

01;06

Тензорные функции Грина уравнений Максвелла плоскостойкой структуры металл–диэлектрик–ферромагнетик– диэлектрик–металл

© В.Е. Демидов, Б.А. Калиникос

С.-Петербургский государственный электротехнический университет
E-mail: eivt@eltech.ru

Поступило в Редакцию 5 апреля 2000 г.

Получены выражения для тензорных функций Грина уравнений Максвелла плоскостойкой структуры металл–диэлектрик–ферромагнетик–диэлектрик–металл, учитывающие электромагнитное запаздывание.

Спиновые волны, распространяющиеся в ферромагнитных пленках и слоистых структурах, широко используются для создания электрически перестраиваемых приборов обработки сверхвысокочастотных сигналов [1]. Среди них можно назвать такие устройства, как фильтры, резонаторы, линии задержки, подавители слабых сигналов, конвольверы и др. Обычно дисперсионные характеристики спиновых волн в ферромагнитных пленках и слоистых структурах на их основе рассчитываются с использованием приближения магнитостатики, т. е. без учета эффектов электромагнитного запаздывания. Это позволяет существенно упростить вид дисперсионных уравнений и даже в ряде случаев записать их в явном виде (см., например, [2,3]). Данный подход оправдан в случае небольших значений диэлектрических проницаемостей ферромагнитной пленки и окружающего пространства в диапазоне сравнительно невысоких частот (менее 10 GHz). К недостаткам магнитостатического приближения можно отнести значительную погрешность при попытке расчетов в миллиметровом диапазоне длин волн, а также в случае, если ферромагнитная пленка контактирует с объектами, обладающими большими значениями диэлектрической проницаемости.

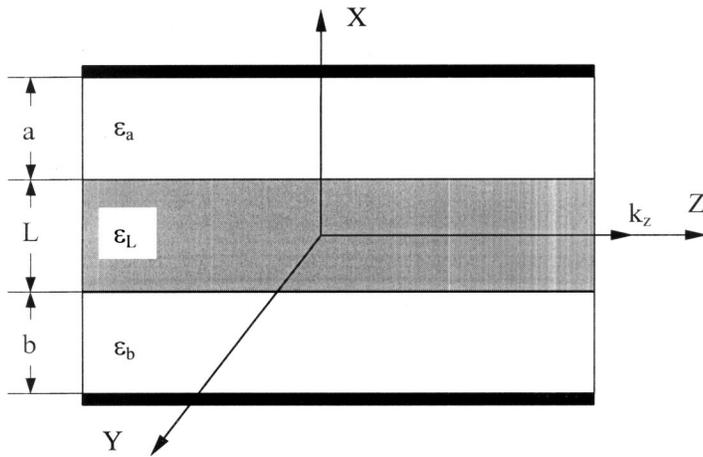
В последние годы возобновился интерес к созданию приборов обработки сверхвысокочастотных сигналов, для построения которых используются сегнетоэлектрические материалы, имеющие большие значения

диэлектрической проницаемости и изменяющие ее при приложении постоянного электрического поля (см., например, [4]). К достоинствам таких устройств относятся высокая скорость и малая энергоемкость электрической перестройки. Аналогичный механизм можно предложить также и для управления дисперсионными характеристиками спиновых волн в структурах, содержащих контактирующие слои ферромагнетика и сегнетоэлектрика. Для расчета таких структур необходимо построение теории спиновых волн, учитывающей электромагнитное запаздывание.

При построении теории нормальных спиновых колебаний и волн в ферромагнитных пленках и слоистых структурах на их основе обычно используются два подхода. Эти подходы отличаются методами совместного интегрирования уравнения движения намагниченности и уравнений Максвелла. При первом подходе из уравнения движения намагниченности находят выражения для компонент тензора магнитной проницаемости, которые потом используются при решении уравнений Максвелла. Второй подход основан на нахождении тензорных функций Грина системы уравнений Максвелла с учетом электродинамических граничных условий с последующим их использованием при решении уравнения движения намагниченности. Как было показано в [2], второй метод (метод тензорных функций Грина) является более удобным, особенно при решении задачи о спектре спиновых волн с учетом как диполь–дипольного, так и обменного взаимодействия. В частности, с помощью метода тензорных функций Грина были решены задачи о спектре и линейном возбуждении спиновых волн в ферромагнитных пленках и слоистых структурах [2,3]. Другим важным достоинством метода тензорных функций Грина является отсутствие необходимости в линеаризации уравнения движения намагниченности на первых шагах выкладок. Это делает данный метод более удобным для решения задач о нелинейных спиновых волнах (см., например, [5]).

