

09;12

Исследование стохастического резонанса в электрической цепи с туннельным диодом

© В.М. Карташов, А.Ф. Котов, С.А. Решетняк, Ю.С. Филимонов

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики

Поступило в Редакцию 9 июля 1999 г.

В окончательной редакции 14 октября 1999 г.

Стохастический резонанс экспериментально исследован в электрической бистабильной системе с туннельным диодом. В отличие от предыдущих работ измерения отношения сигнал-шум проведены на сопротивлении нагрузки. Обнаружен дополнительный узкий максимум на кривой отношения сигнал-шум в зависимости от интенсивности шума. Дано краткое объяснение наблюдаемого эффекта.

В последнее время стохастический резонанс (СЗ привлекает большое внимание [1]. В данной работе СР исследован в электрической цепи на основе туннельного диода. Предыдущие работы [2,3] с исследованием систем подобного рода подтвердили существование эффекта СР. Суть его заключается в том, что кривая зависимости отношения η сигнал-шум от интенсивности шума имеет характерный максимум, обусловленный совпадением частоты сигнала со средней частотой переходов через потенциальный барьер под действием шума (частота Крамерса). В отличие от [2,3] нами обнаружен второй максимум на кривой η . При этом, во-первых, проанализировано напряжение не на туннельном диоде, а на нагрузке. Во-вторых, измерения проведены на более высокой частоте сигнала $f = 100$ kHz. В-третьих, одна из двух исследованных нами бистабильных систем имела примерно одинаковые глубины потенциальных ям.

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 1, где GS — генератор гармонических сигналов (ГЗ-101), GN — генератор шума (Г2-37) с равномерной спектральной плотностью, подключенный к сопротивлению R_0 , AS — анализатор спектра (С4-25), D — туннельный

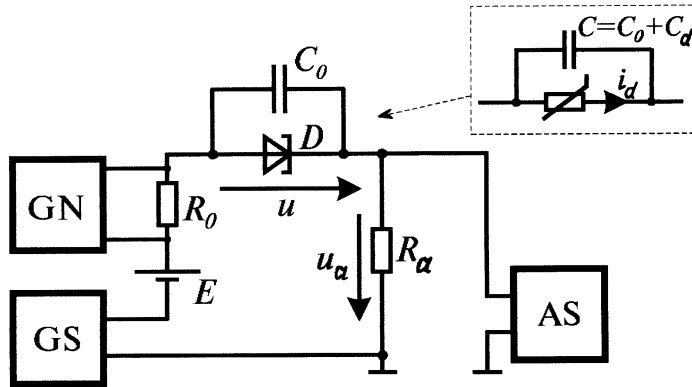


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

диод, R_a — сопротивление нагрузки, C_0 — емкость, подключаемая параллельно туннельному диоду, E — источник постоянного напряжения, используемый для выбора рабочей точки на вольт-амперной характеристике (ВАХ) туннельного диода.

Рассмотрим упрощенную модель этой цепи, заменяя генераторы GS и GN на идеальные источники напряжения и тока соответственно и пренебрегая влиянием анализатора спектра. Кроме того, заменяя туннельный диод на нелинейное безынерционное сопротивление и линейную собственную емкость диода C_d , для напряжения u на туннельном диоде получаем следующее уравнение:

$$\frac{du}{dt} = -W'(u) + (RC)^{-1} [A \cos(\omega t) + \xi(t)], \quad (1)$$

$$W(u) = \frac{1}{C} \int \left[i_d(u) - \frac{E - u}{R} \right] du,$$

где $W(u)$ — бистабильный потенциал, $i_d(u)$ — ВАХ туннельного диода, $\xi(t)$ — шум с нулевым средним значением и со средним отклонением $\sigma = (\xi^2)^{1/2}$, $\omega = 2\pi f$ — круговая частота сигнала, $R = R_S + R_0 + R_a$ (используемый генератор сигналов имеет выходное сопротивление по постоянному току $R_S = 410 \Omega$), $C = C_d + C_0$ (согласно данным [4], $C_d < 25$ pF).

В общем случае генераторы сигнала и шума, а также анализатор спектра имеют свои внутренние сопротивления и емкости, которые влияют на процесс измерения. Однако можно показать, что учет выходных сопротивлений и емкостей подключаемых приборов приводит к такому же уравнению (1) с определенными эффективными значениями E и R .

