01;07

Динамика двойного обращения волновых фронтов в фоторефрактивных кристаллах

© Ф.Н. Никифоров, И.В. Мурашко, И.А. Водоватов, В.Ю. Петрунькин, Е.В. Мокрушина

С.-Петербургский государственный технический университет
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург

Поступило в Редакцию 20 сентября 1999 г.

Получены усредненные уравнения, описывающие процесс установления обращенных волн в случае сложных световых полей в схеме двойного обращающего зеркала. Для оптической схемы на основе кристалла $Bi_{12}TiO_{20}$ получено качественное соответствие экспериментальных и теоретических временны́х зависимостей.

Исследование четырехволнового взаимодействия света в фоторефрактивных материалах представляет интерес в связи с созданием оптических устройств, подобных нейронным сетям для целей распознавания образов, обработки информации и других задач (см. [1]). В настоящей работе теоретически рассматривается динамика двойного некогерентного обращения сложных волновых фронтов (см. [2–4]) при различных начальных условиях.

Мы исходим из того, что в фоторефрактивном кристалле рассеянное поле (за вычетом обращенной волны) имеет случайный характер. Этим обстоятельством можно воспользоваться для вывода простоты уравнений, достаточно точно описывающих интересующие нас явления.

Сформулируем задачу следующим образом: на фоторефрактивную среду справа и слева (рис. 1, a) падают две волны $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$. Поле в среде представим в виде разложения (рис. 1, b)

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{1p} + \mathbf{E}_{1c} + \mathbf{E}_{1f},$$
$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{2p} + \mathbf{E}_{2c} + \mathbf{E}_{2f}, \quad (1)$$

где $\mathbf{E}_{1p}$ — прямая волна, падающая слева; $\mathbf{E}_{1c}$ — волна, обращенная по отношению к $\mathbf{E}_2$; $\mathbf{E}_{1f}$ — волна, рассеянная на случайных неоднородностях показателя преломления кристалла (фенинг). Волна $\mathbf{E}_2$,

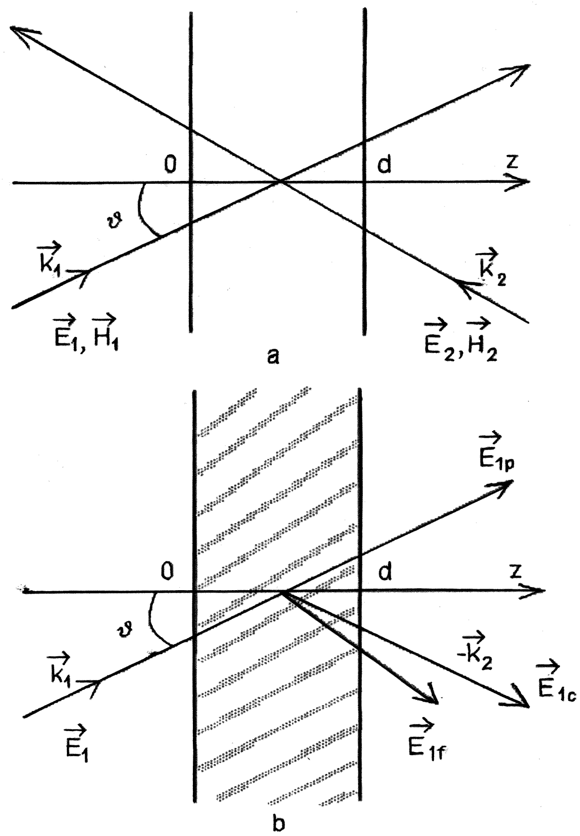

Рис. 1.

распространяющаяся с другой стороны кристалла, разлагается на такие же компоненты. Волны $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ некогерентны, и их взаимодействие со средой можно рассматривать независимо.

Примем

$$\mathbf{E}_{1p} = A_p^{(1)}(z,t)\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) \exp(-i(\mathbf{k}_1\mathbf{r})), \tag{2}$$

где $\mathbf{e}_1(\mathbf{r})$ — распределение поля невозмущенной падающей волны, $A_p^{(1)}(z,t)$ — медленно меняющаяся амплитуда волны накачки.

$$\mathbf{E}_{1c} = A_c^{(1)}(z,t)\mathbf{e}_2^*(\mathbf{r})\exp(-i(\mathbf{k}_2\mathbf{r})), \tag{3}$$

где $\mathbf{e}_2(\mathbf{r})$ — распределение поля невозмущенной волны, падающей справа; $A_c^{(1)}(z,t)$ — медленно меняющаяся амплитуда обращенной волны.

$$\mathbf{E}_{1f} = A_f^{(1)}(z,t)\mathbf{f}_f^{(1)}(\mathbf{r},t)\exp(-i(\mathbf{k}_2\mathbf{r})), \tag{4}$$

где $\mathbf{f}_f^{(1)}(\mathbf{r},t)$ — распределение случайного рассеянного поля, $A_f^{(1)}(z,t)$ — медленно меняющаяся амплитуда фенинга. Аналогичные выражения описывают волну $\mathbf{E}_2$, падающую справа.

