01;09

Рассеяние плоских электромагнитных волн на кирально-металлическом цилиндре

© В.А. Неганов, О.В. Осипов

Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики, Самара

Поступило в Редакцию 29 января 1999 г.

С помощью метода частичных областей решена задача рассеяния плоских электромагнитных волн (ЭМВ) E- и H-поляризаций на металлическом цилиндре, покрытом киральным слоем. Исследован характер поля рассеяния в ближней и дальней зонах. Изучено влияние типа поляризации падающей ЭМВ на рассеяние деполяризованной компоненты.

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к изучению взаимодействия электромагнитного излучения СВЧ и КВЧ диапазонов с так называемыми киральными средами. Явление киральности связано с нарушением зеркальной симметрии частиц, образующих среду [1]. Киральная среда обычно образуется из элементов одного и того же типа, равномерно распределенных и хаотически ориентированных в изотропной среде [2]. Материальные уравнения для таких сред связывают напряженности электрического и магнитного поля как с электрической $\mathbf{D}$, так и с магнитной индукцией $\mathbf{B}$. При взаимодействии электромагнитной волны с киральной средой наблюдается ряд специфических эффектов. Во-первых, внутри такой среды распространяются две волны с право- и левовинтовой круговыми поляризациями, имеющие различные постоянные распространения [2,3]. Во-вторых, при отражении электромагнитной волны от киральной среды наблюдается появление так называемой деполяризованной компоненты (а именно в составе отраженной волны появляются составляющие, отсутствующие в падающей). Это происходит вне зависимости от типа поляризации падающей волны. Деполяризованное поле появляется вследствие того, что, например, для E-поляризованной падающей волны нормальная электрическая компонента возбуждает в среде как электрический, так и магнитный дипольные моменты.

Ниже приведено решение задачи рассеяния плоской электромагнитной волны (ПЭМВ) на киральном круговом цилиндре, вдоль геометрической оси которого помещен тонкий металлический стержень с бесконечной проводимостью методом частичных областей. В качестве предельного случая рассмотрена задача рассеяния ПЭМВ на однородном киральном цилиндре [4,5].

Материальные уравнения для киральной среды в одной из форм записи (зависимость от времени — $e^{i\omega t}$) имеют вид

$$\mathbf{D} = \varepsilon_c \mathbf{E} - i\xi\mu\mathbf{H}, \qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + i\xi\mu\mathbf{E}, \tag{1}$$

где $\varepsilon_c = \varepsilon + \mu\xi^2$ — киральная проницаемость, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемость среды, ξ — параметр киральности (случай $\xi = 0$ соответствует обычной диэлектрической среде). Следует отметить, что наряду с (1) существуют и другие формы записи материальных уравнений для киральной среды (см., например, [6,7]).

Уравнения Максвелла для поля в киральной среде могут быть записаны следующим образом:

$$\nabla \times \mathbf{H} = k(\varepsilon_c \mathbf{E} + \xi\mu\mathbf{H}), \quad \nabla \times \mathbf{E} = k(\mu\mathbf{H} + \xi\mu\mathbf{E}), \tag{2}$$

где k — волновое число для свободного пространства, $\mathbf{H}$ нормировано на $i\eta_0^{-1}$, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ — волновое сопротивление для вакуума.

Рассмотрим падение ПЭМВ определенной поляризации на изотропный киральный цилиндр радиуса R, не ограниченный вдоль направления z, вдоль геометрической оси которого помещен тонкий проводящий стержень радиуса R_0 (рис. $1, a$). В предположении отсутствия вариации поля вдоль оси $0z$ $(\partial/\partial z{=}0)$ поле падающей волны с единичной амплитудой зададим в виде:

$$\mathbf{E}'(r,\varphi) = \mathbf{z}_0\, e^{-ikr\cos\varphi},$$

$$\mathbf{H}'(r,\varphi) = -\boldsymbol{\varphi}_0 \cos\varphi\, e^{-ikr\cos\varphi} + \mathbf{r}_0 \sin\varphi\, e^{-ikr\cos\varphi} \tag{3a}$$

для случая падения E-поляризованной волны и

$$\mathbf{H}'(r,\varphi) = \mathbf{z}_0\, e^{-ikr\cos\varphi},$$

$$\mathbf{E}'(r,\varphi) = -i\boldsymbol{\varphi}_0 \cos\varphi\, e^{-ikr\cos\varphi} + i\mathbf{r}_0 \sin\varphi\, e^{-ikr\cos\varphi} \tag{3б}$$

для случая падения H-поляризованной волны, где $\mathbf{r}_0$, $\boldsymbol{\varphi}_0$, $\mathbf{z}_0$ — единичные орты цилиндрической системы координат.

