

01;07;12

Теоретическое и экспериментальное исследование пространственно развитых планарных двумерных брэгговских резонаторов

© Н.Ю. Песков, Н.С. Гинзбург, Г.Г. Денисов, А.С. Сергеев,
А.В. Аржанников, П.В. Калинин, С.Л. Синицкий, В.Д. Степанов

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
Институт ядерной физики СО РАН, Новосибирск

Поступило в Редакцию 1 декабря 1999 г.

Исследованы электродинамические свойства двумерных брэгговских резонаторов планарной геометрии, реализующих двумерную распределенную обратную связь. Показаны высокие селективные свойства резонатора по продольному и поперечному индексам мод, при этом спектр мод резонатора в значительной степени определяется формой гофрировки пластин, составляющих резонатор. Результаты теоретического анализа подтверждены "холодными" электродинамическими измерениями.

Брэгговские резонансы планарной геометрии, реализующие двумерную распределенную обратную связь ("двумерные брэгговские резонаторы"), были предложены в [1–3] для обеспечения пространственной когерентности излучения в мощных лазерах на свободных электронах (МСЭ), запитываемых широкими ленточными релятивистскими электронными пучками. Работоспособность МСЭ, использующего новый механизм обратной связи, была успешно продемонстрирована в совместных экспериментах ИЯФ СО РАН и ИПФ РАН на установке "ЭЛМИ" (ИЯФ СО РАН) при использовании сильноточного микросекундного пучка ленточной геометрии [4–6]. Данная работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию электродинамических характеристик двумерных брэгговских резонаторов планарной геометрии.

Двумерный брэгговский резонатор может быть выполнен в виде двух металлических пластин с двоякопериодической гофрировкой (рис. 1, *a*), трансляционные векторы которой составляют некоторый угол друг к

другу. На такой гофрировке возникает связь и взаимное рассеяние четырех парциальных волн, распространяющихся в двух взаимно перпендикулярных направлениях:

$$\mathbf{E} = \text{Re} \left[\left(\mathcal{A}_+ \mathbf{E}_{a+} \exp(-ih_{a+}z) + \mathcal{A}_- \mathbf{E}_{a-} \exp(ih_{a-}z) + \mathcal{B}_+ \mathbf{E}_{b+} \exp(-ih_{b+}x) + \mathcal{B}_- \mathbf{E}_{b-} \exp(ih_{b-}x) \right) e^{i\omega t} \right]. \quad (1)$$

В общем случае эти волны могут отличаться как постоянными распространения h_j , так и поперечной (по оси y) структурой поля \mathbf{E}_j . Если предположить, что синхронная волна \mathcal{A}_+ распространяется в направлении поступательного движения электронов и усиливается электронным потоком, то волны \mathcal{B}_\pm , распространяющиеся в поперечном направлении, обеспечивают синхронизацию излучения различных частей широкого ленточного электронного пучка.

Простейшая с технологической точки зрения двумерная брэгговская структура может быть выполнена путем нарезки прямоугольных канавок во взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 1, *b*). В этом случае гофрированная поверхность может быть представлена как произведение двух периодических функций (меандров)

$$a(x, z) = a_1 f(x - z) f(x + z), \quad (2)$$

где

$$f(\xi) = \begin{cases} 0 & 0 < \xi < d/2 \\ 1 & d/2 < \xi < d \end{cases},$$

$f(\xi + d) = f(\xi)$, d — период гофрировки, a_1 — ее глубина. Производя разложение функции (2) в ряд Фурье и ограничиваясь в приближении малой глубины гофрировки первыми членами ряда, получаем

$$a(x, z) = \frac{a_1}{\pi} \left(\cos(\bar{h}x - \bar{h}z) + \cos(\bar{h}x + \bar{h}z) + \frac{2}{\pi} \cos(2\bar{h}x) + \frac{2}{\pi} \cos(2\bar{h}z) \right), \quad (3)$$

где $\bar{h} = \sqrt{2}\pi/d$. На подобной структуре существует два цикла обратной связи. Первые два члена в разложении (3) обеспечивают взаимное рассеяние всех четырех парциальных волн ($\mathcal{A}_+ \leftrightarrow \mathcal{B}_\pm \leftrightarrow \mathcal{A}_-$), обладающих

