01;05;10;11

Распределение легких ионов по глубине при облучении мишени под скользящими углами падения

© В.В. Маринюк, В.С. Ремизович

Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет),
115409 Москва, Россия
E-mail: remix@glasnet.ru

(Поступило в Редакцию 28 июня 1999 г.)

Аналитически рассчитана зависимость объемной плотности легких ионов от глубины при скользящем падении пучка на поверхность полубесконечного слоя вещества. Предполагалось, что взаимодействие ионов с атомами среды описывается обратно-степенными потенциалами $(V(r) \sim r^{-1/\nu})$. Расчеты показали, что плотность числа ионов не является монотонной функцией, а достигает своего максимального значения на некоторой глубине внутри вещества. Чем медленнее потенциал взаимодействия спадает с увеличением r (т. е. чем больше параметр ν), тем отчетливее проявляется максимум плотности ионов и тем на больших глубинах этот максимум достигается. На больших глубинах плотность ионов убывает по степенному закону.

Введение

При облучении мишени пучком ионов средних энергий под скользящими углами возникает ситуация, когда отраженный поток частиц формируется в основном ионами, испытавшими многократное малоугловое рассеяние. Проблема малоуглового отражения ионов была подробно изучена за последние десятилетия. О.Б. Фирсов, используя приближение Фоккера–Планка, аналитически рассчитал угловой спектр отраженных ионов (безотносительно к азимуту) в случае чисто упругого рассеяния [1,2]. Им был также определен угловой спектр отраженного излучения для обратноквадратичного потенциала взаимодействия $(V(r) \sim r^{-2})$ без использования диффузионного приближения [3]. Впоследствии результаты Фирсова неоднократно обобщались. Так, в приближении Фоккера–Планка было вычислено распределение отраженных ионов как по обоим углам вылета (полярному и азимутальному) [4], так и по пройденному в веществе пути [5]. Наконец, в [6] была решена задача о нахождении углового спектра отраженного излучения (безотносительно к азимуту) при чисто упругом рассеянии ионов для обратно-степенных потенциалов взаимодействия ионов с атомами среды $(V(r) \sim r^{-1/\nu})$ без использования приближения Фоккера–Планка.

Однако в таких проблемах, как распыление и образование дефектов в твердых телах, недостаточно знать распределение ионов только на границе мишени. Поскольку образование атомов отдачи происходит внутри вещества, то очень важна информация о распределении ионов по глубине, так как именно эта величина определяет плотность атомов отдачи, выбитых потоком ионов. До сих пор наиболее изученным в этой области является вопрос о распределениях затормозившихся в веществе ионов по пробегам и глубине проникновения [7]. Однако источниками образования дефектов служат не только остановившиеся, но и движущиеся частицы. В связи с этим возникает необходимость в получении новой информации о глубинных распределениях ионов. Особый интерес здесь представляет случай скользящего падения пучка на поверхность мишени. Именно при скользящих углах падения ионов не применимо большинство существующих теорий распыления [8,9], так что аналитический расчет спектров распыленных атомов при скользящем падении ионов до сих пор остается актуальной задачей [10].

Несмотря на то что проблема отражения при скользящих углах падения исследована очень подробно, вопрос глубинной зависимости плотности частиц ранее практически не затрагивался. В настоящей работе аналитически рассчитана зависимость объемной плотности ионов от глубины, когда их взаимодействие с атомами среды описывается обратностепенными потенциалами $(V(r) \sim r^{-1/\nu})$. Во избежание недоразумений подчеркнем, что под сосредоточенными в веществе частицами мы понимаем движущиеся ионы. Интересно отметить, что отношение числа ионов, движущихся в глубь среды, к числу ионов в восходящем потоке не зависит от глубины и определяется только значением параметра потенциала ν. В ходе решения была найдена характерная глубина, на которой формируется отраженный поток частиц. При малых углах скольжения эта глубина оказывается много меньшей полного пробега ионов, что позволяет использовать при расчетах предположение о чисто упругом рассеянии ионов.