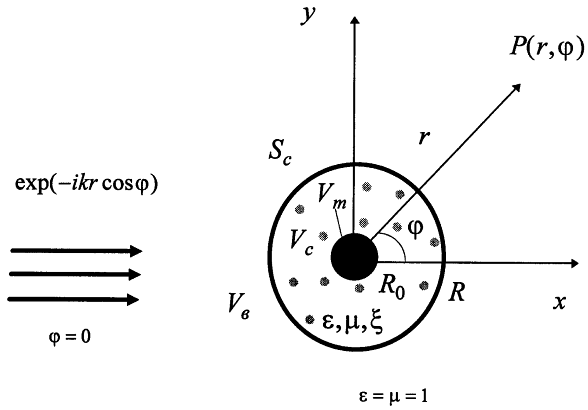

Рис. 1. Геометрия задачи: металлический стержень в киральной оболочке.

Известно, что распространение волн в киральной среде подчиняется двум связанным дифференциальным уравнениям вида [3]:

$$\left\{\Delta + k_c^2\right\} E_z - \left(\xi\mu/\varepsilon_c\right) \left\{\Delta - k_c^2\right\} H_z = 0,$$
$$\left\{\Delta + k_c^2\right\} H_z - \xi \left\{\Delta - k_c^2\right\} E_z = 0, \tag{4}$$

где $k_c^2 = k^2\varepsilon\mu$, Δ — лапласиан по переменным r и φ.

Система уравнений (4) решается при помощи стандартной замены вида [4]:

$$E_z = E_R + E_L, \qquad H_z = \sqrt{\varepsilon_c/\mu}\,(E_R - E_L).$$

В результате с учетом уравнений (4) для составляющих электромагнитного поля, представленных в виде рядов Фурье по координате φ, нетрудно записать следующие соотношения ($R_0 < r < R$):

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Big(A_n^R J_n(k_R r) + B_n^R Y_n(k_R r) + A_n^L J_n(k_L r) + B_n^L Y_n(k_L r)\Big) e^{in\varphi},$$

$$H_z = \sqrt{\varepsilon_c/\mu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Big(A_n^R J_n(k_R r) + B_n^R Y_n(k_R r) - A_n^L J_n(k_L r) - B_n^L Y_n(k_L r)\Big) e^{in\varphi},$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{k\varepsilon\mu}\left\{\varepsilon_c\frac{dE_z}{dr} - \xi\mu\frac{dH_z}{dr}\right\}, \quad E_\varphi = -\frac{1}{k\varepsilon}\left\{\frac{dH_z}{dr} - \xi\frac{dE_z}{dr}\right\}, \tag{5}$$

где $J_n(\chi)$ — функция Бесселя, $Y_n(\chi)$ — функция Неймана. A_n^R, A_n^L, B_n^R, B_n^L — некоторые неизвестные коэффициенты.

Для случая однородного кирального цилиндра (рис. 1, b) в (5) необходимо положить $B_n^R = B_n^L = 0$ $(\forall n)$.

Соотношения (5) подтверждают тот факт, что при любой поляризации падающей волны внутри киральной среды появляются как E_z-, так и H_z-компоненты.

Для отраженной от кирального цилиндра волны справедливы другие уравнения $(r > R)$:

$$\left(\Delta + k^2\right)\begin{Bmatrix} E_z'' \\ H_z'' \end{Bmatrix} = 0. \tag{6}$$

Здесь учтено, что во внешней области происходит деполяризация электромагнитного поля и всегда существуют обе нормальные компоненты E_z и H_z. Поэтому несложно записать решение уравнений (6) во внешней области $(r > R)$ в виде:

$$E_z'' = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n H_n^{(2)}(kr)\, e^{in\varphi}, \qquad H_z'' = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} D_n H_n^{(2)}(kr)\, e^{in\varphi},$$

$$H_\phi'' = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n H_n^{(2)'}(kr)\, e^{in\varphi}, \quad E_\varphi'' = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} D_n H_n^{(2)'}(kr)\, e^{in\varphi}, \tag{7}$$

где $H_n^{(2)}(\upsilon)$ — функция Ханкеля II-го рода, $H_n^{(2)'}(\upsilon)$ — ее производная по всему аргументу υ.

Воспользовавшись граничными условиями при $r = R_0$

$$E_z = 0, \qquad E_\varphi = 0 \tag{8a}$$

и при $r = R$

$$E_z = E_z' + E_z'', \qquad H_z = H_z' + H_z'',$$

$$E_\varphi = E_\varphi' + E_\varphi'', \qquad H_\varphi = H_\varphi' + H_\varphi'', \tag{8б}$$

нетрудно получить систему из шести алгебраических уравнений для определения коэффициентов $A_n^{R,L}$, $B_n^{R,L}$, C_n, D_n, причем в зависимости от вида поляризации необходимо подставлять соответствующие выражения для падающего поля $\big((3a)$ или $(3б)\big)$. Причем для случая однородного кирального цилиндра (без металлического стержня) выражения для этих коэффициентов записываются в явном виде $(B_n^R = B_n^L = 0)$.

