

01;03

Статистический критерий перехода к турбулентности

© С.А. Новопашин, А. Мюриэль (Amador Muriel)

Институт теплофизики СО РАН,
Новосибирский государственный университет
Center for Theoretical and Computational Sciences
SBMA, Olongapo, Philippines

Поступило в Редакцию 11 ноября 1999 г.

Число Рейнольдса интерпретировано как отношение фазовых объемов макроскопического и микроскопического движений молекул. Предсказано и экспериментально проверено влияние второго вириального коэффициента на критическое число Рейнольдса. Измерения проведены в течении Хагена–Пуазейля для ряда газов (He, Ne, Ar, Kr, Xe, N₂, CO₂ и SF₆).

Анализ уравнений Навье–Стокса для течений несжимаемой жидкости приводит к появлению единственного безразмерного параметра, характеризующего течение, — числа Рейнольдса $R = \rho LU / \eta$ (для газа $\eta \propto \rho \lambda v$). Здесь ρ — плотность, L и U — характерные размер и скорость течения, η — динамическая вязкость, λ — длина свободного пробега молекул, v — характерная тепловая скорость. Нарушение стационарности потока и переход к турбулентному течению ассоциируются с потерей устойчивости при увеличении числа Рейнольдса.

Стационарное ламинарное течение представляет собой слоистое течение, характеризующееся тем, что молекулы, составляющие поток (рассматриваем идеальный газ), двигаются в соответствии с топологией трубок тока, а перемешивание осуществляется диффузионными процессами. В каждый момент времени неопределенность координат каждой молекулы в фазовом пространстве определяется длиной свободного пробега и возможными, в соответствии с функцией распределения, значениями импульса. Одномерный фазовый объем, таким образом, для каждой молекулы может быть оценен как $\gamma = m \cdot \lambda \cdot v / \hbar$, где m — масса молекул, \hbar — постоянная Планка. В турбулентном режиме течения происходит хаотическое перемешивание трубок тока на макроскопический масштаб задачи L , который и определяет не-

определенность координат каждой из молекул в этом режиме течения. В отличие от диффузионного турбулентное смещение осуществляется "молями", которые включают в себя большое число молекул. При этом неопределенность импульса определяется числом молекул в моле и неопределенностью макроскопической скорости, которая в соответствии с перемешиванием трубок тока имеет порядок величины U . Фазовый объем такого макроскопического движения в расчете на одну молекулу может быть оценен как $\Gamma = m \cdot L \cdot U / \hbar$. Сопоставляя эту величину с фазовым объемом, связанным со столкновениями молекул, получаем число

$$\Gamma/\gamma = UL/\lambda v \propto R, \quad (1)$$

которое для течений газа с точностью до числового коэффициента совпадает с числом Рейнольдса. Отметим, что обычно число Рейнольдса рассматривается как отношение инерционных и вязких сил. В настоящем подходе число Рейнольдса интерпретируется как отношение фазовых объемов макроскопического и микроскопического движений молекул, а переход к турбулентному режиму происходит, когда это отношение достигает некоторого критического значения.

Для идеального газа статистическая интерпретация не приводит к новым следствиям. Однако для неидеального газа можно ожидать отличий, так как столкновения молекул вносят определенный вклад в статистическую сумму [1]. Эта поправка определяется величиной второго вириального коэффициента $B(T)$:

$$B(T) = \frac{1}{2} \int (1 - e^{-U_{1,2}/T}) dV.$$

Здесь T — температура, $U_{1,2}$ — потенциал межмолекулярного взаимодействия. Отметим, что B может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от температуры и конкретного потенциала взаимодействия.