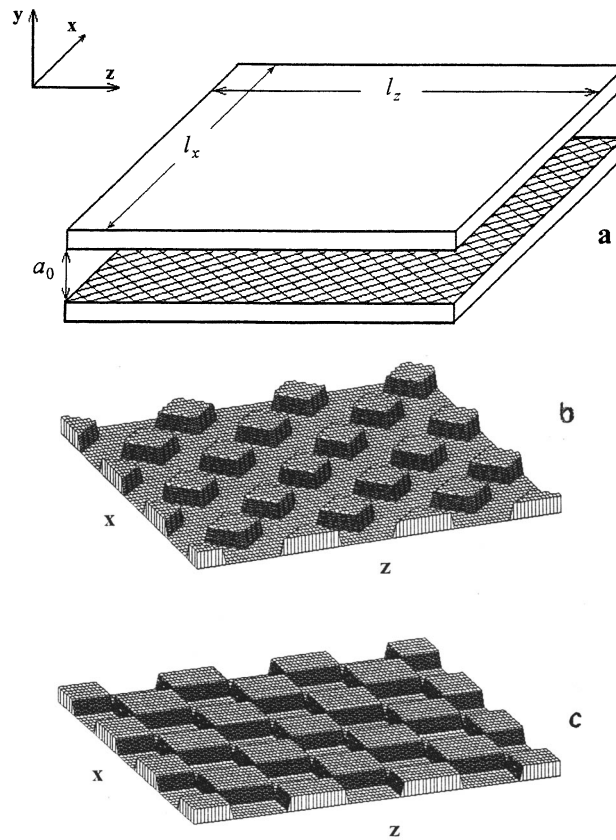


Рис. 1. Схема двумерного брэгговского резонатора планарной геометрии (a) и профили гофрированной поверхности в виде прямоугольных взаимно перпендикулярных канавок (b) и "шахматных" ячеек (c).

одинаковыми продольными волновыми числами $h_{a\pm} = h_{b\pm} = h$, если геометрические размеры резонатора (период гофрировки d и расстояние между пластинами a_0) подобраны таким образом, чтобы выполнялось условие брэгговского резонанса

$$h \approx \bar{h}. \quad (4)$$

Вместе с тем наличие двух последних гармоник в разложении (3) обуславливает прямое "одномерное" (ср. с [7–9]) рассеяние прямой и обратной волн (т.е. $\mathcal{A}_+ \leftrightarrow \mathcal{A}_-$ и $\mathcal{B}_+ \leftrightarrow \mathcal{B}_-$) при выполнении условия

$$h_{a+} + h_{a-} \approx 2\bar{h}, \quad h_{b+} + h_{b-} \approx 2\bar{h}. \quad (5)$$

Очевидно, что выполнение брэгговского условия (4) автоматически влечет выполнение условия (5), в то время как обратное утверждение неверно.

Следует отметить, что в предшествующих теоретических работах [2–3] были рассмотрены "идеальные" двумерные брэгговские резонаторы, пластины которых предполагались синусоидально гофрированными по закону

$$a(x, z) = a_1 \left(\cos(\bar{h}x - \bar{h}z) + \cos(\bar{h}x + \bar{h}z) \right). \quad (6)$$

В рамках такой модели был найден спектр мод и продемонстрированы селективные свойства двумерных брэгговских резонаторов как по продольному, так и по поперечному индексу, а также возможность использования подобных структур для обеспечения режима однододовой одночастотной генерации при запитке МСЭ пространственно-развитыми ленточными электронными потоками. В то же время, в проведенных экспериментах [4–6] использовались двумерные брэгговские резонаторы, поверхность которых была гофрирована по закону (2), что требует специального рассмотрения ввиду наличия дополнительного резонансного условия (5), которое на данной гофрировке выполняется одновременно с (4).

