07;08;12

Об оптико-акустической диагностике фрактальной структуры излучения лазера с неустойчивым резонатором

© М.Л. Лямшев

Научный центр волновых исследований
Института общей физики РАН, Москва
E-mail: lyamshev@kapella.gpi.ru

Поступило в Редакцию 28 марта 2000 г.

Рассматривается термооптическое возбуждение звука в жидкости гармонически модулированным по интенсивности лазерным излучением со случайным распределением интенсивности в сечении пучка. Процессы считаются статистически однородными. Предполагается, что пространственный спектр флуктуаций интенсивности в лазерном пучке описывается степенным (фрактальным) законом. Обсуждаются возможности оптико-акустической диагностики фрактальной структуры излучения лазера с неустойчивым резонатором.

В последние годы значительное внимание уделяется исследованию хаотической генерации лазеров. Авторы недавно опубликованной работы [1], например, исследовали сценарии развития и характеристики хаотической генерации в неустойчивом резонаторе быстропроточного лазера с пространственно неоднородной накачкой. В [2] рассмотрена схема оптического информационного хаоса на базе синхронно работающих в хаотическом режиме лазеров с использованием хаотической накачки.

Важными характеристиками нелинейных динамических систем служат скейлинг и корреляционная или фрактальная размерности [3]. В [4] указано на возможное существование скейлинга излучения гармоник в лазерной плазме при действии мощной накачки. В [5] показано, что модовая структура излучения лазера с неустойчивым резонатором является фрактальной. Установлено, что фрактальная размерность распределения интенсивности излучения лазера с апертурой в виде узкой щели имеет величину $D = 1.6$. Для круговой апертуры фрактальная размерность оказалась равной $D = 1.3$.

Представляет определенный интерес выяснить, существует ли возможность оптико-акустической диагностики фрактальной структуры излучения лазера с неустойчивым резонатором. В этой связи ниже рассматривается термооптическое возбуждение звука в жидкости гармонически модулированным по интенсивности лазерным излучением со случайным фрактальным пространственным распределением флуктуаций интенсивности в сечении лазерного пучка. Заметим, что влияние пространственных и временны́х флуктуаций интенсивности лазерного излучения на возбуждение звука в жидкости рассматривалось ранее в [6], однако характер распределения не конкретизировался.

Предположим, что лазерный луч, распространяющийся из верхнего полупространства (атмосферы) в положительном направлении оси z прямоугольной системы координат (x, y, z), падает на свободную поверхность жидкости, занимающую нижнее полупространство $z > 0$. В результате поглощения лазерного излучения в жидкости образуются тепловые источники звука. Уравнение лазерной термооптической генерации звука имеет вид [7]

$$(\Delta + k^2)\mu = i\frac{\kappa m\omega}{C_p}A\mu I(x, y)\exp(-\mu z). \qquad (1)$$

Здесь p — звуковое давление; κ, C_p и μ — коэффициент объемного теплового расширения, удельная теплоемкость и коэффициент поглощения оптического излучения в жидкости соответственно; A — коэффициент прохождения света через границу жидкости (в дальнейшем предполагается, что $A = 1$); m — индекс модуляции; $I(x, y)$ — распределение интенсивности в лазерном пучке на поверхности жидкости; $k = \omega/c$, c — скорость звука жидкости. Временно́й фактор $\exp(-i\omega t)$ здесь и далее опускаем.

Решение уравнения (1) можно написать сразу в виде [7]

$$p(r) = i\frac{\kappa\omega m}{C_p}\mu\int\limits_{\Omega} I(x', y')\exp(-\mu z')\tilde{p}(x', y', z'/x, y, z)dx'dy'dz', \qquad (2)$$

где $p(r'/r)$ — решение краевой задачи о дифракции поля точечного источника, расположенного в точке r, где необходимо определить поле $p(r)$. Будем рассматривать поле $p(r)$ в зоне Фраунгофера. В этом случае

$\tilde{p}(r'/r)$ можно представить в виде

$$\tilde{p}(r'/r) = \frac{\exp(ikr)}{4\pi r}\Big\{\exp\left[-i(\alpha x' + \beta y' + \gamma z')\right] - \exp\left[-i(\alpha x' + \beta y' - \gamma z')\right]\Big\}, \tag{3}$$

где $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = k^2, r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.