Поставновка задачи. Плотность потока ионов на произвольных глубинах

Пусть на поверхность полубесконечной однородной мишени, занимающей область пространства $z \geq 0$ (ось z направлена по нормали к поверхности в глубь среды) падает широкий пучок ионов с начальной энергией T_0 под углом ζ_0 к поверхности. Угол скольжения ζ_0 падающих ионов предполагается малым $\zeta_0 \ll 1$. Направление движения ионов определяется углами ζ и

φ, где ζ — угол между вектором скорости ионов и границей вещества, φ — азимутальный угол (начальный азимут $\varphi_0 = 0$). Нисходящему потоку ионов отвечают значения $\zeta > 0$, восходящему потоку — значения $\zeta = -|\zeta| < 0$. Рассеяние ионов средних энергий носит малоугловой характер $\vartheta_{\text{eff}} \ll 1$ (ϑ_{eff} — эффективный угол однократного рассеяния). Поэтому при скользящем падении ионов ($\zeta_0 \ll 1$) углы ζ и φ также будут малы [1–6,11]. При рассмотрении процесса распространения легких ионов ($M_1 \ll M_2$, где M_1, M_2 — масса иона и атома среды соответственно) можно пренебречь энергетическими потерями ионов при упругих столкновениях. Предположим, что ионизационными потерями ионов в веществе также можно пренебречь (ниже мы обсудим возможность такого пренебрежения). В этом случае уравнение переноса для плотности потока ионов $N(\tilde{z}, \zeta, \varphi)$ имеет вид [6]

$$\zeta \frac{\partial N(\tilde{z}, \zeta, \varphi)}{\partial \tilde{z}} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varphi' \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\zeta' I_\nu\left((\zeta-\zeta')^2 + (\varphi-\varphi')^2\right) \times \left\{N(\tilde{z}, \zeta', \varphi') - N(\tilde{z}, \zeta, \varphi)\right\}, \quad (1)$$

$$N(\tilde{z} = 0, \zeta > 0, \varphi) = N_0 \delta(\zeta - \zeta_0)(\delta(\varphi)); \quad N(\tilde{z} \to \infty, \zeta, \varphi) \to 0. \quad (2)$$

Здесь N_0 — плотность потока падающих ионов; $\tilde{z} = w_{el}(T_0) z$ — глубина, измеренная в единицах длины свободного пробега; $w_{el}(T_0)$ — вероятность рассеяния иона с энергией T_0 на единице пути; $I_\nu(\gamma^2)$ — вероятность рассеяния иона в одном столкновении из состояния (ζ', φ') в состояние (ζ, φ): $\gamma^2 \approx (\zeta - \zeta')^2 + (\varphi - \varphi')^2$. Как обычно в малоугловом приближении считается, что угловые переменные ζ, φ изменяются в бесконечных пределах. Для $I_\nu(\gamma^2)$ будем использовать следующее двухпараметрическое выражение [6]:

$$I_\nu(\cos\gamma) = \frac{\nu \vartheta_{\text{eff}}^{2\nu} \left(4 + \vartheta_{\text{eff}}^2\right)^\nu}{\pi \left[\left(4+\vartheta_{\text{eff}}^2\right)^\nu - \vartheta_{\text{eff}}^{2\nu}\right] \left[\vartheta_{\text{eff}}^2 + 2(1-\cos\gamma)\right]^{1+\nu}},$$

$$2\pi \int\limits_0^\pi \sin\gamma I_\nu(\cos\gamma) d\gamma = 1. \quad (3a)$$

При резкоанизотропном рассеянии ($\vartheta_{\text{eff}}, \gamma^2 \ll 1$) из (3a) имеем

$$I_\nu(\gamma^2) = \frac{1}{\pi} \frac{\nu \vartheta_{\text{eff}}^{2\nu}}{\left[\vartheta_{\text{eff}}^2 + \gamma^2\right]^{1+\nu}} \quad (\nu > 0),$$

