01;02;05

Вращающий момент при тепловых колебаниях связанной заряженной частицы в постоянном магнитном поле

© Ю.А. Карташов, И.В. Попов

Поступило в Редакцию 16 сентября 1999 г.

Теоретически рассмотрено влияние постоянного магнитного поля (МП) на тепловые колебания заряженной частицы в конденсированной среде. Показано, что на частицу и ее окружение в постоянном МП действует постоянный вращающий момент, направление которого определяется знаком заряда и направлением вектора индукции МП. Обнаружено, что величина механических напряжений в среде, вызванная указанным моментом, изменяется скачком при "фазовом переходе" связанная частица–свободная частица.

Известны экспериментальные факты о заметном влиянии весьма слабых постоянных магнитных полей (МП) на физические параметры конденсированных сред [1,2]. При этом теория чувствительности к слабым МП практически не разработана, так как непонятен сам механизм воздействия МП на конденсированную среду.

В работе теоретически рассмотрено влияние постоянного МП на тепловые колебания заряженной частицы. При этом показано, что на частицу и ее окружение в постоянном МП действует вращающий момент. Обнаружено, что величина механических напряжений, вызванных указанным моментом, изменяется скачком при "фазовом переходе" связанная частица–свободная частица.

В качестве упрощенной модели в работе рассмотрена задача динамики точечной частицы в сферической потенциальной яме. Уравнение колебаний при этом имеет вид:

$$m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\varkappa\mathbf{r} - \frac{m}{\tau}\frac{d\mathbf{r}}{dt} + q\frac{d\mathbf{r}}{dt}\times\mathbf{B}_0 + q\mathbf{E}, \tag{1}$$

где $\mathbf{r}$ — смещение из положения равновесия частицы массой m и зарядом q, $\varkappa$ — коэффициент упругости, $\mathbf{B}_0$ — индукция постоянного МП, $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля (ЭП), τ — время релаксации. Из экспериментов [1] следует, что τ зависит от МП.

Решение уравнения (1) будем искать в виде:

$$\boldsymbol{\xi} = \alpha\mathbf{e} + \beta\mathbf{e} \times \mathbf{B}_0 + \gamma(\mathbf{e} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0,$$

где α, β, γ — постоянные, а $\mathbf{e}$ и $\boldsymbol{\xi}$ являются спектральными амплитудами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{r}$, т.е. удовлетворяют соотношениям:

$$\mathbf{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e} \cdot \exp(i\omega t) \cdot d\omega,$$

$$\mathbf{r} = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\xi}_0 \exp(i\omega t) \cdot d\omega. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1) и учитывая соотношение $(\mathbf{e} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0 = \mathbf{B}_0(\mathbf{e} \cdot \mathbf{B}_0) - \mathbf{e}B_0^2$, получим

$$\boldsymbol{\xi}_0 = \frac{q}{m}\frac{a_0}{a_0^2 - \Omega_c^2\omega^2}\mathbf{e} + i\frac{q^2}{m^2}\frac{\omega}{a_0^2 - \Omega_c^2\omega^2}\left[\mathbf{e} \times \mathbf{B}_0 + i\frac{q}{m}\frac{\omega}{a_0}(\mathbf{e}\mathbf{B}_0)\mathbf{B}_0\right], \tag{3}$$

где $Q_0 = \omega_0^2 - \omega^2 + i\omega/\tau$, $\omega_0^2 = \varkappa/m$, $\boldsymbol{\Omega}_c = (q/m)\mathbf{B}_0$ — циклотронная частота частицы.

$\mathbf{E}$ в (1)–(3) — это внутреннее флуктуационное (в частности, тепловое) ЭП, в котором находится частица. Отметим, что (3) — это уравнение динамики частицы в спектральном представлении. Так как время релаксации τ зависит от частоты, $1/\tau = F(\omega)$, то уравнение (3) является более общим, чем (1).

Найдем средний по ансамблю вращающий момент $\mathbf{M}_0$, действующий на частицу со стороны сил Кулона. Для упрощения вычислений будем полагать, что $\mathbf{r}$ берется в момент времени t, а $\mathbf{E}$ — в момент $t' < t$. В конечном результате положим $\Delta t = t - t' - 0$. Тогда

$$\overline{\mathbf{M}_0} = \overline{\mathbf{r}(t) \times q\mathbf{E}^*(t')} = q\iint_{-\infty}^{\infty} \overline{\boldsymbol{\xi}_0(\omega)\mathbf{e}^*(\omega')}\exp(i\omega t - i\omega' t')d\omega d\omega', \tag{4}$$

где * — знак сопряжения.