Будем считать распределение интенсивности в пучке случайной функцией, так что $I(x, y) = I_0 f(x, y)$, где $\langle f(x, y)\rangle = 0$, а случайные процессы — статистически однородными.

С учетом сказанного, подставляя (3) в (2) и интегрируя по z, можно написать для среднего квадрата звукового давления $\langle|p(r)|^2\rangle$ следующее выражение:

$$\langle|p(r)|^2\rangle = \frac{\kappa^2\omega^2 m^2}{C_p^2}\frac{1}{4\pi^2 r^2}\frac{\mu^2\gamma^2}{(\mu^2+\gamma^2)^2}I_0^2\sigma \times \int_\xi\int_\eta B(\xi,\eta)\exp[-i(\alpha\xi + \beta\eta)]d\xi d\eta, \tag{4}$$

где $B(\xi, \eta) = \langle f(x', y')f(x'', y'')\rangle$ — нормированная функция корреляции флуктуаций интенсивности лазерного излучения, $\xi = |x' - x''|$, $\eta = |y' - y''|$ и σ — площадь лазерного пятна на поверхности жидкости. Интегрирование по ξ и η распространяется на область действия лазерного излучения на поверхности жидкости. Однако, если $B(\xi, \eta)$ быстро убывает на размерах сечения лазерного пучка и $B(\infty) = 0$, интегрирование может быть распространено на интервал от $-\infty$ до $+\infty$.

Свойства статистических фракталов часто характеризуют структурными (корреляционными) функциями и их спектрами. Их особенность состоит в том, что они описываются степенными законами. Это вытекает из масштабной инвариантности фрактальных структур [8].

Для волновых задач важной характеристикой статистических фракталов является степенной спектр флуктуаций, который имеет вид

$$G(q) \sim q^\delta, \tag{5}$$

где q — волновое число пространственных флуктуаций, а показатель δ для объектов с фрактальной поверхностью определяется выражением

$$\delta = D - 2d, \tag{6}$$

где D — фрактальная размерность, а d — размерность пространства вложения.

Определим средний квадрат звукового давления, когда апертура лазера имеет вид узкой щели в направлении x. В этом случае можно написать

$$B(\xi, \eta) = B_1(\xi)B_2(\eta), \tag{7}$$

где $B_2(\eta) \approx 1$, так как в поперечном направлении распределение флуктуаций интенсивности лазерного излучения можно считать полностью коррелированным. Нормированную функцию корреляции в продольном направлении представим в виде [9]

$$B(\xi) = \frac{1}{2^{\nu-1}\Gamma(\nu)} \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)^{\nu} K_\nu \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right), \tag{8}$$

где $\Gamma(\nu)$ — гамма-функция, $K_\nu(\xi/\xi_0)$ — функция Макдональда, ξ_0 — радиус корреляции флуктуаций интенсивности лазерного излучения в продольном направлении. Отметим, что $B(0) = 1$ и $B(\infty) = 0$, а $B(\xi)_{\xi<\xi_0} \sim (\xi/\xi_0)^\nu$, т.е. корреляционная функция имеет степенной вид и с этой точки зрения может быть использована для описания фрактальной структуры флуктуаций интенсивности нестабильного лазерного излучения.

Подставляя (7) и (8) в (4), после интегрирования получаем

$$\langle |p(r)|^2 \rangle = \frac{\kappa^2\omega^2 m^2}{C_p^2} \frac{1}{4\pi^2 r^2} \frac{\mu^2\gamma^2}{(\mu^2+\gamma^2)^2} I_0 \sigma \eta_0 G(\alpha), \tag{9}$$

где η_0 — поперечный размер лазерного пятна на поверхности жидкости, $G(\alpha)$ — спектральная плотность флуктуаций интенсивности лазерного излучения

$$G(\alpha) = \frac{\Gamma(\nu+\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu)} \frac{\xi_0}{(1+\alpha^2\xi_0^2)^{\nu+\frac{1}{2}}}. \tag{10}$$