$$2\pi \int\limits_0^\infty \gamma I_\nu(\gamma^2) d\gamma = 1. \quad (3b)$$

Параметр ν определяет быстроту спада вероятности рассеяния с увеличением угла γ. Резерфордовскому рассеянию соответствует значение $\nu = 1$. В [6] было показано, что если $\nu > 1$ (т.е. $I_\nu(\gamma^2)$ спадает с ростом γ быстрее, чем γ^{-4}), то результаты расчета совпадают с теми, которые получены в приближении Фоккера–Планка по угловым переменным. Если же $0 < \nu < 1$ ($I_\nu(\gamma^2)$ спадает с ростом γ медленнее, чем γ^{-4}), то полученное выражение для углового спектра обратнорассеянных ионов существенно отличается от результатов расчета О.Б. Фирсова и в этом случае использование приближения Фоккера–Планка необосновано. Случай $\nu = 0$ является особым. При $\nu = 0$ нормировочный интеграл в (3b) для малоугловой индикатрисы рассеяния формально расходится на верхнем пределе. Это означает, что при таком значении параметра ν малоугловое приближение практически не имеет области применимости и требует особого рассмотрения [12].

Параметр ϑ_{eff} определяет степень анизотропии рассеяния. Если $\nu < 1$, то величина ϑ_{eff} связана со средним квадратом угла однократного рассеяния соотношением

$$\left\langle \gamma^2 \right\rangle_\nu \approx 2\langle 1 - \cos\gamma \rangle_\nu \approx \frac{4\nu}{1-\nu} \left(\frac{\vartheta_{\text{eff}}}{2}\right)^{2\nu} \quad (0 < \nu < 1). \quad (4)$$

При малых значениях ϑ_{eff} индикатриса (3b) описывает вероятность рассеяния на малые углы в обратностепенном потенциале $V(r) \sim r^{-1/\nu}$ [6,11].

В [6] с помощью метода собственных функций было получено простое аналитическое выражение для распределения отраженных ионов по полярному углу вылета (безотносительно к азимуту) в квазидиффузионном приближении ($\zeta_0, |\zeta| \gg \vartheta_{\text{eff}}$)

$$S_\nu(|\psi|) = |\zeta| \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varphi N(\tilde{z} = 0, -|\zeta|, \varphi) = \frac{1 + 2\nu}{\pi(1+\nu)} \frac{\sin(\pi\nu/(1+\nu))}{2\cos(\pi\nu/(1+\nu)) + |\psi|^{\frac{1+2\nu}{1+\nu}} + |\psi|^{-\frac{1+2\nu}{1+\nu}}}. \quad (5)$$

Здесь $S_\nu(|\psi|)$ — заинтегрированная по азимуту функция отражения ионов; $|\psi| = |\zeta|/\zeta_0$ — приведенный угол отражения.

Величина $S_\nu(|\psi|)d|\psi|$ есть число ионов, вылетающих в единицу времени с единицы поверхности среды в интервале углов $|\psi|$–$|\psi| + d|\psi|$. Для заинтегрированной по азимуту плотности потока ионов на произвольной глубине $N(\tilde{z}, \zeta)$ имеем

$$N(\tilde{z}, \zeta) = \int\limits_0^\infty \lambda C_\nu(\lambda) \exp(-\lambda^3 \tilde{z}) \Phi_\lambda(\zeta) d\lambda. \quad (6)$$

Выражение (6) представляет собой разложение решения транспортного уравнения (1) при скользящих углах движения по полной ортонормированной системе собственных функций $\Phi_\lambda(\zeta)$. Собственные угловые функции $\Phi_\lambda(\zeta)$ рассматриваемой задачи имеют вид [6]

$$\Phi_\lambda(\zeta) = \left(\sqrt{3}/\pi\lambda\right) \int\limits_0^\infty d\omega \cos\left(\omega\zeta - \frac{a_\nu}{\lambda^3} \omega^{2\nu+1}\right),$$

$$a_\nu = \frac{1}{2\nu+1}\frac{\Gamma(1-\nu)}{\Gamma(1+\nu)}\left(\frac{\vartheta_{\text{eff}}}{2}\right)^{2\nu}, \quad (7a)$$

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi_\lambda(\zeta)\Phi_{\lambda'}(\zeta)\zeta d\zeta = \frac{1}{\lambda}\delta(\lambda-\lambda'). \quad (7b)$$

Здесь $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера [13].