В работе [2] были получены тензорные функции Грина для слоистых структур металл–диэлектрик–ферромагнетик–диэлектрик–металл (МДФДМ). Однако их вывод базировался на решении системы уравнений магнитостатики, что не позволяет применять их для описания структур, содержащих слои, обладающие большими значениями диэлектрической проницаемости, в частности, сегнетоэлектрические пленки.

Целью данной работы является получение выражений для тензорных функций Грина плоскостройной структуры МДФДМ, основанное на решении полной системы уравнений Максвелла, содержащей вихревые поля.



Геометрия структуры.

Рассматривается неограниченная в плоскости YOZ плоскопараллельная слоистая структура, состоящая из изотропной ферромагнитной пленки толщиной L , обладающей переменной намагниченностью \mathbf{m} и диэлектрической проницаемостью ϵ_L , отделенной с обеих сторон от идеально проводящих металлических экранов диэлектрическими слоями с толщинами a и b и диэлектрическими проницаемостями ϵ_a и ϵ_b соответственно (см. рисунок). Начало координат совмещено с центром ферромагнитного слоя.

Найдем связь волн магнитного поля $\mathbf{h} = \mathbf{h}_k(x) \exp(i(\omega t - k_z z))$ и электрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}_k(x) \exp(i(\omega t - k_z z))$ с волнами переменной намагниченности $\mathbf{m} = \mathbf{m}_k(x) \exp(i(\omega t - k_z z))$, вытекающую из полной системы уравнений Максвелла

$$\text{rot} \mathbf{h} = i\omega \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E},$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -i\omega \mu_0 (\mathbf{h} + \mathbf{m}),$$

$$\text{div} \mathbf{h} = -\text{div} \mathbf{m},$$

$$\text{div} \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

в виде

$$\mathbf{h}_k(x) = \int_{-L/2}^{L/2} \hat{G}_h(x, x'; k_z) \mathbf{m}_k(x') dx',$$

$$\mathbf{E}_k(x) = \int_{-L/2}^{L/2} \hat{G}_E(x, x'; k_z) \mathbf{m}_k(x') dx',$$

где $\hat{G}_h(x, x'; k_z)$, $\hat{G}_E(x, x'; k_z)$ — тензорные функции Грина системы уравнений (1).

Легко показать, что система (1) распадается на две независимые системы уравнений, одна из которых связывает компоненты электромагнитного поля (E^x, h^y, E^z) , другая — (h^x, E^y, h^z) . Первая тройка полей соответствует поперечным магнитным (ТМ), вторая — поперечным электрическим (ТЕ) волнам. При этом достаточно знать одну из компонент каждой тройки, а остальные компоненты могут быть выражены через них.

Выберем в качестве исходных компоненты h_x и E_z , так как они удовлетворяют нулевым граничным условиям на металлических поверхностях. Для их нахождения получаем два дифференциальных уравнения второго порядка:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} h_k^x - \gamma_i^2 h_k^x = -k_{0i}^2 m_k^x - \frac{\partial^2}{\partial x^2} m_k^x + ik_z \frac{\partial}{\partial x} m_k, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_k^z - \gamma_i^2 E_k^z = i\omega\mu_0 \frac{\partial}{\partial x} m_k^y, \quad (3)$$

где параметр γ_i равен γ_a , γ_b или γ_L соответственно для каждого из слоев причем

$$\begin{aligned} \gamma_L^2 &= k_z^2 - k_{0L}^2, & k_{0L}^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_L, \\ \gamma_a^2 &= k_z^2 - k_{0a}^2, & k_{0a}^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_a, \\ \gamma_b^2 &= k_z^2 - k_{0b}^2, & k_{0b}^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_b. \end{aligned}$$

Связь оставшихся компонент с исходными описывается выражениями:

$$E_k^y = -\frac{\omega\mu_0}{k_z} (h_k^x + m_k^x),$$

$$h_k^z = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial x} E_k^y - m_k^z,$$

$$h_k^y = \frac{i\omega\epsilon_0\epsilon_i}{\gamma_i^2} \frac{\partial}{\partial x} E_k^z + \frac{k_{0i}^2}{\gamma_i^2} m_k^y,$$

$$E_k^x = \frac{k_z}{\omega\epsilon_0\epsilon_i} h_k^y.$$

Решая уравнения (2) и (3) в каждом из слоев, получаем выражения для каждой из шести компонент электромагнитного поля, как функции переменной намагниченности. Эти выражения содержат константы, которые находятся путем удовлетворения граничным условиям на металлических поверхностях и поверхностях раздела слоев.

