01;09;10

Генерирование электромагнитных волн вращающимся цилиндрическим слоем электронов

© В.В. Долгополов, Ю.В. Кириченко

ННЦ Харьковского физико-технического института, Украина

Поступило в Редакцию 26 июля 1999 г.

Исследуется генерирование электромагнитных волн электронами, вращающимися в скрещенных радиальном электростатическом и аксиальном магнитном полях. Найдены частоты и инкременты генерируемых волн. Показано, что при достаточно больших значениях радиального электростатического поля инкременты волн нарастают с увеличением их частоты. Следовательно, сильные радиальные электростатические поля могут существенно увеличить частоты волн, генерируемых в таких системах.

Теоретическое исследование генерирования электромагнитных волн электронами, вращающимися вокруг оси цилиндрического резонатора в радиальном электростатическом и скрещенных радиальном электростатическом и аксиальном магнитном полях, было проведено в работах [1–3]. Там были рассмотрены случаи, когда электроны генерируют и усиливают однородные вдоль оси собственные колебания цилиндрического резонатора. Оказалось, что частоты генерируемых волн ω удовлетворяют условию $\omega \leqslant mv/r$, где r — радиус слоя электронов, v — азимутальная скорость электронов, m — номер гармоники (азимутальное волновое число). Согласно этому условию, с ростом волнового числа m частоты генерируемых волн растут, однако инкременты этих волн с ростом m, как было показано в цитируемых работах, очень быстро спадают. Это обстоятельство не позволяет добиться высоких частот за счет больших значений числа m.

В настоящей работе исследуется генерирование электромагнитных волн электронами, вращающимися в скрещенных радиальном электростатическом и аксиальном магнитном полях, когда аксиальные волновые числа k отличны от нуля (волны бегут вдоль оси резонатора). В отсутствие электронов в резонаторе нет волн с рассматриваемыми значениями частоты ω, аксиального волнового числа k и азимутального волнового числа m (резонатор закрыт). Показано, что возможны колебания, частоты которых определяются соотношением $\omega \simeq mv/r$, а инкременты растут с ростом m. Это позволяет надеяться на получение высокочастотных (субмиллиметровых) колебаний в рассматриваемых условиях.

Резонатор представим в виде неограниченной вдоль оси z (используется цилиндрическая система координат r, φ, z) полости ($a < r < b$), ограниченный на поверхностях $r = a$, $r = b$ металлом. Разность потенциалов между центральным стержнем (нитью) ($r < a$) и кожухом ($r > b$) определяет постоянное радиальное электростатическое поле $E(r)$ ($\partial E/\partial\varphi = 0$, $\partial E/\partial z = 0$). Постоянное во времени и пространстве магнитное поле B направлено вдоль оси z. Невозмущенная электромагнитным полем плотность электронов n_e зависит только от одной пространственной координаты r:

$$n_e(r) = 0 \qquad \text{при} \quad r \leqslant r_-$$

$$\text{и} \quad r \geqslant r_+, \quad n_e(r) > 0 \qquad \text{при} \quad r_- < r < r_+, \quad a < r_- < r_+ < b. \quad (1)$$

Пренебрегая постоянным электрическим и магнитным полями электронов, для скорости вращения электронов из нерелятивистских уравнений движения можно получить следующие выражения:

$$v = \frac{\omega_0 r}{2}\left\{1 \pm \left(1 + \frac{4eE}{m_e\omega_c^2 r}\right)^{1/2}\right\}, \quad (2)$$

где $\omega_c = eB/m_e c$ — гирочастота электронов, e и m_e — заряд и масса электрона, c — скорость света. Полагая, что зависимость электромагнитных полей и возмущений плотности и скорости электронов от координат φ, z и времени t определяется множителем $\exp[i(m\varphi + kz - \omega t)]$, из уравнений Максвелла, линеаризованных уравнения непрерывности и нерелятивистского уравнения движения электронов получим систему трех уравнений для составляющих электрического поля волны E_r, E_φ, E_z в полости резонатора. Анализ этой системы уравнений показывает, когда $\omega \sim mv/r$:

$$E_z \sim \frac{v}{c}E_\varphi \sim \frac{v}{c}E_r, \quad (3)$$

что предполагается. Последние соотношения позволяют пренебречь составляющей поля E_z в двух уравнениях системы. При этом мы допускаем погрешность порядка v^2/c^2, т. е. остаемся в пределах точности, в которых мы находимся, пренебрегая релятивистскими эффектами. Окончательно уравнения для составляющих E_r, E_φ в области $a < r < b$ приобретают вид

$$E_r \simeq -\frac{i}{m}\frac{d}{dr}(rE_\varphi), \tag{4}$$

$$\frac{d}{dr}\left\{r\varepsilon\frac{d}{dr}(rE_\varphi) + mr\frac{\bar{\omega}_c\Omega^2}{\omega_m w}E_\varphi\right\} = m\frac{\bar{\omega}_c\Omega^2}{\omega_m w}\frac{d}{dr}(rE_\varphi)$$
$$+ m^2\left\{\varepsilon + \frac{\bar{\omega}_c\Omega^2}{\omega_m^2 w}\left(\frac{dv}{dr} - \frac{v}{r}\right)\right\}E_\varphi, \tag{5}$$