Выполняются условия нормировки:

$$\int\limits_S (\mathbf{e}_1\mathbf{e}_1^*)ds = 1; \qquad \int\limits_S (\mathbf{e}_2\mathbf{e}_2^*)ds = 1, \tag{5}$$

где интегрирование ведется по произвольному сечению кристалла $z = \text{const}$.

$$\Big\langle \int\limits_S (\mathbf{f}_f^{(1)}\mathbf{f}_f^{(1)*})ds \Big\rangle = 1, \tag{6}$$

где $\langle\ \rangle$ означает усреднение по ансамблю реализаций.

Кроме того,

$$\Big\langle \mathbf{f}_f^{(1)} \Big\rangle = 0. \tag{7}$$

Поля рассматриваются как результат действия эквивалентного тока:

$$\mathbf{j}_{eq} = \mathbf{E}_1 i\Delta\epsilon\frac{\omega}{4\pi}, \tag{8}$$

где $\Delta\epsilon = \epsilon_m(\mathbf{r},t)\exp(i(\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r})) + \epsilon_m^*(\mathbf{r},t)\exp(-i(\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}))$, ϵ_m — комплексная амплитуда решетки в кристалле. Выполняется условие

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \boldsymbol{\kappa} = 0. \tag{9}$$

Постановка задачи предполагает возможность достаточно сложной структуры волн, описываемых функциями $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{f}_f^{(2)}$, $\mathbf{f}_f^{(2)}$. Задачей является получение уравнений, связывающих амплитуды $A_p^{(1)}$, $A_p^{(2)}$, $A_c^{(1)}$, $A_c^{(2)}$, $A_f^{(1)}$ и $A_f^{(2)}$. Подробный вывод уравнений будет опубликован отдельно. Скажем только, что при выводе использовалась интегральная лемма Лоренца, подобно тому как это делается, например, при рассмотрении задачи о возбуждении волновода в [5] или при решении задачи о дифракции света на ультразвуке [6,7]. В результате получаются выражения, которые после усреднения с использованием (6) и (7) существенно упрощаются. Далее используются известные из [8] материальные уравнения для фоторефрактивной среды, которые также подвергаются усреднению по ансамблю реализаций. Для определенности предположим, что в рассматриваемой среде решетка показателя преломления сдвинута по фазе на $\pi/2$ относительно световой интерференционной картины, что, в частности, соответствует диффузионному механизму записи. Результатом всех этих действий является система уравнений, описывающих динамику двойного обращения фронтов в фоторефрактивных кристаллах:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{\tau}\right)(N^*+N_0^*)=QB(A_p^{(1)}A_c^{(1)^*}+A_p^{(2)}A_c^{(2)^*}),$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{\tau}\right)(N_f^{(1)}+N_{f0}^{(1)})=QC_1A_p^{(1)}A_f^{(1)^*},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{\tau}\right)(N_f^{(2)}+N_{f0}^{(2)})=QC_2A_p^{(2)}A_f^{(2)^*}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial A_p^{(1)}}{\partial z}=-D\left\{A_c^{(1)}N^*+A_f^{(1)}N_f^{(1)}\right\},$$

$$\frac{\partial A_c^{(1)}}{\partial z}=DA_p^{(1)}N,$$

$$\frac{\partial A_f^{(1)}}{\partial z}=DA_p^{(1)}N_f^{(1)^*}, \tag{11}$$

$$-\frac{\partial A_p^{(2)}}{\partial z}=-D\left\{A_c^{(2)}N^*+A_f^{(2)}N_f^{(2)}\right\},$$

$$-\frac{\partial A_c^{(2)}}{\partial z}=DA_p^{(2)}N,$$

$$-\frac{\partial A_f^{(2)}}{\partial z}=DA_p^{(2)}N_f^{(2)}, \tag{12}$$

где τ — время релаксации диэлектричсекой проницаемости, $Q = \Gamma/(2I_0)$, причем Γ — константа нелинейной связи, а I_0 — полная интенсивность всех падающих пучков,

$$D = \frac{\omega}{c2\cos\theta}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}},$$

