\left(\frac{\bar{m}\eta_m}{\eta^{2\bar{m}}}\right)^{1/2}\left(\frac{2V_\varphi^2 - \bar{\Omega}^2 r_-^2}{2V_\varphi^2 + \Omega^2 r_-^2}\right)^{1/2}\left(\frac{\delta r}{r_-}\right)^{1/2}. \tag{15}$$

При условии (11)

$$|\mathrm{Im}\,(k_z)| = \frac{\omega\bar{\Omega}\delta_\sigma}{2V_z}\left(\frac{\bar{m}\eta_m}{\eta^{2\bar{m}}}\right)^{1/2} \times \left(\frac{r_-^2\bar{\Omega}^2 - 2V_\varphi^2}{r_-^2\Omega^2 + 2V_\varphi^2}\right)^{1/2}\left(\frac{\delta r}{r_-}\right)^{1/2}. \tag{16}$$

Коэффициент усиления (15) намного больше, чем (16). В последнем случае $|\mathrm{Im}\,(k_z)|$ обусловлен потерями энергии в стержне и пропорционален частоте усиливаемой волны.

Отметим, что в силу первого из неравенств (1) напряженности поле экспоненциально убывают в радиальном направлении. Следовательно, бесконечный трубчатый пучок при генерации или усилении волны не теряет энергию на излучение в свободное пространство. Полубесконечный же трубчатый пучок, ограниченный, например, координатой z_0, будет излучать генерируемую или усиливаемую волну со своего торца в полупространство с $z > z_0$.

Автор выражает благодарность В.В. Долгополову за ценные замечания и полезное обсуждение результатов работы.

Список литературы

[1] *Файнберг Я.Б.* // Физика плазмы. 1985. Т. 11. № 11. С. 1398–1405.
[2] *Кондратенко А.Н.* Плазменные волноводы. М.: Атомиздат, 1976. 232 с.
[3] *Девидсон Р.* Теория заряженной плазмы. М.: Мир, 1978. 216 с.
[4] *Долгополов В.В., Кириченко Ю.В., Лонин Ю.Ф., Харченко И.Ф.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 8. С. 91–94.
[5] *Долгополов В.В., Долгополов М.В., Кириченко Ю.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40. № 12. С. 16–22.