где

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Omega^2}{w}, \quad \omega_m = \omega - \frac{mv}{r}, \quad \Omega = \left(\frac{4\pi e^2 n_e(r)}{m_e}\right)^{1/2},$$
$$w = \omega_m^2 - \bar{\omega}_c\left(\frac{dv}{dr} + \frac{v}{r} - \omega_c\right), \quad \bar{\omega}_c = 2\frac{v}{r} - \omega_c.$$

Уравнение (5) справедливо при выполнении условия

$$\left|\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right| r^2 \ll 4|m|. \tag{6}$$

Поскольку аксиальное волновое число k не войдет в дисперсионное уравнение, то соответствующим выбором k ($|k| \simeq |\omega/c|$) можно всегда удовлетворить неравенству (6). Учитывая, что слой электронов является узким

$$\delta \equiv \frac{r_+ - r_-}{r_-} \ll 1, \tag{7}$$

как и в работах [1,2], решение уравнения (5) в области $r_- \leqslant r \leqslant r_+$ можно искать методом последовательных приближений. В результате с точностью до слагаемых первого порядка по малому параметру δ получим граничные условия, связывающие поля в области $r < r_-$ с полями в области $r > r_+$:

$$(rE_\varphi)\big|_{r=r_-} \simeq (rE_\varphi)\big|_{r=r_+},$$
$$\left(r\frac{d}{dr}(rE_\varphi)\right)\Big|_{r=r_+} - \left(r\frac{d}{dr}(rE_\varphi)\right)\Big|_{r=r_-} \simeq -\frac{m^2}{\omega_m^2\big|_{r_-}}F\cdot E_\varphi\big|_{r=r_-}, \tag{8}$$

где

$$F = \int_{r_-}^{r_+} dr\Omega^2 \frac{\Omega^2 - 2eE/m_e r}{\Omega^2 + \omega_c^2 + 2eE/m_e r}. \tag{9}$$

При выводе соотношений (8), (9) учтено, что

$$|\omega_m| \ll |\omega|. \tag{10}$$

Так как аксиальная составляющая невозмущенной скорости электронов равна нулю ($v_\varphi \equiv v$, $v_z = 0$), неравенство (10) означает, что электроны взаимодействуют с волной в условиях черенковского резонанса. В областях $a \leqslant r \leqslant r_-$ и $r_+ \leqslant r \leqslant b$ ленгмюровская частота Ω равна нулю и решения уравнения (5) имеют вид

$$E_\varphi = A_\pm r^{|m|-1} + \frac{B_\pm}{r^{|m|+1}}, \tag{11}$$

где $A_\pm$, $B_\pm$ — константы интегрирования в областях $r > r_+$ и $r < r_-$ соответственно. Сшивая с помощью граничных условий (8) решения в области $a \leqslant r \leqslant r_-$ с решениями в области $r_+ \leqslant r \leqslant b$, а решения в этих областях с решениями для полей в металле (составляющая E_φ на границах $r = a$, $r = b$ непрерывна, а E_r претерпевает скачок) и учитывая, что поле в металле экспоненциально убывает, приходим к дисперсионному уравнению

$$\omega_m^2\big|_{r=r_-} = \frac{|m|}{2r_-} F \frac{(1-\zeta)(\eta-1)}{\eta-\zeta}(1 - i\Delta), \tag{12}$$

где

$$\Delta = \frac{v}{r_- c}\left(\frac{|m|v}{2\pi r_-}\right)^{1/2} \times \frac{\zeta(\eta-1)^2 b\sigma_b^{-1/2} + (1-\zeta)^2\eta a\sigma_a^{-1/2}}{(\eta-1)(\eta-\zeta)(1-\zeta)} \ll 1, \tag{13}$$

$\eta = (r_-/a)^{2|m|} > 1$, $\zeta = (r_-/b)^{2|m|} < 1$; σ_a и σ_b — проводимость металла нити и стенки резонатора соответственно. Неравенство (13) обеспечивается большими значениями проводимости металлов σ_a и σ_b. Из равенства (13) следует, что при больших значениях $|m|$ с ростом

$|m|$ величина Δ быстро убывает. Согласно условию (10), частота волны определяется соотношением

$$\omega \simeq \frac{mv}{r}, \tag{14}$$

т. е. линейно растет с ростом модуля волнового числа m. Инкремент волны $\mathrm{Im}(\omega) = \mathrm{Im}(\omega_m)$ определяется уравнением (12), из которого видно, что нарастающие во времени решения в системе всегда присутствуют. При $F > 0$ нарастание волн обусловлено диссипативными эффектами (конечностью Δ). Инкременты этих волн малы и убывают с ростом модуля волнового числа m. При $F < 0$ инкременты не связаны с диссипацией волны и растут с ростом $|m|$ ($\mathrm{Im}(\omega) \sim |m|^{1/2}$). Для того чтобы это имело место, согласно формуле (9), нить должна находиться под положительным потенциалом $E > 0$, причем величина $2eE/(r_-)/m_e r_-$ должна быть больше среднего квадрата ленгмюровской частоты $\overline{\Omega^2}$. Следовательно, радиальное электростатическое поле может существенно увеличить частоту генерируемых волн независимо от значений магнитного поля.

Список литературы

[1] *Долгополов В.В., Кириченко Ю.В., Лонин Ю.Ф., Харченко И.Ф.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. В. 8. С. 91–94.

[2] *Долгополов В.В., Долгополов М.В., Кириченко Ю.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40. В. 12. С. 16–22.

[3] *Долгополов В.В., Кириченко Ю.В., Харченко И.Ф.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1999. Т. 42. В. 2. С. 33–40.