Исходя из выражений (7), можно записать соотношения для отраженного поля в дальней зоне $(kr \to \infty)$ (с использованием аналитического представления для функции Ханкеля 2-го рода [8]):

$$\begin{Bmatrix} E_z'' \\ H_z'' \end{Bmatrix} \approx \sqrt{2/\pi kr}\, e^{-i(kr-\pi/4)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \begin{Bmatrix} C_n \\ D_n \end{Bmatrix} e^{in(\varphi+\pi/2)}. \tag{9}$$

Для дальней зоны обычно вводят новый параметр — сечение поля рассеяния, который в нашем случае определяется следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\varphi^E/\lambda \\ \sigma_\varphi^H/\lambda \end{Bmatrix} = 10\lg \left| \sum_n \begin{Bmatrix} C_n \\ D_n \end{Bmatrix} e^{in(\varphi+\pi/2)} \right|^2, \tag{10}$$

где верхние индексы E и H относятся соответственно для случаев падения E- и H-поляризованных волн.

На рис. 2, a, b представлены зависимости поля рассеяния от угла φ для E- и H-поляризованных падающих ПЭМВ при различных геометрических размерах металлического стержня и кирального цилиндра. При численном анализе использовались следующие параметры киральной среды: $\varepsilon = 3.5 - i0.2$, $\mu = 2.2 - i0.2$, $\xi = 0.3$, при которых влияние киральности на волновые процессы весьма велико. На рис. 2, a для сравнения приведены двухпозиционные диаграммы поля рассеяния для однородного кирального цилиндра $(kR_0 = 0)$ и однородного диэлектрического цилиндра $(kR_0 = 0,\ \xi = 0)$ для случая падения E-поляризованной волны. Как видно из рис. 2, a, для случая падения поляризованной ПЭМВ при $\varphi = 0$ наблюдается максимум отражения для однородных кирального и диэлектрического цилиндра. Введение проводящего стержня "сглаживает" диаграмму рассеяния в том смысле, что дифракционное поле не имеет резких минимумов и максимумов. Увеличение радиуса проводящего стержня kR_0 до 0.7 не меняет характера рассеяния волны от рассматриваемой структуры.

На рис. 2, b представлены аналогичные зависимости для случая H-поляризованной падающей ЭМВ. Как видно из графиков, при $\varphi = 0$ наблюдается максимум поля рассеяния для однородных цилиндров, а

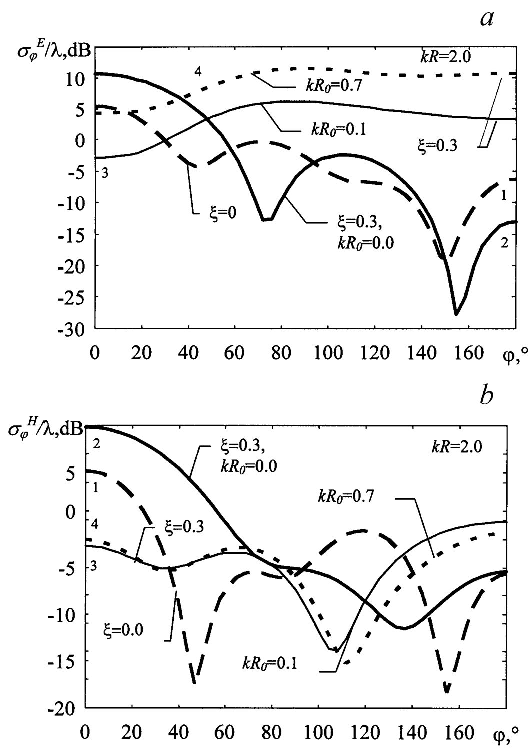

Рис. 2. Зависимости сечения поля рассеяния от угла падения волны: *a* — *E*-поляризованная падающая волна, *b* — *H*-поляризованная падающая волна. Обозначения: *1* — однородный диэлектрический цилиндр с потерями, *2* — однородный киральный цилиндр, *3, 4* — металлические цилиндры, покрытые киральными слоями.

для кирально-металлического рассеивателя поля при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ практически совпадает по величине. Увеличение радиуса kR_0 не дает каких-либо изменений в характере рассеяния.

При рассмотрении поля рассеяния в ближней зоне (расчет по формулам (7)) нами сделан интересный вывод относительно отражения деполяризованной компоненты. При падении E-поляризованной ПЭМВ введение в киральный цилиндр проводящего стержня уменьшает величину этой компоненты, а при падении H-поляризованной ПЭМВ наоборот увеличивает. Также было выяснено, что наличие потерь в киральной среде (мнимых частей ε и μ) увеличивает деполяризованное поле для обоих типов поляризаций падающей волны.

Список литературы

[1] *Костин М.В., Шевченко В.В.* // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 8. С. 921.
[2] *Дмитренко А.Г., Корогодов С.В.* // Радиофизика. 1998. Т. 46. № 4. С. 495.
[3] *Неганов В.А., Осипов О.В., Сидорова М.А.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 1998. Т. 1. № 1. С. 12.
[4] *Федоренко А.И.* // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. № 3. С. 381.
[5] *Bohren C.F.* // J. Colloid Interface Sci. 1978. V. 66. N 1. P. 105.
[6] *Третьяков С.А.* // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. № 2. С. 184–192.
[7] *Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н., Сивов А.Н., Шатров А.Д.* // УФН. 1997. Т. 167. № 11. С. 1201.
[8] *Абрамовитц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979.