При $\alpha\xi_0 > 1$ спектральная плотность $G(\alpha)$ имеет степенной (фрактальный) вид

$$G(\alpha)_{\alpha\xi_0>1} \sim \alpha^{-(2\nu+1)}. \tag{11}$$

Теперь рассмотрим случай круговой апертуры. Выражение для среднего квадрата флуктуаций звукового давления (4) можно представить в виде

$$\langle |p(r)|^2 \rangle = \frac{\kappa^2\omega^2 m^2}{C_p^2}\frac{1}{4\pi^2 r^2}\frac{\mu^2\gamma^2}{(\mu^2+\gamma^2)^2} I_0 \pi a^2 G(k_\perp), \tag{12}$$

где

$$G(k_\perp) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} B(\rho)\exp(-ik_\perp \rho)\,d\rho, \tag{13}$$

$k_\perp$ — компонента волнового вектора **k** в горизонтальной плоскости, $k_\perp^2 = \alpha^2 + \beta^2$, $\overline{\rho} = |\rho' - \rho''|$, a — радиус лазерного пучка на поверхности жидкости.

Корреляционную функцию $B(\rho)$ напишем в виде (8), заменив ξ на ρ и ξ_0 на ρ_0, где ρ_0 — радиус корреляции флуктуаций лазерного излучения.

Для спектральной плотности (13) имеем

$$G(k_\perp) = \frac{\Gamma(\nu+1)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu)}\frac{\rho_0^2}{(1+k_\perp^2\rho_0^2)^{\nu+1}}. \tag{14}$$

При $k_\perp\rho_0 > 1$ получаем

$$G(k_\perp) \sim k_\perp^{-2(\nu+1)}. \tag{15}$$

Для расчета акустического поля в жидкости необходимо в каждом из рассмотренных случаев определить конкретное значение параметра ν. Величина размерности пространства вложения для условий численного эксперимента [5] равна $d = 2$. Из выражений (5), (6), (11) и (15) имеем: $\nu = 0.7$ для апертуры в виде щели и $\nu = 0.35$ для круговой апертуры, если воспользоваться соответственно фрактальными размерностями $D = 1.6$ и $D = 1.3$, полученными в численном эксперименте [5].

Из анализа выражений (9)–(11) и (12)–(15) можно видеть, что существует возможность оптико-акустической диагностики фрактальной структуры излучения лазера с нестабильным резонатором. В самом деле, для среднего квадрата звукового давления в жидкости в точке наблюдения в плоскости $x0z$ при условии $\mu \ll k$ и $k\sin\theta\xi_0 > 1$, и

$kl \gg 1$ или $k \sin\theta\rho_0 > 1$ и $ka \gg 1$, где l — длина щелевой апертуры и a — радиус лазерного пятна на поверхности жидкости, имеем

$$\langle |p(r)|^2 \rangle \sim C \cdot q^{\delta} \sim k^{\delta}, \tag{16}$$

где C — константа, определяемая параметрами задачи.

Для δ получаем

$$\delta = \frac{\lg \langle |p(r)|^2 \rangle}{\lg k}. \tag{17}$$

Изменяя частоту модуляции излучения, получаем зависимость $\delta = \varphi(k)$ или соответственно $D \sim \varphi(k)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 99–02–16334.

Список литературы

[1] *Лоскутов А.Ю., Мушенков А.В., Одинцов А.И., Федосеев А.И., Федянович А.В.* // Квант. электрон. 1999. Т. 29. № 2. С. 127–131.
[2] *Напартович А.П., Сухоруков А.Г.* // Квант. электрон. 1998. Т. 25. № 1. С. 8587.
[3] *Moon F.C.* Chaotic and Fractal Dynamics. N.Y. John Wiley & Sons. Inc., 1992.
[4] *Силин В.П.* // Квант. электрон. 1999. Т. 26. № 1. С. 11–18.
[5] *Karman G.P., Woerdman J.P.* // Optics Lett. 1998. V. 23. N 24. P. 1909–1911.
[6] *Бункин Ф.В.* Избранные труды. М.: Наука — Физматлит, 1999.
[7] *Лямшев Л.М.* Лазерное термооптическое возбуждение звука. М.: Наука, 1989.
[8] *Schroeder M.* Fractals, Chaos, Power Laws. N.Y. Freeman & Co, 1990.
[9] *Татарский В.И.* Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. М.: Изд-во АН СССР, 1959.