Рассеяние парциальных волн (1) при выполнении условий (4) и (5) может быть описано уравнениями связанных волн (ср. с [7], [10]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{A}_\pm}{\partial z} \mp i\delta \mathcal{A}_\pm \pm i\alpha_1 (\mathcal{B}_+ + \mathcal{B}_-) \pm \alpha_2 \mathcal{A}_\mp &= 0, \\ \frac{\partial \mathcal{B}_\pm}{\partial x} \mp i\delta \mathcal{B}_\pm \pm i\alpha_1 (\mathcal{A}_+ + \mathcal{A}_-) \pm \alpha_2 \mathcal{B}_\mp &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\delta = h - \bar{h}$, α_1, α_2 — коэффициенты связи волн [7], отвечающие рассеянию в условиях резонанса (4) и (5) соответственно. Для взаимного рассеяния волн ТЕМ-типа коэффициенты связи соответственно равны

$$\alpha_1 = \frac{a_1 \bar{h}}{2\pi a_0}, \quad \alpha_2 = \frac{2a_1 \bar{h}}{\pi^2 a_0}. \quad (8)$$

Спектр мод двумерного брэгговского резонатора может быть найден из решения уравнений (7) с граничными условиями, которые соответствуют отсутствию потоков энергии извне и идеальному согласованию для парциальных волн на границах резонатора:

$$\mathcal{A}_+(x, 0) = 0, \quad \mathcal{A}_-(x, l_z) = 0, \quad \mathcal{B}_+(0, z) = 0, \quad \mathcal{B}_-(l_x, z) = 0. \quad (9)$$

В случае сильной связи волн $\alpha_{1,2}l_{x,z} \gg 1$ резонатор обладает несколькими семействами высокодобротных мод (рис. 2, *a*), частоты ($\omega_{m,n} \approx c\bar{h} + c\text{Re}\delta_{m,n}$) и добротности ($Q_{m,n} \approx \bar{h}/2\text{Im}\delta_{m,n}$) которых определяются соотношениями¹

$$\delta_{n,n} = \alpha_2 + \frac{\pi^2 n^2}{2l_z^2(\alpha_2 \mp \alpha_1)} + i \frac{\pi^2 n^2}{l_z^3(\alpha_2 \mp \alpha_1)^2}, \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \delta_{m,n} = & -2\alpha_1 - \alpha_2 - \frac{\pi^2}{4(\alpha_1 + \alpha_2)} \left(\frac{n^2}{l_z^2} + \frac{m^2}{l_x^2} \right) \\ & + i \frac{\pi^2}{2(\alpha_1 + \alpha_2)^2} \left(\frac{n^2}{l_z^3} + \frac{m^2}{l_x^3} \right), \end{aligned} \quad (10б)$$

$$\begin{aligned} \delta_{m,n} = & 2\alpha_1 - \alpha_2 + \frac{\pi^2}{4(\alpha_1 - \alpha_2)} \left(\frac{n^2}{l_z^2} + \frac{m^2}{l_x^2} \right) \\ & + i \frac{\pi^2}{2(\alpha_1 - \alpha_2)^2} \left(\frac{n^2}{l_z^3} + \frac{m^2}{l_x^3} \right), \end{aligned} \quad (10в)$$

где n — продольный, m — поперечный индексы мод. Следует отметить, что наличие прямого рассеяния попутной и встречной волн приводит к нарушению симметрии спектра мод резонатора и его сдвигу в область низких частот по сравнению со случаем "идеального" двумерного резонатора $\alpha_2 = 0$ (ср. рис. 2, *a* и *b*). Как видно из рис. 2, *a*, в случае гофрировки (2) максимальной добротностью обладают моды с одной вариацией поля по обеим координатам $n = m = 1$, расположенные в окрестности $\delta \approx \alpha_2$ и $\delta \approx -2\alpha_1 - \alpha_2$. Добротность этих мод при заданной глубине гофрировки a_1 превосходит добротность основной

¹ Для простоты аналитическая формула для семейства мод (10а) приведена в случае симметричных мод ($m = n$) резонатора квадратной формы ($l_x = l_z$). В то же время в спектре, представленном на рис. 2, *a*, изображены моды и с индексами $m \neq n$.