Используя условие ортогональности (7b) функций $\Phi_\lambda(\zeta)$, можно определить коэффициенты разложения $C_\nu(\lambda)$

$$C_\nu(\lambda) = \zeta_0\left\{\Phi_\lambda(\zeta_0) - \int\limits_0^\infty d|\psi|S_\nu(|\psi|)\Phi_\lambda(-\zeta_0|\psi|)\right\}, \quad (8)$$

где функция отражения $S_\nu(|\psi|)$ определяется выражением (5).

Для нахождения явного вида коэффициентов разложения $C_\nu(\lambda)$ удобно воспользоваться преобразованием Меллина [14]. В результате для $C_\nu(\lambda)$ получаем

$$C_\nu(\lambda) = \frac{\pi\sqrt{3}}{\lambda}\int\limits_C \frac{ds}{2\pi i}\left(\frac{a_\nu}{\zeta_0^{2\nu+1}\lambda^3}\right)^{-s} \times \frac{1}{\Gamma(1-s)\Gamma((2\nu+1)s)\sin(\pi(\nu+1)s)}. \quad (9)$$

Интегрирование в (9) ведется по любой прямой, лежащей в полосе аналитичности подынтегрального выражения $-(1+\nu)^{-1} < \operatorname{Re} s < (1+\nu)^{-1}$. Таким образом, по формулам (6), (7b), (9) можно определить заинтегрированную по азимуту плотность потока ионов $N(\tilde{z},\zeta)$ на произвольной глубине внутри вещества.

Распределение ионов по глубине

Вычисление пространственно-углового распределения ионов $N(\tilde{z},\zeta)$ на произвольной глубине представляет собой трудновыполнимую задачу. Однако, как отмечалось выше, в некоторых случаях достаточно знать распределение только ионов по глубине безотносительно к направлению их движения, т.е. объемную плотность числа ионов (далее просто плотность ионов)

$$\rho(\tilde{z}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\zeta\, f(\tilde{z},\zeta). \quad (10)$$

Функция распределения ионов $f(\tilde{z},\zeta)$ связана с плотностью потока $N(\tilde{z},\zeta)$ соотношением $N(\tilde{z},\zeta) = v_0 f(\tilde{z},\zeta)$, где v_0 — скорость ионов [15].

Разделим все ионы на те, которые движутся в глубь среды (нисходящий поток), и те, которые движутся обратно, в сторону границы вещества (восходящий поток). Тогда плотность ионов на глубине $\tilde{z}$ можно представить в следующем виде:

$$\rho(\tilde{z}) = \rho_+(\tilde{z}) + \rho_-(\tilde{z}). \quad (11)$$

Величины $\rho_+(\tilde{z})$ и $\rho_-(\tilde{z})$ определяют распределение по глубине плотности ионов в нисходящем и восходящем потоках соответственно

$$\rho_\pm(\tilde{z}) = v_0^{-1}\int\limits_0^\infty d\zeta N(\tilde{z},\pm\zeta) = N_0 v_0^{-1}\int\limits_0^\infty \lambda C_\nu(\lambda)\exp(-\lambda^3\tilde{z})d\lambda\int\limits_0^\infty \Phi_\lambda(\pm\zeta)d\zeta. \quad (12)$$

Подставляя в (12) выражение (7a) для собственных функций $\Phi_\lambda(\pm\zeta)$ следует иметь в виду, что перестановка порядка интегрирования по переменным ω и ζ недопустима. Поэтому поступим следующим образом. Умножим функции $\Phi_\lambda(\pm\zeta)$, определенные равенством (7a), на $\exp(-\zeta\delta)$ и проинтегрируем по ζ от нуля до бесконечности, меняя местами порядок интегрирования по ω и ζ. Затем переходя к пределу $\delta \to +0$ под знаком интеграла по ω, окончательно получим

$$\int\limits_0^\infty d\zeta\,\Phi_\lambda(\pm\zeta) = \frac{\sqrt{3}}{2\lambda}\left(1 \pm \frac{1}{1\nu+1}\right). \quad (13)$$

