01;09

Генерирование электромагнитных волн вращающимся слоем электронов в свободном пространстве

© *В.В. Долгополов, Ю.В. Кириченко*

Национальный научный центр
"Харьковский физико-технический институт"

Поступило в Редакцию 25 апреля 2000 г.

Теоретически исследовано генерирование аксиально неоднородных электромагнитных волн электронами, вращающимися в скрещенных полях в свободном пространстве (в отсутствие резонатора). Показано, что в условиях черенковского резонанса при достаточно большом радиальном электростатическом поле инкремент генерируемой волны растет с увеличением частоты. Поэтому сильные радиальные электростатические поля могут существенно увеличить частоты волн, генерируемых в подобных системах.

Теоретическое исследование генерирования аксиально однородных электромагнитных волн электронами, вращающимися вокруг заряженной нити в радиальном электростатическом, а также скрещенных радиальном электростатическом и аксиальном магнитном полях в свободном пространстве (в отсутствие резонатора) проведено в работах [1,2]. Оказалось, что частоты генерируемых волн удовлетворяют условию $\mathrm{Re}(\omega) \simeq mV/r$, где r — радиус слоя электронов, V — азимутальная скорость электронов, m — азимутальное волновое число. В этих работах найдены также условия, при которых инкремент неустойчивой волны растет с увеличением $|m|$. Однако результаты, полученные в [1,2], справедливы при довольно жестких ограничениях на $|m|$. В настоящей работе показано, что эти ограничения на $|m|$ могут быть сняты при генерировании аксиально неоднородных волн. Это позволяет надеяться на получение высокочастотных (субмиллиметровых) колебаний в подобных системах.

Рассмотрим неограниченный вдоль оси z (используется цилиндрическая система координат r, φ, z) цилиндрический слой электронов, вращающихся вокруг оси, на которой находится металлическая заряженная нить с линейной плотностью заряда Q. Радиус нити a предполагается малым, а ее проводимость большой настолько, что потерями в нити можно пренебречь. Электроны удерживаются на равновесных круговых орбитах радиальным электростатическим полем $E_0(r) = 2Q/r$ и внешним аксиальным магнитным полем B_0. Заметим, что $E_0(r)$ может иметь разные знаки. Зависимость всех возмущений от координат и времени определим множителем $\exp[i(m\varphi+k_z z-\omega t)]$, где $m \neq 0$, k_z — аксиальное волновое число. Мы пренебрегаем собственными постоянными электростатическим и магнитным полями слоя электронов. Исследование проводится в гидродинамическом приближении. Невозмущенная плотность электронов $n(r)$ отлична от нуля между поверхностями $r = r_-$ и $r = r_+$, причем

$$\delta = \frac{r_+ - r_-}{r_-} \ll 1. \qquad (1)$$

Вывод уравнения для компоненты E_φ поля возмущения в настоящей задаче затруднен по сравнению со случаем $k_z = 0$, рассмотренным в [1,2]. Связано это с тем, что при $k_z \neq 0$ все шесть компонент полей возмущения $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ оказываются связанными между собой. Поэтому предположим, что электроны находятся в условиях черенковского резонанса с волной возмущений

$$\omega_m(r_-) \equiv \omega - \frac{mV}{r_-} \simeq 0, \qquad (2)$$

где V — равновесная скорость электронов. Условие (2) позволяет в нерелятивистском приближении получить из уравнения $\mathrm{rot}\mathbf{E} = i\frac{\omega}{c}\mathbf{H}$ следующие соотношения между компонентами векторов $\mathbf{E}, \mathbf{H}$:

$$E_z = \frac{V}{c}H_r \simeq \frac{k_z r}{m}E_\varphi, \quad E_r + \frac{V}{c}H_z \simeq -i\frac{1}{m}\frac{d}{dr}(rE_\varphi). \qquad (3)$$

Эти формулы позволяют в свою очередь выразить возмущения плотности заряда ρ и тока $\mathbf{j}$ через E_φ и $\frac{d}{dr}(rE_\varphi)$. Затем из компонент уравнения $\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J} - i\frac{\omega}{c}\mathbf{E}$ получаем дифференциальное уравнение для E_φ:

$$\frac{d}{dr}\left\{\left(1 - \frac{\Omega^2}{W}\right) r\frac{d}{dr}(rE_\varphi) + \frac{\Omega^2 m r\omega_d}{W\omega_m}E_\varphi\right\} = \frac{\Omega^2 m\omega_d}{W\omega_m}\frac{d}{dr}(rE_\varphi)$$
$$+ \left\{k_z^2 r^2 + m^2 - \frac{\Omega^2 r^2 k_z^2}{\omega_m^2} - \frac{\Omega^2 m^2}{W}\left(1 - \frac{\omega_d}{\omega_m^2}\left(\frac{dV}{dr} - \frac{V}{r}\right)\right)\right\}, \qquad (4)$$

где $\Omega^2 = 4\pi e^2 n(r)/m_e$, $W = \omega_m^2 - \omega_d(\frac{V}{r} + \frac{dV}{dr} - \omega_c)$, $\omega_m = \omega - mV/r$, $\omega_d = 2V/r - w_c$, $\omega_c = eB_0/m_e c$; $-e < 0$ и m_e — заряд и масса электрона. Компоненты H_z и E_z полей возмущений удовлетворяют уравнениям

$$r\frac{d}{dr}\left(r\frac{d}{dr}E_z\right) + (\mathcal{K}^2 r^2 - m^2)E_z = -i\frac{4\pi\omega}{c^2}r^2 J_z + i4\pi k_z r^2 \rho, \tag{5}$$

$$r\frac{d}{dr}\left(r - \frac{d}{dr}H_z\right) + (\mathcal{K}^2 r^2 - m^2)H_z = i\frac{4\pi m}{c}rJ_r - \frac{4\pi}{c}r\frac{d}{dr}(rj_\varphi), \tag{6}$$