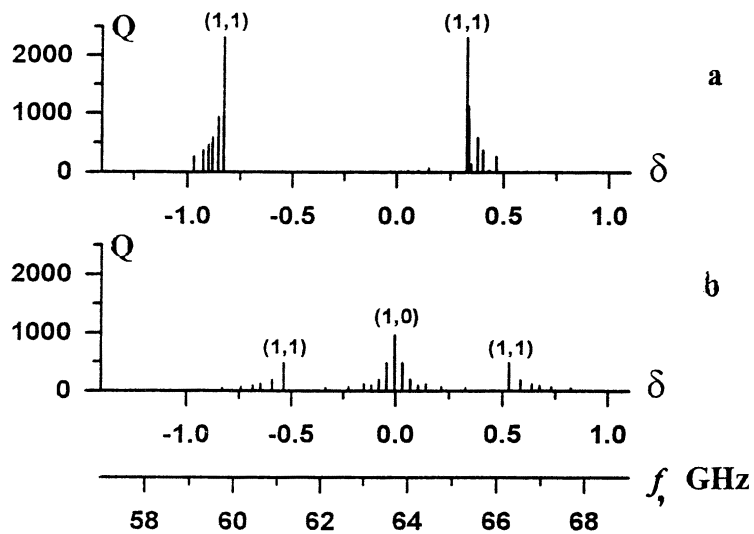


Рис. 2. Спектр мод двумерного планарного брэгговского резонатора $l_x = l_z = 25$ см, $d = 0.33$ см, $\alpha_1 = 0.25$ см $^{-1}$, $\alpha_2 = 0.3$ см $^{-1}$ (a) и $\alpha_2 = 0$ (b).

моды "идеального" резонатора (6). Важно, что рассматриваемый резонатор сохраняет достаточно высокую селективность по продольному и поперечному индексу мод.

Частоты добротности собственных мод резонатора могут быть также найдены при моделировании процесса возбуждения резонатора падающим на его границу волновым пучком. Решение такой задачи используется далее для интерпретации результатов "холодных" измерений электродинамических характеристик резонатора. При падении на границу плоской волны (которое, считаем для определенности, имеет место при $z = 0$) граничное условие для волны \mathcal{A}_+ приобретает вид

$$\mathcal{A}_+(x, 0) = 1, \quad (11)$$

а граничные условия для остальных парциальных волн остаются аналогичными (9).

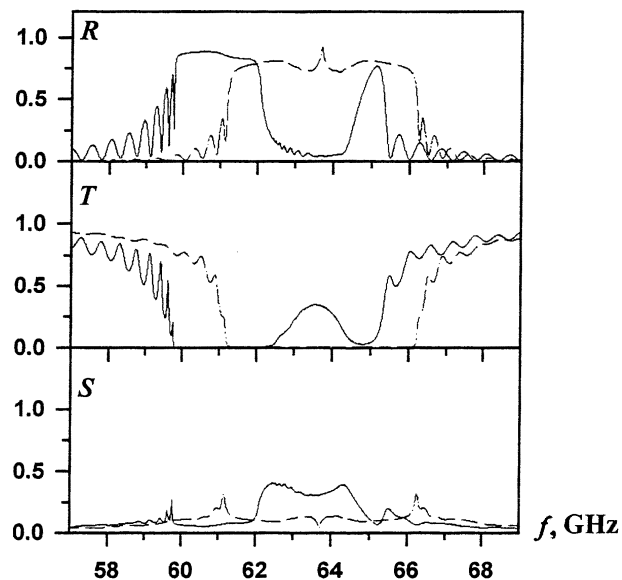


Рис. 3. Расчетные зависимости коэффициентов отражения R , прохождения T и поперечного рассеяния S от частоты при падении на двумерный брэгговский резонатор плоской волны: $l_x = L_z = 25$ см, $d = 0.33$ см, $\alpha_1 = 0.25$ см $^{-1}$, $\alpha_2 = 0.3$ см $^{-1}$ (сплошная линия), $\alpha_2 = 0$ (пунктир).

На рис. 3 приведены зависимости коэффициентов отражения R , прохождения T и рассеяния в поперечном направлении S :

$$R = \frac{1}{l_x} \int_0^{l_x} |\mathcal{A}_-(x, 0)|^2 dx, \quad T = \frac{1}{l_x} \int_0^{l_x} |\mathcal{A}_+(x, l_z)|^2 dx,$$

$$S = \frac{1}{l_z} \int_0^{l_z} |\mathcal{B}_-(0, z)|^2 dz. \quad (12)$$

При моделировании параметры брэгговской структуры выбирались соответствующими экспериментальному макету. Сравнение рис. 3 и 2 показывает, что минимумы коэффициента отражения и максимумы