Из (13) и (12) с учетом (11) для величин $\rho(\tilde{z})$, $\rho_+(\tilde{z})$, $\rho_-(\tilde{z})$ находим

$$\rho(\tilde{z}) = \sqrt{3}N_0 v_0^{-1}\int\limits_0^\infty d\lambda C_\nu(\lambda)\exp(-\lambda^3\tilde{z}), \quad (14)$$

$$\rho_+(\tilde{z}) = \frac{\nu+1}{2\nu+1}\rho(\tilde{z}),$$

$$\rho_-(\tilde{z}) = \frac{\nu}{2\nu+1}\rho(\tilde{z}) \quad (0<\nu\le 1). \quad (15)$$

Таким образом, на любой глубине плотность ионов в восходящем потоке в $(\nu+1)/\nu$ раз меньше плотности ионов в нисходящем потоке. Отношение $\rho_-(\tilde{z})/\rho_+(\tilde{z})$ не зависит от глубины и с уменьшением параметра ν монотонно убывает от 1/2 при $\nu=1$ до нуля при $\nu\to 0$.

Используя явный вид коэффициентов разложения $C_\nu(\lambda)$ (9), по формуле (14) нетрудно найти глубинную зависимость плотности ионов

$$\rho(\tau) = \pi\rho_0\int\limits_C \frac{ds}{2\pi i}\tau^{-s} \times \frac{\Gamma(s)}{\Gamma(1-s)\Gamma((2\nu+1)s)\sin(\pi(\nu+1)s)}, \quad (16)$$

где

$$\tau = \frac{a_\nu\tilde{z}}{\zeta_0^{2\nu+1}} = \frac{\Gamma(1-\nu)}{(2\nu+1)\Gamma(1+\nu)}\left(\frac{\vartheta_{\text{eff}}}{2}\right)^{2\nu}\frac{w_{el}(T_0)z}{\zeta_0^{2\nu+1}},$$

$$\rho_0 = \frac{N_0}{v_0} \quad (17)$$

(ρ_0 — плотность ионов в падающем пучке, $[\rho_0] = \text{cm}^{-3}$).

Интегрирование в (16) ведется в комплексной плоскости по любой прямой, параллельной мнимой оси в полосе $0 < \mathrm{Re}\, s < (\nu+1)^{-1}$. Как видно из (16), рассматриваемая задача обладает свойством автомодельности: все параметры задачи (кроме ν) объединились в одну приведенную глубину τ, от которой и зависит плотность ионов. Приведенную глубину (17) с учетом (4) можно представить в виде

$$\tau = \frac{\Gamma(2-\nu)}{\nu(2\nu+1)\Gamma(1+\nu)} \frac{\langle\Theta_s^2(T_0)\rangle z}{4\zeta_0^{2\nu+1}}, \qquad (18)$$

$(\langle\Theta_s^2(T_0)\rangle = w_{el}(T_0)\langle\gamma^2\rangle$ — средний квадрат угла рассеяния иона с энергией T_0 на единице длины).

Анализ выражений (16)–(18) показывает, что единственным параметром задачи, имеющим размерность длины, является величина

$$z_r \sim \zeta_0^{2\nu+1}/\langle\Theta_s^2(T_0)\rangle \sim \zeta_0^{2\nu+1} l_{\mathrm{tr}}, \qquad (19)$$

которая представляет собой характерную глубину, на которой формируется отраженный поток ионов ($l_{\mathrm{tr}} \approx 2/\langle\Theta_s^2(T_0)\rangle$ — транспортная длина упругого рассеяния [15]).

