

01;03

К численному моделированию динамики жидкой проводящей поверхности в сильном электрическом поле

© В.Г. Суворов

Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург

Поступило в Редакцию 12 мая 1999 г.

В окончательной редакции 13 сентября 1999 г.

Проведено двумерное численное моделирование неустойчивости жидкой проводящей поверхности с осевой симметрией в сильном электрическом поле. Для исследования течения жидкости со свободной поверхностью был использован метод расщепления по физическим факторам с преобразованием расчетной области к канонической форме [1]. Данный подход позволил изучить временную зависимость основных физических величин в нелинейном режиме, когда происходит формирование эмитирующего острья. Показано, что данная зависимость носит характер коллапса: существует критическое время t_c , вблизи которого физическая величина либо расходится, либо обращается в нуль как $\sim (t_c - t)^\gamma$. Найдены критические показатели γ для электрического поля, радиуса кривизны и аксиальной скорости на вершине острья и показана связь между ними.

Изучение явлений, связанных с движением проводящей жидкости в электрическом поле (работа ионных источников, взрывная электронная эмиссия, функционирование катодного пятна вакуумной дуги), требует создания моделей, описывающих закономерности развития нелинейной стадии процесса. Существенно продвинуться в изучении этих закономерностей позволило бы численное моделирование. Особенностью данной задачи является наличие сильной обратной связи между формой поверхности и электрическим полем на ней, что требует достаточно точного определения поверхности, особенно в момент, когда происходит формирование эмитирующего острья. Традиционный метод маркеров на сетке (MAC), ранее используемый для решения подобных задач [2], недостаточно точно моделирует течение вблизи свободной поверхности, вследствие чего форма поверхности не является гладкой и из-за указанной обратной связи происходит ее быстрая хаотизация. В работе [2] была прослежена эволюция поверхности в электрическом

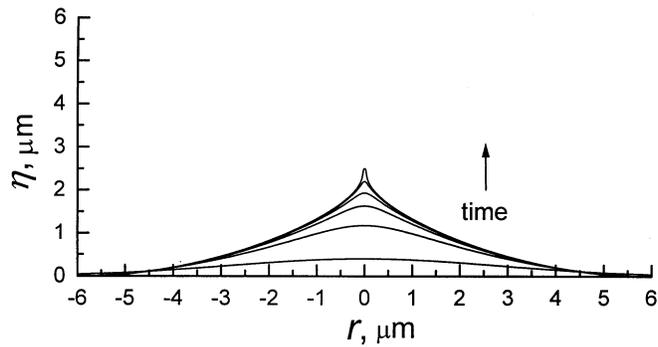


Рис. 1. Эволюция жидкой поверхности ртути во внешнем однородном поле, $E_0 = 2.4 \cdot 10^8$ V/m. Поверхности последовательно представлены в моменты времени (в ns); 0, 695, 783, 810, 822, 826; $t_c = 829$.

поле, однако исследование временной зависимости физических величин не проводилось; причем проблема хаотизации преодолевалась путем искусственного сглаживания поверхности.

В данной статье мы представляем результаты численного моделирования жидкой проводящей поверхности в электрическом поле с помощью метода, предложенного в работе [1]; моделирование проводилось в геометрии с осевой симметрией. Отличием данного метода от метода МАС является преобразование расчетной области к канонической форме. Контур, ограничивающий расчетную область ($r = 0$ — ось симметрии задачи; $r = x_r$ — правая граница; $z = \eta(r, t)$ — свободная поверхность; $z = -B$ — дно) с помощью замены переменных

$$r = r, \quad \xi(r, t) = \frac{z + B}{\eta(r, t) + B}$$

в каждый момент времени отображается на прямоугольник ($r = 0$, $r = x_r$, $\xi = 0$, $\xi = 1$) в системе (r, ξ) . Система уравнений Навье–Стокса записывается в переменных (r, ξ) и решается стандартными методами на разнесенной сетке [3].

Мы проследили эволюцию малого возмущения жидкой поверхности ртути в однородном электрическом поле напряженностью, немного превышающей критическую, в цилиндрической системе координат (рис. 1).