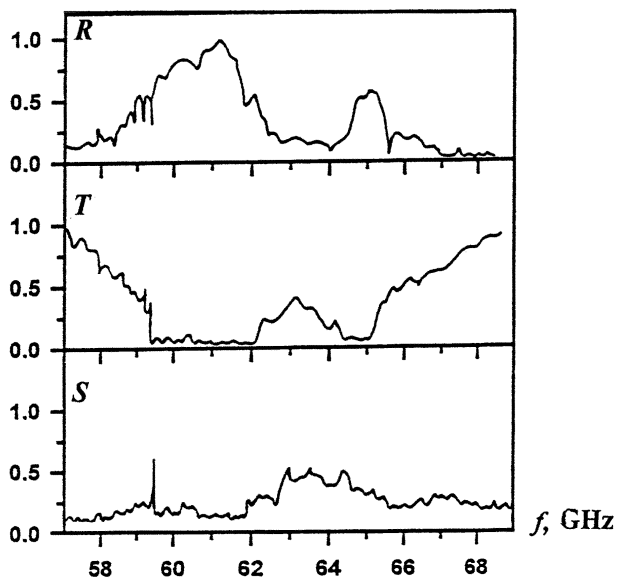


Рис. 4. Результаты измерения коэффициентов R , T и S в диапазоне 57–69 GHz.

коэффициентов прохождения и рассеяния соответствуют резонансным частотам собственных мод резонатора. Следует, однако, отметить, что в приведенном случае падения на границу резонатора волнового пучка с симметричным распределением поля относительно середины резонатора не возбуждаются собственные моды с частотами, лежащими в окрестности $\delta \approx \alpha_2$, имеющие антисимметричную структуру в поперечном x -направлении. Поэтому в этой области частот коэффициент прохождения практически равен нулю, а коэффициент отражения по мощности превышает 80%. При моделировании падения на резонатор волны с антисимметричным распределением поля, наоборот, наблюдалось возбуждение собственных мод резонатора с частотами, расположенными вблизи $\delta \approx \alpha_2$. Вдали от брэгговского резонанса $|h - \bar{h}| \gg \alpha_{1,2}$ коэффициент прохождения стремится к единице, отражение и рассеяние становятся пренебрежимо малы.

Для экспериментального исследования электродинамических характеристик был изготовлен макет двумерного брэгговского резонатора [11]. Он был выполнен в виде двух пластин 25×25 см, расположенных на расстоянии 0.5 см. На пластины была нанесена двоякопериодическая гофрировка в виде (2) с периодом 0.32 см и глубиной 0.04 см, угол между направлениями гофрировки составлял 90° .

Измерения электродинамических характеристик проводились на парном источнике в диапазоне частот 55–80 GHz. Возбуждение резонатора осуществлялось широким волновым пучком с плоским фазовым фронтом. Для формирования такого пучка была изготовлена планарная квазиоптическая передающая линия. Она представляла собой две параллельные металлические пластины, между которыми было заключено параболическое зеркало. Волновой пучок в виде $H_{1,0}$ волны прямоугольного волновода поступал из волноводного рупора 0.7×0.5 см, помещенного в фокусе этой квазиоптической линии, и формировал на выходе плоский волновой пучок с размерами 40×0.5 см и структурой ТЕМ-волны планарного волновода. Аналогичные линии передачи использовались для приема излучения, прошедшего через резонатор и рассеянного в поперечном направлении.

В указанном диапазоне были зафиксированы две полосы эффективного рассеяния волн на двумерной брэгговской структуре на частотах в районе 60 и 75 GHz. Зона рассеяния в области частоты 60 GHz соответствовала рассеянию четырех парциальных волн ТЕМ-типа. Результаты измерения коэффициентов R , T и S приведены на рис. 4 и с хорошей точностью соответствуют расчету (ср. с рис. 3). В частности, наблюдалась асимметрия полосы зоны эффективного брэгговского рассеяния и положения собственных мод относительно брэгговской частоты. Измеренная добротность моды с индексами (1, 1) на частоте 59.5 GHz составляла ≈ 1500 . Коэффициент связи волн, определяемый по ширине полосы брэгговского резонанса, несколько превосходил расчетное значение, найденное по асимптотическим формулам для мелкой синусоидальной гофрировки. Этот факт свидетельствует о необходимости учета формы канавок для расчета коэффициентов связи. Наблюдавшееся в эксперименте небольшое смещение центра полосы эффективного брэгговского рассеяния и собственных частот резонатора может быть объяснено неточностью изготовления брэгговских структур. Некоторое несовпадение расчетных и измеренных характеристик может

быть также объяснено недостаточной сфазированностью относительно друг друга брэгговских структур, составляющих резонатор.