Из (16) нетрудно получить асимптотические выражения для плотности ионов на малых и больших глубинах. Все полюса подынтегральной функции в (16) расположены на действительной оси. Поэтому можно деформировать контур интегрирования так, чтобы он при этом не пересекал полюсов. Загибая контур влево и используя теорему о вычетах, можно получить разложение $\rho(\tau)$ в виде обобщенного степенного ряда по положительным степеням τ. Если же контур интегрирования загнуть вправо, то мы получим разложение $\rho(\tau)$ по отрицательным степеням τ. Как видно из (16), плотность ионов на малых глубинах ($\tau \ll 1$) определяется вычетами подынтегральной функции в полюсах $s = 0$, $s = -(1+\nu)^{-1}$, а на больших глубинах ($\tau \gg 1$) вычетом в полюсе $s = (1+\nu)^{-1}$. Поэтому

$$\rho(\tau) \approx \rho_0 \begin{cases} \frac{2\nu+1}{\nu+1} + (2\nu+1)\Gamma\left(\frac{2\nu+1}{\nu+1}\right) \\ \qquad \times \left[\Gamma\left(\frac{1}{\nu+1}\right)\right]^{-2} \tau^{\frac{1}{\nu+1}}, & \tau \ll 1, \\ \frac{1}{\nu}\Gamma\left(\frac{1}{\nu+1}\right)\left[\Gamma\left(\frac{\nu}{\nu+1}\right)\right]^{-2} \tau^{-\frac{1}{\nu+1}}, & \tau \gg 1. \end{cases} \qquad (20)$$

Таким образом, если параметр $0 < \nu \le 1$, то плотность ионов у границы вещества растет с глубиной, причем рост $\rho(\tau)$ тем быстрее, чем больше величина ν. На больших глубинах плотность ионов убывает тем быстрее, чем меньше значение ν. Такое поведение плотности ионов можно объяснить следующим образом. При стационарном облучении мишени в случае чисто упругого рассеяния число ионов, упавших на единицу площади поверхности в единицу времени, равно числу вылетевших ионов (полный коэффициент отражения равен единице [6,15]). Перед тем, как вылететь из среды, ионы должны испытать многократное рассеяние, чтобы развернуться в сторону границы мишени. Для этого им необходимо пройти в веществе некоторый путь, т. е. проникнуть на определенную глубину. Поэтому основная масса ионов будет сосредоточена не на поверхности среды, а на некоторой глубине.

Быстрота роста на малых и спада на больших глубинах величины $\rho(\tau)$ зависит от параметра ν. Чем больше величина ν, тем анизотропнее однократное рассеяние. Следовательно, чем меньше ν, тем ионам легче рассеиваться на большие углы и тем быстрее они разворачиваются в сторону границы и покидают среду. Поэтому с уменьшением величины ν плотность ионов $\rho(\tau)$ медленнее растет на малых глубинах и быстрее убывает на больших.

В заключение этого раздела необходимо отметить следующее обстоятельство. Пренебрежение ионизационными потерями ионов допустимо до тех пор, пока путь, пройденный ионами в среде, меньше полного пробега R_0. Поэтому нужно потребовать, чтобы характерная глубина рассматриваемой задачи z_r (19) была много меньше глубины $\zeta_0 R_0$, достигая которой ионы теряют значительную часть своей энергии, т. е. должно выполняться следующее неравенство:

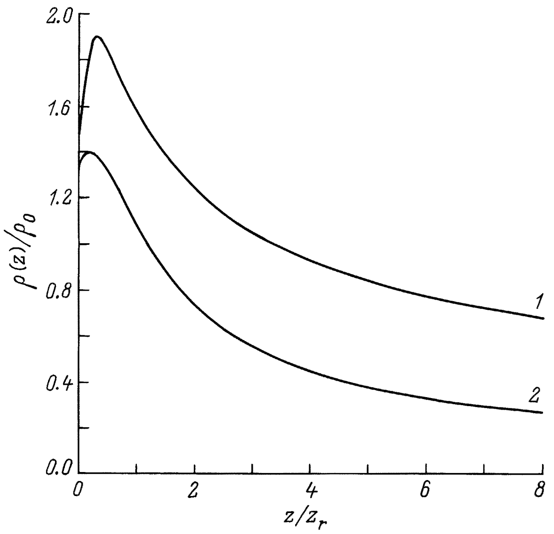
$$\frac{\langle\Theta_s^2(T_0)\rangle R_0}{\zeta_0^{2\nu}} \gg 1. \qquad (21)$$