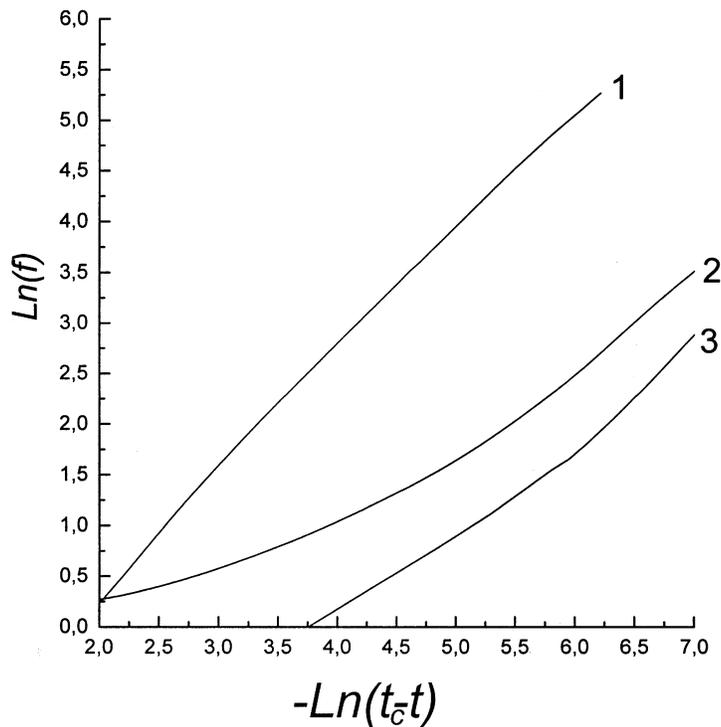


Рис. 2. Зависимость величины f от времени: 1 — $f = R_c^{-1}$; 2 — $f = E$; 3 — $f = v$ для эволюции поверхности, представленной на рис. 1.

При этом правый край и дно отодвигались достаточно далеко и не влияли на результат расчета. Электрическое поле на поверхности также определялось с помощью метода [1]; кривизна поверхности и давление поверхностного натяжения определялись непосредственно с помощью разностной аппроксимации производных, и искусственного сглаживания не вводилось. Последняя поверхность на рис. 1, по существу, представляет собой типичный автоэлектронный (или ионный) эмиттер.

Расчет показал, что в динамике жидкой поверхности достаточно четко можно выделить нелинейную фазу, изменение физических величин

в которой носит характер коллапса, т. е. развития, при котором величины за конечное время (t_c) обращаются либо в нуль, либо в бесконечность. Зависимости $\ln\{R_c^{-1}(t), E(t), v(t)\}$ от $-\ln(t_c - t)$ имеют вид прямых линий при $t \rightarrow t_c$ (рис. 2). Здесь $R_c^{-1}(t)$, $E(t)$, $v(t)$ — безразмерные кривизна, электрическое поле и аксиальная скорость на вершине острия. Заметим, что не существует большой неопределенности в выборе t_c . Поэтому для размерных величин мы можем записать следующие соотношения:

$$E(t) = E_0 \left(1 - \frac{t - t_0}{t_c - t_0}\right)^{-\gamma_E}, \quad (1)$$

$$R_c(t) = R_0 \left(1 - \frac{t - t_0}{t_c - t_0}\right)^{\gamma_R}, \quad (2)$$

$$v(t) = v_0 \left(1 - \frac{t - t_0}{t_c - t_0}\right)^{-\gamma_V}, \quad (3)$$

где t_0 — время, характеризующее начало нелинейной стадии; E_0 , R_0 , v_0 — физические величины в момент $t = t_0$. Были получены следующие показатели степеней в (1)–(3): $\gamma_E = 1.01$, $\gamma_R = 1.05$, $\gamma_V = 1.1$. Близкое значение величин γ_E и γ_R является следствием хорошо известного закона, согласно которому электрическое поле на автоэмиссионном катоде $\sim R_c^{-1}$. Значение величины γ_V можно объяснить простыми оценками. Действительно, импульс, переносимый жидкостью вблизи острия $\sim \rho \lambda R_c^2 v$ (ρ — плотность жидкости, λ — масштаб возмущения), действующая на него сила $\sim R_c^2 E^2$, тогда из второго закона Ньютона получаем $\gamma_V + 1 \approx 2\gamma_E$. Видно, что полученные показатели степеней достаточно хорошо удовлетворяют этому равенству.

Разумеется, используя численный подход, невозможно строго доказать соотношения (1)–(3), однако при попытке аппроксимировать временные зависимости физических величин мы пришли к выводу, что эти соотношения являются наилучшими. В данном случае более строгим является аналитический подход, например в духе работы [4], соотношения же (1)–(3) могли бы являться некоторым ориентиром для нелинейного анализа.

В заключение автор хотел бы принести свою благодарность проф. Форбсу за предоставленные им результаты исследований, проведенных в University of Surry, Guildford, UK.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проектов № 99-02-16462, № 99-02-18234, а также при поддержке Международного фонда INTAS-РФФИ, проект № IR-97-663.

Список литературы

- [1] Белоцерковский О.М., Гуцин В.А., Коньцин В.Н. // Журнал выч. матем. и матем. физики. 1987. Т. 27. С. 594–608.
- [2] Zheng C., Linsu T. // J. Vac. Sci. Technol. 1988. V. B6. N 6. P. 2104–2107.
- [3] Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. 552 с.
- [4] Kuznetsov E.A., Spector M.D., Zakharov V.E. // Phys. Rev. E. 1994. V. 49. P. 1283–1290.