Разделяя вклады в соответствующие компоненты электромагнитного поля от различных компонент переменной намагниченности, окончательно получим выражения функций Грина. В ферромагнитном слое они имеют вид:

$$G_h^{xx} = -\delta(x-x') - \frac{k_z^2}{\gamma_L \sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \sinh(\gamma_L x_b) \sinh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \sinh(\gamma_L x_a) \sinh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases}$$

$$+ \frac{k_z^2}{\gamma_L N} \{ \sinh(\gamma_L x'_a) T_b G_3(x) + \sinh(\gamma_L x'_b) T_a G_4(x) \},$$

$$G_h^{xz} = -\frac{ik_z}{\sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \sinh(\gamma_L x_b) \cosh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \sinh(\gamma_L x_a) \cosh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases}$$

$$+ \frac{ik_z}{N} \{ \cosh(\gamma_L x'_a) T_b G_3(x) + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a G_4(x) \},$$

$$G_h^{zx} = \frac{ik_z}{\sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \cosh(\gamma_L x_b) \sinh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \cosh(\gamma_L x_a) \sinh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases}$$

$$- \frac{ik_z}{N} \{ \sinh(\gamma_L x'_a) T_b G_1(x) + \sinh(\gamma_L x'_b) T_a G_2(x) \},$$

$$G_h^{zz} = -\frac{\gamma_L}{\sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \cosh(\gamma_L x_b) \cosh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \cosh(\gamma_L x_a) \cosh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases}$$

$$+ \frac{\gamma_L}{N} \{ \cosh(\gamma_L x'_a) T_b G_1(x) + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a G_2(x) \},$$

$$\begin{aligned}
G_h^{yy} &= \frac{k_{0L}^2}{\gamma_L \sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \cosh(\gamma_L x_b) \cosh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \cosh(\gamma_L x_a) \cosh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases} \\
&\quad - \frac{k_{0L}^2}{\gamma_L N^y} \{ \cosh(\gamma_L x'_a) T_b^y G_1^y(x) + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a^y G_2^y(x) \}, \\
G_E^{xy} &= \frac{\omega \mu_0 k_z}{\gamma_L \sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \cosh(\gamma_L x_b) \cosh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \cosh(\gamma_L x_a) \cosh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases} \\
&\quad - \frac{\omega \mu_0 k_z}{\gamma_L N^y} \{ \cosh(\gamma_L x'_a) T_b^y G_1^y(x) + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a^y G_2^y(x) \}, \\
G_E^{yx} &= \frac{\omega \mu_0 k_z}{\gamma_L \sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \sinh(\gamma_L x_b) \sinh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \sinh(\gamma_L x_a) \sinh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases} \\
&\quad - \frac{\omega \mu_0 k_z}{\gamma_L N^y} \{ \sinh(\gamma_L x'_a) T_b G_3(x) + \sinh(\gamma_L x'_b) T_a G_4(x) \}, \\
G_E^{yz} &= \frac{i\omega \mu_0}{\sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \sinh(\gamma_L x_b) \sinh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \sinh(\gamma_L x_a) \sinh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases} \\
&\quad - \frac{i\omega \mu_0}{N} \{ \cosh(\gamma_L x'_a) T_b G_3(x) + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a G_4(x) \}, \\
G_E^{zy} &= \frac{i\omega \mu_0}{\sinh(\gamma_L d)} \begin{cases} \sinh(\gamma_L x_b) \cosh(\gamma_L x'_a) & x \geq x' \\ \sinh(\gamma_L x_a) \cosh(\gamma_L x'_b) & x < x' \end{cases} \\
&\quad - \frac{i\omega \mu_0}{N^y} \{ \cosh(\gamma_L x'_a) T_b^y G_3^y(x) + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a^y G_4^y(x) \}.
\end{aligned}$$