При выполнении условия (21) плотность ионов $\rho(\tau)$ успевает выйти на свою асимптотику ($\tau \gg 1$, т. е. $z \gg z_r$) на глубинах, на которых еще можно пренебречь торможением ионов. Возможность пренебрежения неупругими потерями энергии ионов при вычислении спектров отраженного излучения в приближении Фоккера–Планка ($\nu = 1$) обсуждалась в [5]. Было показано, что при $\langle\Theta_s^2(T_0)\rangle R_0/\zeta_0^2 \gg 1$ основной вклад в отраженное излучение дают ионы, испытавшие чисто упругое рассеяние. Таким образом, неравенство (21) является обобщением этого условия на обратно-степенные потенциалы взаимодействия, спадающие быстрее кулоновского.

Глубинное распределение ионов для некоторых обратно-степенных потенциалов взаимодействия

Рассмотрим некоторые частные значения параметра ν, когда для плотности ионов $\rho(\tau)$ удается получить более простые представления. Значение $\nu = 1/2$ соответствует взаимодействию, описываемому обратноквадратичным потенциалом Фирсова ($V(r) \sim r^{-2}$). В этом случае выражение (16) нетрудно преобразовать к виду

$$\rho_{\nu=1/2}(\tau) = 2\sqrt{\pi}\rho_0 \int\limits_C \frac{ds}{2\pi i}(4\tau)^{-s} \times \frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)} \frac{\sin\pi s}{\sin(3\pi s/2)}. \qquad (22)$$



Зависимости плотности ионов от глубины для двух значений параметра ν. Глубина измерена в единицах $z_r = \zeta_0^{2\nu+1}/\langle\Theta_s^2(T_0)\rangle$; $\nu = 1$ (*1*), 1/2 (*2*).

Подынтегральное выражение представляет собой произведение двух функций $[\Gamma(s)/\Gamma(s+1/2)]$ и $[\sin\pi s/\sin(3\pi s/2)]$, для каждой из которых обращение Меллина известно [16]. Поэтому интеграл (22) по теореме о свертке для преобразования Меллина можно записать в виде

$$\rho_{\nu=1/2}(\tau) = \frac{2\rho_0}{\pi\sqrt{3}} \int\limits_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{1-x}} \times \frac{1}{(x/4\tau)^{2/3} + (4\tau/x)^{2/3} - 1}. \qquad (23)$$

Приведенная глубина (18) при $\nu = 1/2$ равна $\tau = \langle\Theta_s^2(T_0)\rangle z/4\zeta_0^2$.

Еще одно значение параметра ν, когда интеграл (16) допускает упрощение, — это $\nu = 1$. В этом случае индикатриса (3b) определяет вероятность однократного рассеяния в кулоновском потенциале $(V(r) \sim r^{-1})$. При $\nu = 1$ плотность ионов (16) удобно представить в виде

$$\rho_{\nu=1}(\tau) = \sqrt{3}\rho_0 \int\limits_C \frac{ds}{2\pi i}(27\tau)^{-s} \times \Gamma(s)\frac{\Gamma(s+1/2)\Gamma(1/2-s)}{\Gamma(s+1/3)\Gamma(s+2/3)}. \qquad (24)$$

Поскольку обращение Меллина от функций $\Gamma(s+1/2)\Gamma(1/2-s)[\Gamma(s+1/3)\Gamma(s+2/3)]^{-1}$ и $\Gamma(s)$ являются табличными [14], то по теореме о свертке для $\rho_{\nu=1}(\tau)$ получим

$$\rho_{\nu=1}(\tau) = \rho_0 \int\limits_0^\infty \frac{dx}{x} \exp\left(-\frac{27\tau}{x}\right) \frac{1}{\sqrt{x}} \times \left\{ J_{1/3}\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right) + J_{-1/3}\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right) \right\}, \qquad (25)$$

где

$$J_\alpha(t) = \pi^{-1} \int\limits_0^\pi d\Theta \cos(\alpha\Theta - t\sin\Theta)$$

— функция Ангера [13].