Наряду с полосой отражения, обусловленной взаимным рассеянием волн ТЕМ-типа, наблюдалась полоса эффективного брэгговского отражения в районе частоты 75 GHz. Эта полоса соответствовала рассеянию волн $ТЕМ \leftrightarrow ТЕ_2$ в условиях резонанса (5). Положение этой полосы и ее ширина, определяемая коэффициентом связи α_2 , также соответствовали расчету. Поскольку в данной полосе имела место только связь прямой (\mathcal{A}_+) и обратной (\mathcal{A}_-) волн, то поперечные потоки энергии здесь отсутствовали.

Таким образом, в проведенных экспериментах развита методика "холодных" измерений пространственно развитых планарных брэгговских резонаторов и подтверждена их работоспособность. Экспериментальные измерения полос эффективного рассеяния, частот и добротностей собственных мод резонатора находятся в хорошем соответствии с результатами моделирования.

Отметим также, что в данной работе исследована простейшая для изготовления модель двумерного брэгговского резонатора. Вместе с тем усложнение технологии позволяет реализовать решетки, в которых преимущественно реализуется рассеяние парциальных волн в условиях резонанса (4), а дополнительные резонансы (5) практически отсутствуют [12]. Пример такой гофрировки изображен на рис. 1, с. Отсутствие дополнительных "паразитных" резонансов позволяет увеличить селективность резонатора в поперечном u -направлении.

Список литературы

- [1] *Arzhannikov A.V., Nikolaev V.S., Sinitsky S.L., Zotkin R.P., Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S.* // Digest of the 14th FEL Conference. 1992. Kobe, Japan. P. 214.
- [2] *Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.* // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 9. С. 23.
- [3] *Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S., Arzhannikov A.V., Sinitsky S.L.* // Nuclear Instr. and Meth. in Phys. Research A. 1995. V. A358. P. 189.
- [4] *Agarin N.V., Arzhannikov A.V., Bobylev V.B., Burdakov A.V., Burmasov V.S., Ginzburg N.S., Ivanenko V.G., Kalinin P.V., Kuznetsov S.A., Peskov N.Yu., Popov S.S., Sinitsky S.L., Stepanov V.D., Zabolotsky A.Yu.* // Abstracts of the 4th Asian Simp. on FEL. 1999. Taejon, Korea. P. 8D2.

- [5] *Agarin N.V., Arzhannikov A.V., Bobylev V.B., Ginzburg N.S., Ivanenko V.G., Kalinin P.V., Kuznetsov S.A., Peskov N.Yu., Sergeev A.S., Sinitsky S.L., Stepanov V.D.* // Proc. of the IV Int. Workshop "Strong Microwaves in Plasmas". 1999. Nizhny Novgorod, Russia. P. S24.
- [6] *Agarin N.V., Arzhannikov A.V., Bobylev V.B., Ginzburg N.S., Ivanenko V.G., Kalinin P.V., Kuznetsov S.A., Peskov N.Yu., Sergeev A.S., Sinitsky S.L., Stepanov V.D.* // Abstracts of the 21 st Int. FEL Conf. 1999. Hamburg, Germany. P. Mo-O-04.
- [7] *Ковалев Н.Ф., Орлова И.М., Петелин М.И.* // Изв. вузов. Радиофизика, 1968. Т. 11. В. 5. С. 783.
- [8] *Bratman V.L., Denisov G.G., Ginzburg N.S., Petelin M.I.* // IEEE J. Quant. Electr. 1983. V. QE-19. N 3. P. 282.
- [9] *Денисов Г.Г., Резников М.Г.* // Изв. вузов, Радиофизика. 1982. Т. 25. В. 5. С. 562.
- [10] *Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.* // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. В. 3. С. 401.
- [11] *Peskov N.Yu., Arzhannikov A.V., Ginzburg N.S., Denisov G.G., Kalinin P.V., Petrov P.V., Sergeev A.S., Sinitsky S.L.* // Proc. of the IV Int. Workshop "Strong Microwaves in Plasmas". 1999. Nizhny Novgorod, Russia. P. S30.
- [12] *An Yen Huan, Arzhannikov A.V., Diankova E.V., Ginzburg N.S., Kalinin P.V., Peskov N.Yu., Petrov P.V., Sinitsky S.L.* // Abstracts of the 4th Asian Simp. on FEL. 1999. Taejon, Korea. P. P35.