Мы измеряли среднее значение напряжения \bar{u}_a на сопротивлении нагрузки, которое связано со средним значением напряжения \bar{u} на туннельном диоде следующим образом:

$$\bar{u}_a = E + A \cos(\omega t) - \bar{u}. \quad (2)$$

Отсюда следует, что напряжение на нагрузке полностью определяется статистикой случайного напряжения на туннельном диоде. В частности, для бистабильного потенциала вида

$$W(u) = -\frac{a}{2}(u - u_0)^2 + \frac{b}{4}(u - u_0)^4$$

и случайного процесса типа "белого шума" частота Крамерса вычисляется по формуле

$$\mu = \frac{\sqrt{2}}{\pi} a \cdot \exp\left(-\frac{W_0}{\varepsilon}\right), \quad (3)$$

где W_0 — высота потенциального барьера, ε — интенсивность шума на фазовой плоскости.

Исследования проводились нами на двух туннельных диодах АИ301В, вольт-амперные характеристики (ВАХ) которых изображены на рис. 2. Там же изображены нагрузочная прямая $(E - u)/R$ и потенциальные функции $W(u)$. Выбранным значениям $E = 1.5 \text{ V}$ и $R_0 = R_a = 150 \Omega$ соответствуют три точки пересечения ВАХ с вышеупомянутой кривой: две устойчивые рабочие точки на левой и правой ветвях ВАХ и одна неустойчивая точка на участке ВАХ с отрицательным сопротивлением.

Оценку частоты Крамерса можно сделать путем кубической аппроксимации ВАХ туннельного диода, ориентируясь на координаты максимума (i_1, u_1) и минимума (i_2, u_2) ВАХ. При этом для симметричной

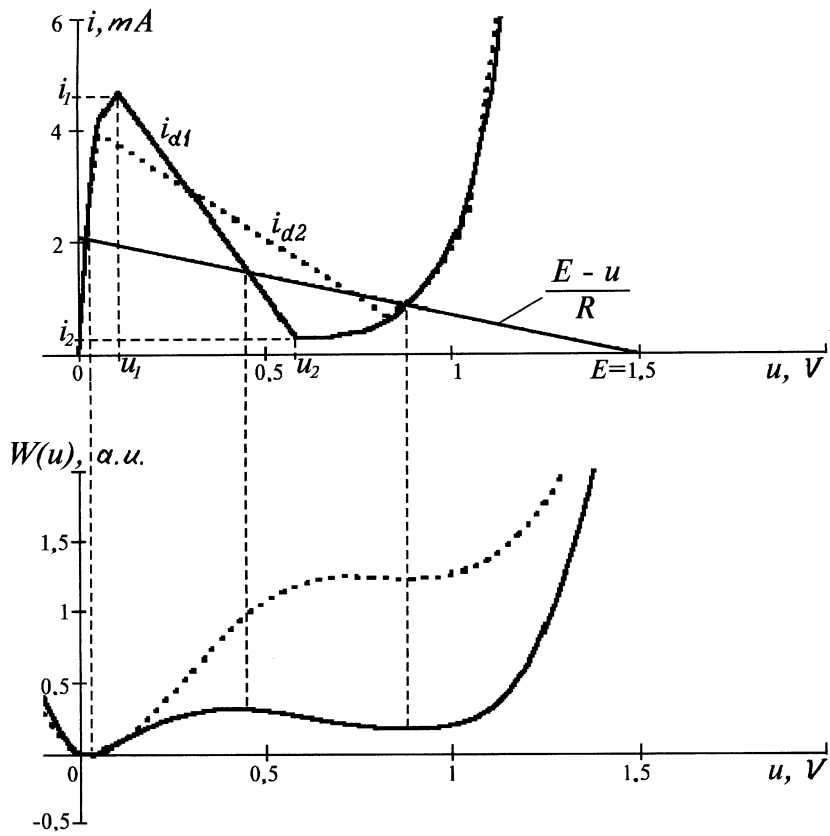


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики туннельных диодов и потенциальные функции исследуемой цепи. Сплошные кривые соответствуют первому диоду, пунктирные — второму диоду.

потенциальной функции $W(u)$ имеем

$$a = \frac{1}{RC} \left(\frac{3R}{2R_T} - 1 \right), \quad b = \frac{2}{CR_T(u_2 - u_1)^2}, \quad W_0 = \frac{a^2}{4b}, \quad (4)$$

где $R_T = (u_2 - u_1)/(i_1 - i_2)$ — модуль среднего сопротивления падающего участка ВАХ.