Подставляя интегральное представление для функции Ангера в (25) и меняя порядок интегрирования, находим для плотности ионов $\rho_{\nu=1}(\tau)$ следующее выражение:

$$\rho_{\nu=1}(\tau) = \frac{2\rho_0}{3\sqrt{3\pi\tau}} \int\limits_0^\pi d\Theta \cos(\Theta/3) \times \exp\left\{-\frac{\sin^2\Theta}{27\tau}\right\}. \qquad (26)$$

В случае $\nu = 1$ приведенная глубина (18) равна $\tau = \langle\Theta_s^2(T_0)\rangle z/12\zeta_0^3$.

На рисунке представлена зависимость плотности ионов (23) и (26) от глубины, измеренной в единицах $\zeta_0^{2\nu+1}/\langle\Theta_s^2(T_0)\rangle$, для двух значений параметра $\nu = 1$ и $\nu = 1/2$. Как видно, с уменьшением параметра ν максимум распределения становится менее выраженным и сдвигается в область меньших глубин. Такое поведение плотности ионов объясняется, как и прежде, тем, что при меньших значениях параметра ν ионы быстрее разворачиваются в сторону границы и вылетают обратно из среды.

Таким образом, характер глубинной зависимости плотности ионов следующий. На малых глубинах $(z \ll z_r)$ число ионов, сосредоточенных в веществе, растет, затем достигает максимального значения при $z \sim z_r$ и при $z \gg z_r$ убывает с глубиной степенным образом. На глубинах $z \sim \zeta_0 R_0$ выражение (16) для плотности ионов становится непригодным, поскольку не учитывает энергетических потерь ионов. При $z > \zeta_0 R_0$ зависимость плотности ионов от глубины будет определяться существенным образом ионизационным торможением.

Список литературы

[1] *Фирсов О.Б.* // ДАН СССР. Физика. 1966. Т. 169. С. 1311.
[2] *Фирсов О.Б.* // ФТТ. 1967. Т. 9. С. 2145.
[3] *Фирсов О.Б.* // ЖТФ. 1970. Т. 40. Вып. 1. С. 83.
[4] *Ремизович В.С., Тилинин И.С.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. С. 1524.
[5] *Ремизович В.С., Тилинин И.С., Рязанов М.И.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. Вып. 2(8), С. 448.
[6] *Ремизович В.С.* // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. Вып. 2(8). С. 506.
[7] *Экштайн В.* Компьютерное моделирование взаимодействия частиц с поверхностью твердого тела. М.: Мир, 1995. 321 с.
[8] Распыление твердых тел ионной бомбардировкой / Под ред. Р. Бериша. М.: Мир, 1984. 336 с.
[9] Фундаментальные и прикладные аспекты распыления твердых тел. Сб. статей. М.: Мир, 1989. 349 с.
[10] *Машкова Е.С., Молчанов В.А.* // Поверхность. 1995. № 3. С. 5.

[11] *Курнаев В.А., Машкова Е.С., Молчанов В.А.* Отражение легких ионов от поверхности твердого тела. М.: Энергоатомиздат, 1985. 192 с.

[12] *Sigmund P.* // Phys. Rev. 1969. Vol. 184. N 2. P. 383.

[13] *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1973, 1974. Т. 1,2. 296 с.

[14] *Маричев О.И.* Метод вычисления интегралов от специальных функций (теория и таблицы формул). Минск: Наука и техника, 1978. 312 с.

[15] *Калашников Н.П., Ремизович В.С., Рязанов М.И.* Столкновения быстрых заряженных частиц в твердых телах. М.: Атомиздат, 1980. 272 с.

[16] *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Таблицы интегральных преобразований. М.: Наука, 1968. Т. 1. 344 с.