

01;10;12

Магнитный эффект Ааронова–Бома при переменном во времени векторном потенциале

© А.Н. Агеев, С.Ю. Давыдов, А.Г. Чирков

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург

Поступило в Редакцию 11 октября 1999 г.

Получено выражение для вероятности сцинтилляции электронов на экране после их дифракции на тонкой нити и при наличии переменного во времени векторного потенциала на пути их распространения. Это позволило объяснить отрицательный результат эксперимента и спрогнозировать необходимые параметры для будущих исследований.

Со времени первых описаний магнитного и электрического эффектов Ааронова–Бома (ЭАБ) [1–3] многочисленные теоретические и экспериментальные усилия были затрачены на выяснение природы этих явлений [4,5]. Хотя первоначальное объяснение эффектов с помощью введения в рассмотрение потенциалов вызвало возражения [6], но тем не менее до настоящего времени нет ни одного эксперимента, результатов которого невозможно было бы объяснить первоначально предложенной теоретической моделью, которой мы и ограничимся в настоящей работе. Фундаментальные экспериментальные исследования, направленные на решение вопросов о том, существует ли в действительности ЭАБ и, если он существует, то какова его природа, велись в основном в рамках магнитного ЭАБ с использованием электронной оптики. Мы также в дальнейшем ограничимся этой ситуацией. Основные экспериментальные усилия были в этом случае направлены на борьбу с рассеянными магнитными полями, возникающими при создании магнитного потока внутри электронной петли на пути пролета электронов. Наибольшее отношение величин магнитных полей внутри петли и на пути движения электронов было достигнуто в работах Тономуры с сотрудниками в середине 80-х гг. [5]. Этими экспериментами, по-видимому, в основном были исчерпаны возможности исследования природы ЭАБ в стационарном режиме. С начала 90-х гг. взоры исследователей обратились

на использование нестационарных полей, в том числе оптического диапазона [7]. В дальнейшем ограничимся только гармонической зависимостью потенциалов от времени, исключив из рассмотрения постоянную составляющую, влияние которой в рамках принятой модели хорошо известно. Конкретизируя рассматриваемую модель, следуем результатам работы [7]. Из одного точечного источника вылетают последовательно невзаимодействующие друг с другом электроны, которые дифрагируют на металлической нити, находящейся под небольшим положительным потенциалом (несколько V). За нитью размещается экран, позволяющий наблюдать сцинтилляции электронов, которые образуют по прошествии некоторого времени интерференционную картину в виде полос, параллельных нити. Согласно волновой теории, интерференционная картина возникает из-за наложения двух парциальных электронных волн де Бройля, распространяющихся по разные стороны от нити. Эти парциальные электронные волны, распространяющиеся как бы по двум плечам от источника к экрану, проходят области, где имеются переменные потенциалы электромагнитного поля. При этом векторные потенциалы в двух плечах равны по величине и направлены от источника к экрану в одном плече и от экрана к источнику — в другом в каждый момент времени. Интерференционную картину на экране можно получить, заменив реальный источник электронов двумя мнимыми. Будем исходить из уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + \frac{ie\hbar}{m} \mathbf{A} \nabla \Psi + \frac{ie\hbar}{2m} \operatorname{div} \mathbf{A} \Psi + \frac{e^2}{2m} \mathbf{A}^2 \Psi + e\varphi \Psi, \quad (1)$$

где \mathbf{A} , φ — векторный и скалярный потенциалы соответственно, e — заряд электрона (< 0). В настоящей работе используется система СИ. Для упрощения задачи нахождения волновой функции используем калибровочное соотношение, при котором $\varphi = 0$. При этом мы сознаем, что лишаем себя возможности рассмотреть идеальный случай, когда на пути распространения парциальных электронных волн не существует электрического поля. Как видно из соотношения $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi$, в случае $\varphi = 0$ и переменного во времени векторного потенциала электрическая составляющая поля не равна нулю.

Используя результаты работы [7], находим, что при допущениях, принятых выше, волновая функция имеет вид:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) \cong \Psi_0 \left\{ \exp\left(\frac{iev_{ph}}{\hbar} \int_0^t (-A) dt\right) + \exp\left(\frac{iev_{ph}}{\hbar} \int_0^t A dt\right) \right\}, \quad (2)$$

где Ψ_0 — волновая функция вблизи источника электронов при $t = 0$, v_{ph} — фазовая скорость электронной волны, $\mathbf{A} = A_0 \cos \omega t$ — проекция векторного потенциала на направление классической траектории электрона.