Нетрудно показать, что интенсивность шума на фазовой плоскости

$$\varepsilon = \frac{\sigma^2 \tau_0}{(RC)^2}, \quad (5)$$

где τ_0 — время корреляции, совпадающее с обратным значением 6.5 MHz выбранной полосы частот генератора шума.

Проведенные вычисления по формулам (3)–(5) при $C = 300$ pF показали, что частота Крамерса в области $0.2 < \sigma < 0.3$ V изменяется в пределах от 1.4 до 250 kHz. Аномального поведения зависимости $\eta(\sigma)$ следует ожидать именно в этой области, так как здесь частота сигнала совпадает с частотой Крамерса.

Отношение $\eta = (S/N)^2$ определяли на сопротивлении нагрузки путем непосредственного измерения на экране анализатора спектра амплитуды сигнала S и интенсивности шума N на выходе бистабильной системы. Ошибка измерений не превышала 10%. При этом использовали относительно большие амплитуды A входного сигнала. В отсутствие шума при $A \leq A_c = 0.28$ V в спектре выходного сигнала присутствовала только основная гармоника правильной формы, а при $A > 0.28$ V ее форма искажалась и наблюдались 4–5 высших гармоник.

Результаты исследования зависимостей S , N и η от эффективного значения шума σ представлены на рис. 3, 4 для нескольких значений амплитуды A сигнала. На рис. 3 приведены зависимости, полученные для первого диода без дополнительной емкости. На кривых $\eta(\sigma)$ виден первый узкий максимум, который не зарегистрирован в работах [2,3]. Асимметричность потенциальной функции приводит к тому, что результаты измерений зависят от начального расположения рабочей точки на правой или левой ветви ВАХ в отсутствие шума. Кривые для $A = 0.14$ V, изображенные точками (пунктиром), соответствуют случаю, когда при $\sigma = 0$ рабочая точка находилась на левой (правой) ветви ВАХ. Из графиков рис. 3 видно, что положение рабочей точки влияет лишь на участки кривых с $\sigma < 0.4$ V. В частности, высота первого максимума $\eta(\sigma)$ больше в том случае, когда рабочая точка находилась на правой ветви ВАХ.

Из графиков для интенсивности выходного шума $N(\sigma)$ видно, что она проходит через минимум — так же, как и в экспериментах [2]. Минимум $N(\sigma)$ соответствует срыву рабочей точки с левой ветви ВАХ и началу перескоков с одной ветви на другую. Следует отметить, что мы наблюдали минимум $N(\sigma)$ на выходе и в тех случаях, когда