Подставим в это выражение значение $\boldsymbol{\xi}_0$ из (3). При этом будем предполагать, что флуктуационное ЭП изотропно, стационарно и отсутствует корреляция между ортогональными компонентами вектора $\mathbf{e}$. В таком случае получим

$$\overline{\boldsymbol{\xi}_0(\omega) \times \mathbf{e}^*(\omega')} = \frac{2}{3} i \frac{q^2}{m^2} \frac{\omega \mathbf{B}_0}{a_0^2 - \Omega_c^2 \omega^2} g_e(\omega) \delta(\omega - \omega'), \qquad (5)$$

где $g_e(\omega)$ — спектральная плотность ЭП, $\delta(\omega)$ — дельта-функция.

Таким образом, из (4) находим

$$\overline{\mathbf{M}}_0 = \frac{2}{3} i \frac{q^3}{m^2} \mathbf{B}_0 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega \cdot \exp(i\omega\Delta t)}{a_0^2 - \Omega_c^2 \omega^2} g_e(\omega) d\omega. \qquad (6)$$

Входящая в (5) и (6) спектральная плотность $g_e(\omega)$ ЭП определяется микроструктурой среды и является одной из ее основных характеристик.

Если имеет место термодинамическое равновесие, то в соответствии с флуктуационно-диссипационной теоремой [3] функция $g_e(\omega)$ связана с временем релаксации соотношением

$$g_e(\omega) = 3m\theta(\omega, T)/\pi q^2 \tau, \qquad (7)$$

где $\theta(\omega, T) = (\hbar\omega/2) \cdot \mathrm{cth}(\hbar\omega/2kT)$ — средняя энергия квантового осциллятора, k и $\hbar$ — постоянные Больцмана и Планка, T — абсолютная температура. В дальнейшем будем использовать классическое приближение $\theta(\omega, T) = kT$, справедливое для рассматриваемой частицы при условии $\hbar\omega_0 \ll kT$.

Таким образом, вращающий момент в случае термодинамического равновесия принимает вид

$$\overline{\mathbf{M}}_0 = 2i \frac{kT}{\pi} \cdot \frac{q}{m} \mathbf{B}_0 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega \cdot \exp(i\omega\Delta t)}{a_0^2 - \Omega_c^2 \omega^2} F(\omega) d\omega. \qquad (8)$$

Вычисляя интеграл в (8) по вычетам, получаем

$$\overline{\mathbf{M}}_0 = 2kT \boldsymbol{\Omega}_c \frac{1}{\omega_0} \cdot \left. \frac{\partial F(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}. \qquad (9)$$

Если перейти к случаю $\omega_0 = 0$ (свободная частица), то при вычислении интеграла в (8) необходимо учесть особенность интегранда при $\omega = 0$. При этом находим

$$\overline{\mathbf{M}}_1 = -2kT\boldsymbol{\Omega}_c \frac{\tau(0)}{1+\Omega_c^2\tau^2(0)}, \tag{10}$$

где $\tau(0)$ — значение времени релаксации на низких частотах.

Сравнивая выражения (9) и (10), видим, что отношение вращающих моментов для связанной и свободной частиц равно

$$\frac{\overline{\mathbf{M}}_0}{\overline{\mathbf{M}}_1} = \frac{1+\Omega_c^2\tau^2(0)}{\omega_0\tau(0)} \cdot \frac{\partial F(\omega)}{\partial\omega}\bigg|_{\omega=\omega_0}.$$

Так как $\omega_0\tau(0) \gg 1$, а $\left|\frac{\partial F(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_0} \lesssim 1$, то это отношение весьма мало. Тем не менее, как показывают элементарные оценки, величина вращающего момента для связанной частицы соизмерима с вращающим моментом, приходящимся на атом проводника обмотки электродвигателя.

Найденные в работе вращающие моменты, согласно 3-му закону Ньютона, будут действовать на частицы окружающей среды, вызывая соответствующие напряжения и деформации в среде.

Связанная частица будет испытывать и вызывать значительно меньшие напряжения. Если она освобождается из потенциальной ямы за счет какого-либо физического фактора (например, резонансного МП), указанные напряжения скачком возрастут. Таким образом, вращающий момент является индикатором "фазового перехода" связанная частица–свободная частица. Возможно, этот переход, вызываемый резонансным МП, будет приводить к изменению и некоторых других параметров, например удельной проводимости среды. Вероятно, это явление и обнаружено в [4].

Список литературы

[1] *Семихина Л.П.* Исследование влияния слабых магнитных полей на свойства воды и льда. Автореф. дисс. на соис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, Физич. фак., 1989. С. 21.
[2] *Классен В.И.* Омагничивание водных систем. М.: Химия, 1982. 296 с.
[3] *Рытов С.М.* Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1966. 404 с.
[4] *Новиков В.В., Жадин М.Н.* // Биофизика. 1994. Т. 39. В. 1. С. 45–49.