где $\mathcal{K}^2 = \omega^2/c^2 - k_z^2$. Можно показать, что в условиях черенковского резонанса (2) имеет место неравенство

$$\left|-\frac{4\pi\omega}{c^2}r^2 J_z + 4\pi k_z r^2 \rho\right| \ll \left|i\frac{4\pi m}{c}rJ_r - \frac{4\pi}{c}r\frac{d}{dr}(rj_\varphi)\right|, \tag{7}$$

равносильное условию

$$|m|\delta \ll 1, \tag{8}$$

которое выполняется в силу предположений (1) и (2). Неравенство (7) означает, что $|H_z| \gg |E_z|$, то есть в условиях черенковского резонанса цилиндрический слой электронов генерирует преимущественно H-волну.

Учитывая, что слой электронов является узким (1), решение уравнения (4) в области $r_- \leqslant r \leqslant r_{+,}$, как и в работах [1,2], можно искать методом последовательных приближений. В результате с точностью до слагаемого первого порядка по малому параметру δ получим граничные условия, связывающие поля в области $a < r < r_-$ с полями в области $r > r_+$:

$$\frac{dH_z}{dr}\Big|_{r_+} = \frac{dH_z}{dr}\Big|_{r_-}, \qquad H_z|_{r_+} - H_z|_{r_-} = \frac{1}{\omega_m (r_-)^2} G \frac{dH_z}{dr}\Big|_{r_-}, \tag{9}$$

где

$$G = \int\limits_{r_-}^{r_+} dr \Omega^2 \frac{2E_0(r)/m_e r - \Omega^2 - \mu^2 w_c^2}{2E_0(r)/m_e r + \Omega^2 + \omega_c^2}, \tag{10}$$

где $\mu = k_z r_-/m$. В (10) учтено, что $|\mu| \ll 1$. Решать уравнение (6) в области вакуума мы будем в предположении

$$\left|\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2\right| r^2 \ll 4|m|. \tag{11}$$

Сначала рассмотрим случай $\mathcal{K}^2 > 0$. Условие (11) позволяет воспользоваться разложениями функций Бесселя и Неймана при $a < r < r_-$ и функций Ханкеля при $r_+ < r$ по малому аргументу. Сшивая полученные таким образом поля с помощью (9), получим для случая $\mathcal{K}^2 > 0$ дисперсионное уравнение

$$\omega_m(r_-)^2 = -\frac{|m|}{2r_-}\frac{\eta - 1}{\eta}G\{1 - 2i\Delta\}, \tag{12}$$

где $\Delta = \frac{\eta-1}{2\eta}\frac{\pi(r_-\mathrm{Re}K)^{2|m|}}{(|m|-1)!|m|!2^{2|m|}} \ll 1$, $\eta = (r_-/a)^{2|m|} > 1$. Параметр Δ характеризует потери на излучение в свободное пространство при $\mathcal{K}^2 > 0$. При $\mathcal{K}^2 \leqslant 0$ имеем $\Delta = 0$. Из уравнения (12) следует, что

$$\mathrm{Re}(\omega) \simeq \frac{mV}{r_-}. \tag{13}$$

При достаточно больших электрических полях $E_0(r)$, когда выполняется условие $G > 0$, из уравнения (12) получаем инкремент нарастающей во времени волны

$$\mathrm{Im}(\omega) = |m|^{1/2}\left(\frac{\eta^{-1}}{2r_-\eta}\right)^{1/2} G^{1/2}. \tag{14}$$

Из соотношений (13), (14) следует, что при $G > 0$ инкремент и частота растут с увеличением $|m|$. Комплексная частота ω, являющаяся решением уравнения (12), зависит от k_z в членах порядка $\delta^{1/2}$. Другими словами, зависимость ω от k_z является очень слабой. Это позволяет соответствующим выбором k_z (так, чтобы $k_z \sim \omega/c$) удовлетворить неравенству (11) при любых m. Это означает, что ограничений на $|m|$, связанных со скоростью V [1,2], нет. Однако имеется ограничение (8), обусловленное конечностью параметра δ. Следовательно, радиальное электростатическое поле, удовлетворяющее условию

$$E_0(r_-) > 0, \quad \frac{2eE_0(r_-)}{m_e r_-} > \bar{\Omega}^2 + \mu^2\omega_c^2, \tag{15}$$

может существенно увеличить частоту генерируемых волн, независимо от значения магнитного поля, включая случай $B_0 = 0$ ($\bar{\Omega}$ — среднее значение плазменной частоты). При $G < 0$ нарастание волн обусловлено диссипативными эффектами. Инкременты этих волн малы и убывают с ростом $|m|$. При $\mathcal{K}^2 \leqslant 0$ генерируемая в бесконечном трубчатом пучке волна не теряет энергию на излучение в свободное пространство. Полубесконечный же трубчатый пучок будет излучать со своего торца.

Список литературы

[1] *Долгополов В.В., Кириченко Ю.В.* // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 21. С. 1–4.
[2] *Долгополов В.В., Кириченко Ю.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2000. Т. 43. С. 29–33.