$$B = \int\limits_S |\mathbf{e}_1|^2|\mathbf{e}_2|^2 ds,$$

$$C_1 = \int\limits_S |\mathbf{e}_1|^2\langle|\mathbf{f}_f^{(1)}|^2\rangle ds,$$

$$C_2 = \int\limits_S |\mathbf{e}_2|^2\langle|\mathbf{f}_f^{(2)}|^2\rangle ds.$$

Входящие в уравнения величины N, N^*, $N_f^{(1)}$, $N_f^{(2)}$ характеризуют степень корреляции между полями и решеткой:

$$N = i\int\limits_S \epsilon_m^*(\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2) ds,$$

$$N_f^{(1)} = -i\Big\langle\int\limits_S \epsilon_m(\mathbf{f}_f^{(1)}\mathbf{e}_1^*) ds\Big\rangle,$$

$$N_f^{(2)} = -i\Big\langle\int\limits_S \epsilon_m(\mathbf{f}_f^{(2)}\mathbf{e}_2^*) ds\Big\rangle. \qquad (13)$$

Величины N_0, $N_{f0}^{(1)}$ и $N_{f0}^{(2)}$ соответствуют начальным значениям решеток показателя преломления, обусловленных дефектами кристалла или примесями, отвечающими за решетки с длительными временами релаксации.

Полученные уравнения во многом похожи на приведенные в [9]. Отличие заключается в том, что в наши уравнения входят коэффициенты B, C_1, C_2, зависящие от структуры полей. Коэффициент B может быть рассчитан, так как $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ заданы. Что касается C_1 и C_2, то в них входят распределения $f_f^{(1)}$ и $f_f^{(2)}$, которые неизвестны. Оценить их величину можно, сделав предположения о характере распределения фенинга. В ряде случаев их можно считать постоянными величинами.

Описанный здесь подход к решению задач, связанный с фоторефракцией, может быть применен и в более сложных случаях, например при рассмотрении генераторных схем: схемы полулинейного генератора или генератора на основе резонатора с двумя обращающими зеркалами (описания этих схем см., например, в [10]), а также других задач).

Начальные и граничные условия имеют следующий вид:

$$N(t=0) = N_f^{(1)}(t=0) = N_f^{(2)}(t=0) = 0;$$

$$A_p^{(1)}(z=0,t) = A_{p0}^{(1)}, \quad A_p^{(2)}(z=d,t) = A_{p0}^{(2)};$$

$$A_c^{(1)}(z=0,t) = A_c^{(2)}(z=d,t) = 0;$$

$$A_f^{(1)}(z=0,t) = A_f^{(2)}(z=d,t) = 0. \tag{14}$$

Уравнения (10) решались численно модифицированным методом Эйлера, а (11) и (12) решались методом Милна, в результате получены кривые, свидетельствующие о разнообразии переходных характеристик в зависимости от значений параметров. На рис. 2 приведены примеры переходных характеристик, в которых менялся только один параметр — величина начальной затравки для решетки обращенной волны N_0. Кривые представлены в условных единицах, выбранных таким образом, чтобы входящие в уравнения коэффициенты были порядка единицы. Время на расчетных графиках выражено в единицах τ. Кроме обращенной волны (кривые A_1 и B_1 на рис. 2, b) на графике также представлено развитие фенинга (кривые C и D соответственно).

Физические эксперименты проводились по стандартной оптической схеме двойного обращающего зеркала, описанной, например, в [10]. Два пучка накачки от двух независимых гелий-неоновых лазеров Л1 и Л2 ($\lambda = 0.63\,\mu$m), направленных встречно под углом $\theta = 4°$, пересекались в кристалле $Bi_{12}TiO_{20}$ (BTO) с размерами $10 \times 4 \times 9$ mm, соответствующими кристаллографическим осям [112], [111] и [110] с полированными гранями $\langle 110 \rangle$. Один из пучков имел гауссову форму, а другой при необходимости пропускался через рассеиватель (матовую пластинку), рассеянное излучение фокусировалось объективом на грани кристалла. Мощность пучков не превышала 3 и 6 mW. К образцу в