В слое a :

$$\begin{aligned}
G_h^{xx} &= -\frac{k_z^2}{\gamma_a N} \frac{\sinh(\gamma_a(x-a-L/2))}{\cosh(\gamma_a a)} (\sinh(\gamma_L x'_a) D_b + \sinh(\gamma_L x'_b) T_a), \\
G_h^{xz} &= -\frac{ik_z \gamma_L}{\gamma_a N} \frac{\sinh(\gamma_a(x-a-L/2))}{\cosh(\gamma_a a)} (\cosh(\gamma_L x'_a) D_b + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a), \\
G_h^{zx} &= \frac{ik_z}{N} \frac{\cosh(\gamma_a(x-a-L/2))}{\cosh(\gamma_a a)} (\sinh(\gamma_L x'_a) D_b + \sinh(\gamma_L x'_b) T_a),
\end{aligned}$$

$$G_h^{zz} = -\frac{\gamma_L \cosh(\gamma_a(x-a-L/2))}{N \cosh(\gamma_a a)} (\cosh(\gamma_L x'_a) D_b + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a),$$

$$G_h^{yy} = \frac{k_{0L}^2 \cosh(\gamma_a(x-a-L/2))}{\gamma_L N^y \cosh(\gamma_a a)} (\cosh(\gamma_L x'_a) D_b^y + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a^y),$$

$$G_E^{xy} = \frac{\omega \mu_0 k_z \epsilon_L \gamma_a \cosh(\gamma_a(x-a-L/2))}{\gamma_a N^y \epsilon_a \gamma_L \cosh(\gamma_a a)} (\cosh(\gamma_L x'_a) D_b^y + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a^y),$$

$$G_E^{yx} = \frac{\omega \mu_0 k_z \sinh(\gamma_a(x-a-L/2))}{\gamma_a N \cosh(\gamma_a a)} (\sinh(\gamma_L x'_a) D_b + \sinh(\gamma_L x'_b) T_a),$$

$$G_E^{yz} = \frac{\omega \mu_0 \gamma_L \sinh(\gamma_a(x-a-L/2))}{\gamma_a N \cosh(\gamma_a a)} (\cosh(\gamma_L x'_a) D_b + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a),$$

$$G_E^{zy} = -\frac{i \omega \mu_0 \epsilon_L \gamma_a \sinh(\gamma_a(x-a-L/2))}{N^y \epsilon_a \gamma_L \cosh(\gamma_a a)} (\cosh(\gamma_L x'_a) D_b^y + \cosh(\gamma_L x'_b) T_a^y).$$

В слое b :

$$G_h^{xx} = \frac{k_z^2 \sinh(\gamma_b(x+b+L/2))}{\gamma_b N \cosh(\gamma_b b)} (\sinh(\gamma_L x'_a) T_b - \sinh(\gamma_L x'_b) D_a),$$

$$G_h^{xz} = \frac{i k_z \gamma_L \sinh(\gamma_b(x+b+L/2))}{\gamma_b N \cosh(\gamma_b b)} (\cosh(\gamma_L x'_a) T_b - \cosh(\gamma_L x'_b) D_a),$$

$$G_h^{zx} = -\frac{i k_z \cosh(\gamma_b(x+b+L/2))}{N \cosh(\gamma_b b)} (\sinh(\gamma_L x'_a) T_b - \sinh(\gamma_L x'_b) D_a),$$

$$G_h^{zz} = \frac{\gamma_L \cosh(\gamma_b(x+b+L/2))}{N \cosh(\gamma_b b)} (\cosh(\gamma_L x'_a) T_b - \cosh(\gamma_L x'_b) D_a),$$

$$G_h^{yy} = -\frac{k_{0L}^2 \cosh(\gamma_b(x+b+L/2))}{\gamma_L N^y \cosh(\gamma_b b)} (\cosh(\gamma_L x'_a) T_b^y - \cosh(\gamma_L x'_b) D_a^y),$$

$$G_E^{xy} = -\frac{\omega \mu_0 k_z \epsilon_L \gamma_b \cosh(\gamma_b(x+b+L/2))}{\gamma_b N^y \epsilon_b \gamma_L \cosh(\gamma_b b)} (\cosh(\gamma_L x'_a) T_b^y - \cosh(\gamma_L x'_b) D_a^y),$$

$$G_E^{yx} = -\frac{\omega \mu_0 k_z \sinh(\gamma_b(x+b+L/2))}{\gamma_b N \cosh(\gamma_b b)} (\sinh(\gamma_L x'_a) T_b - \sinh(\gamma_L x'_b) D_a),$$