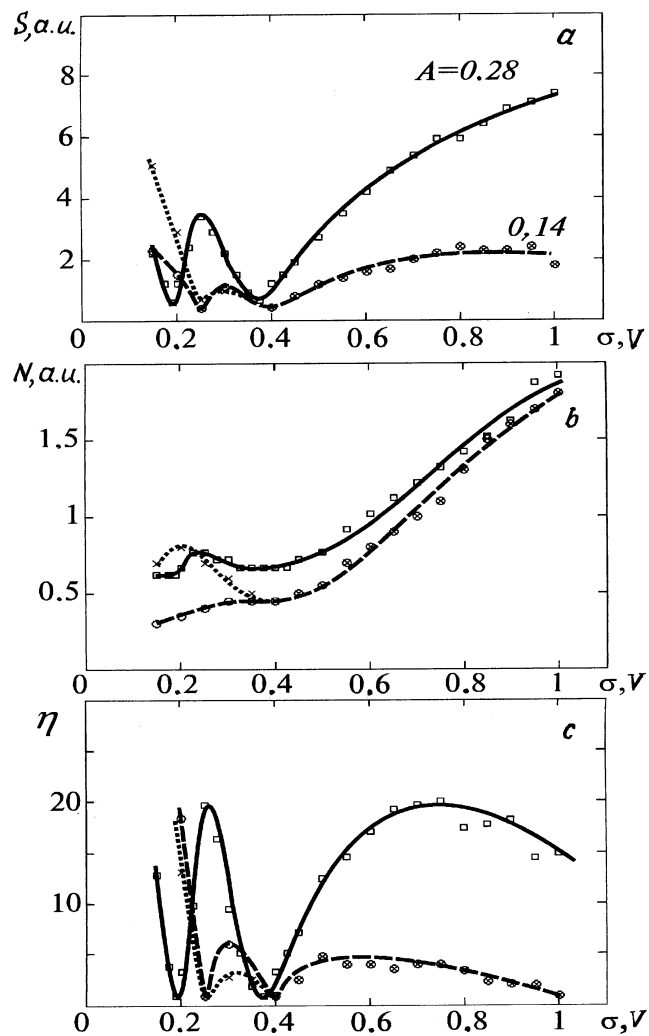


Рис. 3. Зависимости амплитуды сигнала $S(\sigma)$, интенсивности шума $N(\sigma)$ и отношения $\eta(\sigma)$ сигнал-шум на выходе бистабильной системы для первого диода при $C_0 = 0$. Сплошным кривым соответствует амплитуда входного сигнала $A = 0.28$ V, пунктирным и точечным кривым — 0.14 V.

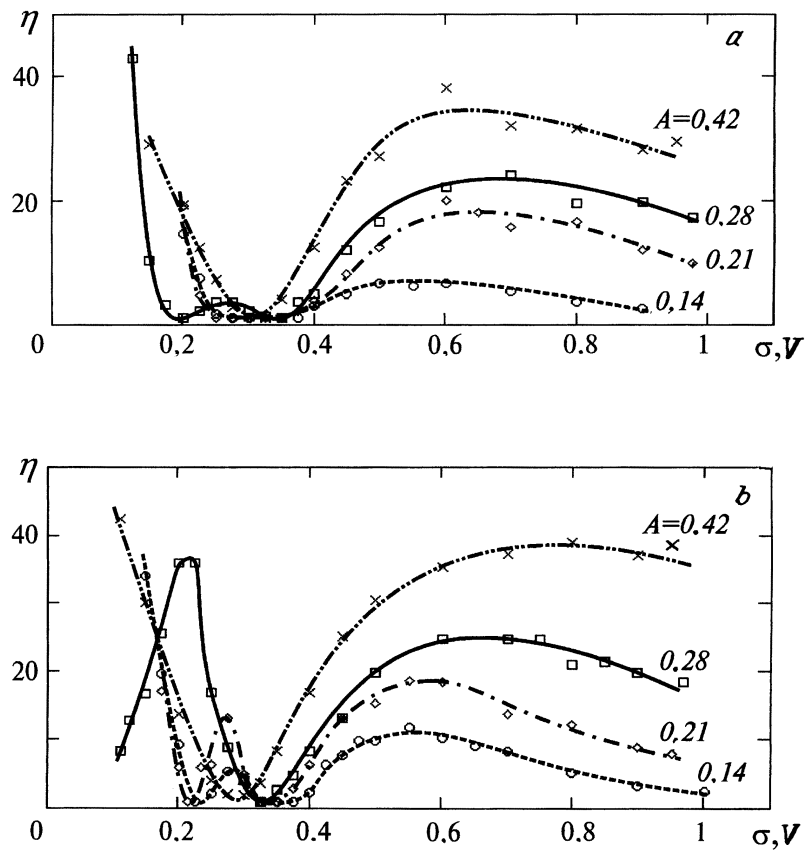


Рис. 4. Зависимости отношения $\eta(\sigma)$ сигнал-шум для второго диода и разных амплитуд входного сигнала A : $a - C_0 = 0$, $b - C_0 = 284$ pF.

зависимость $\eta(\sigma)$ имела лишь один максимум аналогично [2]. Из этого следует, что "двугорбая" зависимость $\eta(\sigma)$ не связана только с провалом зависимости $N(\sigma)$.

Замена первого диода на второй, взятый из другой партии (рис. 4, a), привела к тому, что высоты обнаруженных максимумов $\eta(\sigma)$ резко упали (для тех же значений E , R и амплитуд сигнала). Мы предположили,

что кроме различия ВАХ (рис. 2) существенное влияние на высоту первого максимума оказывает емкость второго туннельного диода, которая может отличаться от емкости первого диода. Для проверки этого предположения ко второму диоду была подключена дополнительная емкость $C_0 = 284$ pF. Проведенные после этого измерения представлены на рис. 4, *b*. Они подтвердили сделанное предположение, так как с ростом емкости C первые максимумы резко возросли. Из рис. 4, *c*, также следует, что с ростом амплитуды A высота первого максимума растет, а его положение сдвигается в область малых интенсивностей шума.