Для случая слабой неидеальности запишем поправку к фазовому объему микроскопического движения в линейном виде:

$$\gamma_{real} = \gamma \cdot (1 + \alpha \cdot n \cdot B(T)). \quad (2)$$

Здесь n — концентрация молекул, α — безразмерный коэффициент. Фазовый же объем, связанный с макроскопическим движением, не

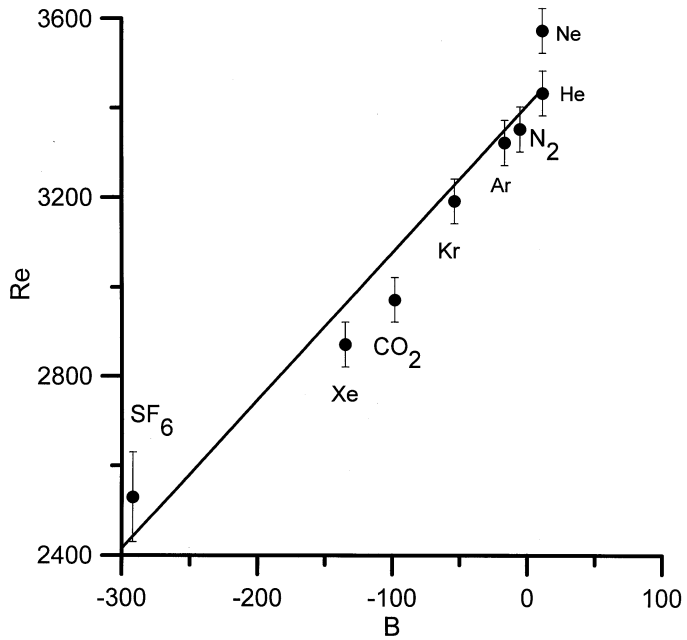
изменяется. С учетом (1) и (2) для неидеального газа имеем следующее выражение для числа Рейнольдса:

$$R_{real} = \frac{\Gamma}{\gamma_{real}} = \frac{R}{(1 + \alpha \cdot n \cdot B)}.$$

Полагая, что статистический критерий перехода к турбулентному течению является универсальным ($R_{real} = const$), получаем зависимость традиционного числа Рейнольдса R от второго вириального коэффициента:

$$R = R_{real} \cdot (1 + \alpha \cdot n \cdot B). \quad (3)$$

Для экспериментальной проверки полученного соотношения выбрано течение Хагена–Пуазейля — течение в длинной круглой трубе. Это течение является устойчивым к бесконечно малым возмущениям [2,3]. Переход же к турбулентному режиму происходит вследствие



Зависимость критического числа Рейнольдса от второго вириального коэффициента.

конечного уровня возмущений либо недостаточно гладких граничных условий на входе в трубу. В ламинарном режиме течения коэффициент сопротивления $\lambda = (\Delta P/L)/(\rho U^2/2d) = 64/Re$ [4]. Здесь $\Delta P/L$ — средний градиент давления по длине трубы, ρ — плотность газа, U — расходная скорость газа, d — диаметр трубы. В турбулентном режиме коэффициент сопротивления резко возрастает, что позволяет уверенно контролировать критическое число Рейнольдса.

Не описывая детально экспериментальную установку, отметим основное. Измерения проведены при истечении газа через стеклянный капилляр (длина 300 mm, диаметр 1.3 mm) из герметичной камеры объемом 0.13 м³, наполненной газом при повышенном давлении, в атмосферу. Измерения проведены для течений He, Ne, Ar, Kr, Xe, N₂, CO₂ и SF₆.

На рисунке представлена зависимость критического числа Рейнольдса от второго вириального коэффициента и приведена линейная аппроксимация этих данных ($R_{real} = 3440$, а $\alpha \cong 25$, $n = 10^{-3}/22.4 \text{ mol/cm}^3$, V измерено в см³/mol). Представленная на рисунке корреляция критического числа Рейнольдса со вторым вириальным коэффициентом свидетельствует в пользу предложенного статистического критерия перехода к турбулентному режиму течения.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1976.
- [2] Fox J.A., Lessen M., Bhat W.V. // Phys. Of. F1. 1968. V. 11 (1).
- [3] Salwen H., Cotton F.W., Grosch C.E. // J. Fl. Mech. 1980. V. 92. P. 273.
- [4] Prandtl L., Tietjens O. Hydro- und Aeromechanik. Verlag von Julius Springer. Berlin, 1931.