$$G_E^{yz} = -\frac{i \omega \mu_0 \gamma_L \sinh(\gamma_b(x+b+L/2))}{\gamma_b N \cosh(\gamma_b b)} (\cosh(\gamma_L x'_a) T_b - \cosh(\gamma_L x'_b) D_a),$$

$$G_E^{zy} = \frac{i\omega\mu_0}{N^y} \frac{\epsilon_L\gamma_b}{\epsilon_b\gamma_L} \frac{\sinh(\gamma_b(x+b+L/2))}{\cosh(\gamma_b b)} (\cosh(\gamma_L x'_a) T_b^y - \cosh(\gamma_L x'_b) D_a^y).$$

Остальные компоненты тензорных функций Грина тождественно равны нулю.

Выше обозначено:

$$G_1(x) = \cosh(\gamma_L(x+L/2)) + \frac{\gamma_L}{\gamma_b} \tanh(\gamma_b b) \sinh(\gamma_L(x+L/2)),$$

$$G_2(x) = -\cosh(\gamma_L(x-L/2)) + \frac{\gamma_L}{\gamma_a} \tanh(\gamma_a a) \sinh(\gamma_L(x-L/2)),$$

$$G_3(x) = \sinh(\gamma(x+L/2)) + \frac{\gamma_L}{\gamma_b} \tanh(\gamma_b b) \cosh(\gamma_L(x+L/2)),$$

$$G_4(x) = -\sinh(\gamma_L(x-L/2)) + \frac{\gamma_L}{\gamma_a} \tanh(\gamma_a a) \cosh(\gamma_L(x-L/2)),$$

$$N = \sinh(\gamma_L d) \left\{ \sinh(\gamma_L L) \left(1 + \frac{\gamma_L^2}{\gamma_a \gamma_b} \tanh(\gamma_a a) \tanh(\gamma_b b) \right) + \cosh(\gamma_L L) \left(\frac{\gamma_L}{\gamma_b} \tanh(\gamma_b b) + \frac{\gamma_L}{\gamma_a} \tanh(\gamma_a a) \right) \right\},$$

$$T_a = \sinh(\gamma_L a) - \frac{\gamma_L}{\gamma_b} \tanh(\gamma_b b) \cosh(\gamma_L a),$$

$$T_b = -\sinh(\gamma_L b) + \frac{\gamma_L}{\gamma_a} \tanh(\gamma_a a) \cosh(\gamma_L b),$$

$$D_a = \sinh(\gamma_L(a+L)) + \frac{\gamma_L}{\gamma_a} \tanh(\gamma_a a) \cosh(\gamma_L(a+L)),$$

$$D_b = \sinh(\gamma_L(b+L)) + \frac{\gamma_L}{\gamma_b} \tanh(\gamma_b b) \cosh(\gamma_L(b+L)),$$

$$x_a = x + a + L/2, \quad x_b = x - b - L/2, \quad d = a + b + L.$$

Элементы G_i^y , N^y , T_i^y , D_i^y получаются из элементов G_i , N , T_i , D_i заменой

$$\frac{\gamma_L}{\gamma_a} \rightarrow \frac{\epsilon_L \gamma_a}{\epsilon_a \gamma_L}, \quad \frac{\gamma_L}{\gamma_b} \rightarrow \frac{\epsilon_L \gamma_b}{\epsilon_b \gamma_L}.$$

Полученные выражения для компонент тензорных функций Грина могут быть использованы при решении широкого круга задач, связанных с исследованием как линейных, так и нелинейных спиновых волн,

распространяющихся в слоистых структурах МДФДМ произвольной поперечной геометрии.

Данная работа профинансирована Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 99–02–16370) и Министерством общего и профессионального образования Российской Федерации (грант № 97–8.3–13).

Список литературы

- [1] *Adam. J.D., Back D.M., Bandara K.M.S.V.* et al. Physics of thin films. Thin films for advanced electronic devices. Academic Press Inc., 1991.
- [2] *Калиникос Б.А.* // Изв. вузов. Физика. 1981. Т. 24. № 8. С. 42–56.
- [3] *Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А.* // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31. № 11. С. 24–53.
- [4] *Lancaster M.J., Powell J., Porch A.* // Supercond. Sci. Technol. 1998. V. 11. P. 1323–1334.
- [5] *Kostylev M.P., Kalinikos B.A., Doetsh H.* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1995. V. 145. P. 93–110.