Отметим также особенности спектрального состава напряжения на нагрузке при $A = 0.28$ V по мере роста σ . При $\sigma \leq 10$ mV в спектре присутствует только первая гармоника. С ростом σ появляются высшие гармоники, амплитуды которых при дальнейшем росте σ уменьшаются. Причем чем выше номер гармоники, тем быстрее она исчезает. Интересное поведение наблюдается у первой гармоники. Она неожиданно исчезает при $\sigma \approx 200$ mV и в спектре остается только вторая гармоника, что соответствует минимуму на рис. 3, 4. При $\sigma > 200$ mV первая гармоника снова возникает при медленном уменьшении амплитуды второй гармоники. Затем амплитуда первой гармоники проходит через максимум (соответствует первому максимуму на рис. 3, 4) и снова падает. При $\sigma \approx 350$ mV (второй минимум на рис. 3, 4) амплитуды первой и второй гармоник достигают уровня шума. При дальнейшем росте шума возрастает амплитуда только первой гармоники, а вторая и все остальные высшие гармоники отсутствуют. Аналогичным образом вели себя амплитуды гармоник и для других значений A , при которых наблюдалось два максимума на кривой $\eta(\sigma)$.

Экспериментальным результатам можно дать следующее объяснение. Возникновение обнаруженного узкого максимума, как мы полагаем, связано с тем, что напряжение на нагрузке R_a , согласно (2), есть суперпозиция входного сигнала и выходного напряжения на туннельном диоде. Известно [1,5], что шум бистабильной системы изменяет амплитуду и фазу выходного сигнала. Поэтому $\bar{u} = kA \cos(\omega t + \varphi)$ и, следовательно,

$$\bar{u}_a = E + A\sqrt{1 + k^2 - 2k \cdot \cos \varphi} \cos(\omega t - \psi), \quad (6)$$

где k — коэффициент усиления сигнала, а φ — его фаза. Зависимости k и φ от σ и параметров бистабильной системы были получены в [5] для амплитуд сигнала $A \ll A_c$. Если предположить, что они качественно справедливы и для $A \approx A_c$, то можно объяснить наблюдаемые результаты.

Дело в том, что коэффициент усиления k с ростом интенсивности шума изменяется плавно и в области возникновения СР k принимает значение порядка единицы, а фаза сигнала в этой же области резко возрастает от нуля до $\pi/2$ и затем так же резко убывает. Поэтому влияние $\cos \varphi$ на амплитуду \bar{u}_a становится заметным именно в этой области и проявляется в виде узкого максимума на кривой $\eta(\sigma)$.

Таким образом, явление СР существует также и для случайного процесса в виде напряжения на сопротивлении нагрузки и представляет не меньший интерес, чем СР для напряжения на туннельном диоде. При этом возникает дополнительный максимум на кривой $\eta(\sigma)$, который удалось объяснить синхронизацией входного и выходного сигналов. При некоторых параметрах системы высота этого максимума даже превышает высоту максимума, характерного для СР на туннельном диоде. Кроме того, анализ спектра напряжения на сопротивлении нагрузки показал, что при больших интенсивностях шума (после второго минимума зависимости $\eta(\sigma)$) в спектре остается только гармоника на частоте входного сигнала и шум. Это имеет место даже при таких больших амплитудах сигнала, когда в отсутствие шума происходят перескоки рабочей точки с одной ветви ВАХ на другую и спектр напряжения на нагрузке содержит много гармоник. В этом смысле проведенный эксперимент указывает на существование определенной "линеаризации" рассматриваемой системы в области больших интенсивностей шума.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность С.В. Филатову и В.В. Крупчатникову за предоставленное оборудование и полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] *Gammaitoni L., Hanggi P., Jung P.* // Rev. of Mod. Phys. 1998. V. 70. N 1. P. 223.
- [2] *Mantegna R.N., Spagnolo B.* // Phys. Rev. E. 1994. V. 49. N 3. R1792.
- [3] *Mantegna R.N., Spagnolo B.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. N 4. P. 563.
- [4] *Полупроводниковые приборы. Диоды высокочастотные, импульсные, опто-электронные приборы: Справочник. 2-е изд. // А.Б. Гитцевич, А.А. Зайцев, В.В. Мокряков и др. Под ред. А.В. Голомедова. М.: КУБК-а, 1996. 592 с.*
- [5] *Reshetnyak S.A.* // J. of Russ. Laser Res. 1998. V. 19. N 2. P. 175.