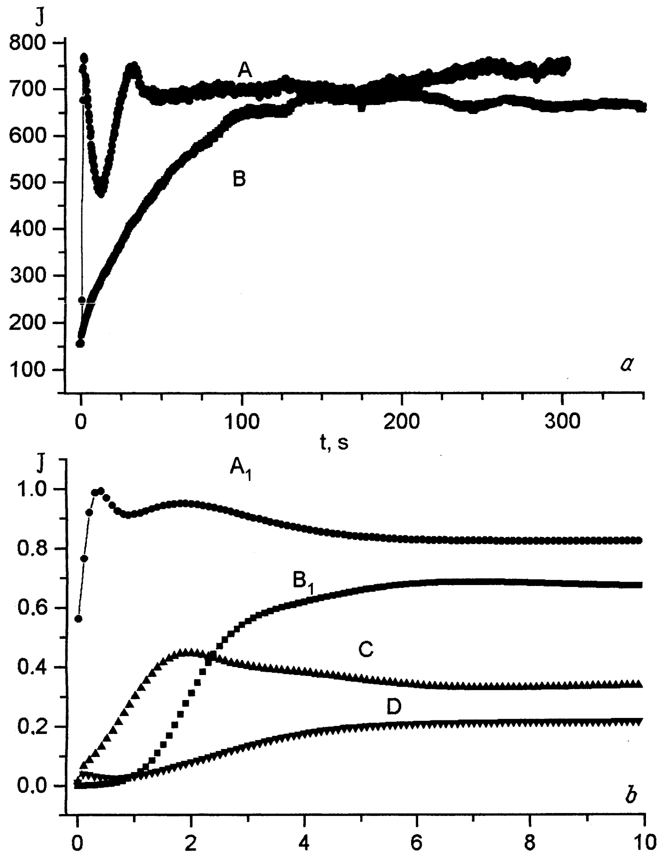

Рис. 2.

направлении [111] прикладывалось переменное электрическое поле в форме меандра с напряженностью 5 kV/cm и частотой около 50 Hz.

На рис. 2 показана динамика установления обращенной волны при двух разных значениях затравки N_0. В эксперименте (рис. 2, a) после предварительного получения стационарного обращения оба пучка перекрывались и записанные решетки какое-то время релаксировали в темноте. При $t = 0$ оба пучка вновь открывались. Для кривых A и B времена релаксации равнялись соответственно 5 и 11 min. Зависимости A_1 и B_1 на рис. 2, b рассчитаны из уравнений (10)–(12) при значениях $N_0 = 0.5$ и 0.01 соответственно. Как видно, предложенная теоретическая модель качественно описывает особенности развития обращенной волны. Так, для случая большой затравки N_0 (кривые A, A_1) рост обращенной волны носит существенно немонотонный характер. Фактически мы имеем дело с затухающим колебательным процессом. В случае малых затравок (кривые B, B_1) колебательный характер переходного процесса пропадает, время построения обращенной волны увеличивается и стационарная амплитуда обращенной волны оказывается несколько меньшей. Таким образом, величина начальной затравки для обращенной волны N_0 влияет не только на динамику построения обращенной волны, как это указывалось ранее в [9], но и на стационарный режим. Такое поведение указанных кривых объясняется конкуренцией обращенной волны и фенинга. Если записанная структура релаксировала недолго (N_0 велико), то фенинг растет медленнее и подавляется обращенной волной в начальной стадии своего развития (кривая C рис. 2, b). При малом N_0 истощение фенинга наступает позже (кривая его развития имеет максимум) и он стабилизируется на более высоком уровне (кривая D рис. 2, b). Этим можно объяснить зависимость стационарных состояний обращенной волны от уровня затравок.

В заключение можно отметить, что получены усредненные уравнения, описывающие процесс установления обращенных волн в случае сложных световых полей в схеме двойного обращающего зеркала. Получено качественное соответствие экспериментальных и теоретических временны́х зависимостей в случае определенного набора параметров. Возможно применение данного подхода для более сложных оптических схем, лежащих в основе систем распознавания образов.

Список литературы

[1] *Psaltis D., Brady D., Wagner K.* // Appl. Opt. 1988. V. 27 (9). P. 1752–1759.
[2] *Horowitz M., Kligler D., Fischer B.* // J. of the Opt. Society of America B. 1991. V. 8 (10).
[3] *Byron He Q., Yeh Pochi, Gu Claire, Neurgaonkar R.R.* // J. of the Opt. Society of America B. 1992. V. 9 (1).
[4] *Петров М.П., Колфилд Х.Д., Мокрушина Е.В.* // Квантовая электроника. 1992. Т. 19. № 3.

[5] *Вайнштейн П.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
[6] *Водоватов И.А., Петрунькин В.Ю.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. XXVI. № 12. С. 1570–1588.
[7] *Водоватов И.А., Плисс Н.С., Попова Л.Н., Пучкова А.И.* // Изв. вузов. 1994. V. 37. С. 1939.
[8] *Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В.* Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб.: Наука, 1992.
[9] *Зозуля А.А.* // Квантовая электроника. 1992. Т. 19. № 8.
[10] *Fischer B., Sternklar S., Weiss S.* // IEEE Journal of Quantum Electronics. 1989. V. 25. N 3.