С помощью этого выражения можно найти фазы парциальных волн де Бройля от двух мнимых источников электронов и интенсивность интерференционных полос на экране, которая будет определяться выражением:

$$I = \frac{1}{4} \left| \exp\left[\frac{iev_{ph}}{\hbar} \int_0^t A dt + i\omega_e t\right] + \exp\left[\frac{iev_{ph}}{\hbar} \int_{-\tau}^t (-A) dt + i\omega_e(t + \tau)\right] \right|^2, \quad (3)$$

где ω_e — угловая частота электронной волны, τ — разность времен, необходимых электронам, вылетевшим одновременно из двух мнимых источников, достичь данной точки на экране $\tau \cong xd/Lv_{ph}$ (L — расстояние от источника до экрана, x — текущая координата на экране с осью координат, перпендикулярной интерференционным полосам, d — расстояние между мнимыми источниками электронов). Выражение (3) учитывает только влияние векторного потенциала и не учитывает прямого воздействия электрической составляющей электромагнитного поля, воздействием которой на интерференционную картину мы пренебрегаем ввиду ее малости. Усреднив I по времени, найдем, что

$$\bar{I} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I dt = \frac{1}{2} \left\{ 1 + J_0 \left[\frac{2ev_{ph}A_0}{\hbar\omega} \right] \cos \left(\omega_e - \frac{ev_{ph}A_0}{\hbar} \frac{\sin \omega\tau}{\omega\tau} \right) \tau \right\}, \quad (4)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка. При $A_0 = 0$ мы имеем

$$I(0) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos(\omega_e \theta d / v_{ph}) \right\}, \quad (5)$$

где $\theta \cong x/L$ — угол дифракции. Таким образом, в отсутствие векторного потенциала мы на экране имеем полосы равной амплитуды. Из (4)

видно, что с появлением потенциала частота полос будет возрастать, т.е. интерференционные пики будут сужаться, а не расширяться, как предсказывалось в [6]. Однако это расширение при реальных параметрах эксперимента незначительно.

Для анализа выражения (4) при наличии векторного потенциала используем два варианта значений физических величин: 1) из работы [7] и 2) использованные в эксперименте [8].

1) $U = 10 \text{ kV}$ — напряжение ускорения электронов, $v_{ph} = \frac{1}{2}v_{ph} = 3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, $\omega_e = 1.6 \cdot 10^{19} \text{ rad/s}$, $d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, $\tau \cong \theta d/v_{ph} = 1.7 \cdot 10^{-13} \theta \text{ s}$, $\omega = 10^{15} \text{ rad/s}$, $A_0 = 1.7 \cdot 10^{-9} \text{ V} \cdot \text{s/m}$. Подставляя эти параметры в (5) и (4), получим:

$$\overline{I(0)} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos(3 \cdot 10^6) \theta \right\}, \quad (5^*)$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + J_0[0, 16] \cos[3 \cdot 10^6 + 14] \theta \right\}. \quad (4^*)$$

Из сравнения (5*) и (4*) видно, что изменения слишком малы и во всяком случае не соответствуют предсказанным в [7].

2) $U = 100 \text{ kV}$, $v_{ph} \cong 10^8 \text{ m/s}$, $\omega_e = 1.6 \cdot 10^{20} \text{ rad/s}$, $d = 10^{-5} \text{ m}$, $\tau \cong 10^{-13} \theta \text{ s}$, $\omega = 3 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$, $A_0 = \omega^{-1} \sqrt{P \mu_0 c / S}$, где P — мощность лазера, излучение которого целиком сфокусировано на площади S поперечного сечения светового пучка в плоскости электронной петли, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума. При достигнутой в [8] величине оптического излучения $A_0 \cong 2 \cdot 10^{-10} \text{ V} \cdot \text{s/m}$, подставляя это значение в (4), получим: $\bar{I} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + J_0[0, 02] \cos(1.6 \cdot 10^7 + 3) \theta \right\}$, т.е. и в этом случае изменения слишком малы.

Рассмотрим, когда такое влияние будет заметным, и возьмем крайний случай, когда воздействие A настолько велико, что приводит к исчезновению интерференционных полос. В этом случае $J_0 = 0$, что соответствует $2ev_{ph}A_0/\hbar\omega \cong 2.4$. Это значение можно получить, например, используя следующие параметры: $U = 100 \text{ kV}$, $\omega = 2 \cdot 10^{14} \text{ rad} \cdot \text{Hz}$ ($\lambda = 10 \mu\text{m}$), $S = 10^{-10} \text{ m}^2$, $P = 24 \text{ m} \cdot \text{Vt}$.

Таким образом, полученное нами выражение (4) для усредненной интенсивности интерференционных полос позволяет объяснить экспериментальный результат работы [8] и предсказать возможность наблюдения ЭАБ при переменном магнитном поле в рамках принятой в настоящей работе модели.

Список литературы

- [1] *Franz W.* // Verh. Deutsch. Physik. 1939. Bd 20. S. 65.
- [2] *Ehrenberg W., Sidery R.* // Proc. Phys. Soc. 1949. London. Sect. B62. P. 8.
- [3] *Aharonov Y., Bohm D.* // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 485.
- [4] *Olariu S., Popescu I.* // Rev. Mod. Phys. 1985. V. 57. P. 339.
- [5] *Peshkin M., Tonomura A.* // Lecture Notes in Physics. 1989. V. 340. P. 115.
- [6] *DeWitt B.S.* Phys. Rev. 1962. V. 125. P. 2189.
- [7] *Lee B., Yin E., Gustafson T.K., Chiao R.* // Phys. Rev. 1992. A45. P. 4319.
- [8] *Ченцов Ю.В., Воронин Ю.М., Деменчиков И.П., Агеев А.Н.* // Оптический журнал. 1996. Т. 8. С. 55.