

01;07

## Антиотражающие поверхностные покрытия с непрерывно изменяющимся комплексным показателем преломления

© П.В. Адамсон

Институт физики Тартуского университета, Эстония

Поступило в Редакцию 4 мая 2000 г.

Рассмотрены не отражающие электромагнитное излучение покрытия (на базе тонких пленок с неоднородным комплексным показателем преломления) для поглощающих материалов. Получены зависимости отражательной способности от толщины пленки в единицах длины волны, оптических постоянных сред и угла падения излучения. Показано, что именно посредством поглощающих материалов можно создать поверхности с рекордно низкими значениями коэффициента отражения.

Высокоэффективные антиотражающие поверхностные покрытия представляют значительный практический интерес. В последние годы в центр внимания (вместо многослойных систем из однородных пленок) поднялись однослойные покрытия с неоднородным распределением показателя преломления [1–3]. Особенно актуальна проблема полного подавления отражения электромагнитного излучения от сильнопоглощающих веществ — от полупроводников (солнечные батареи) и металлов (например, авиационная техника — ”невидимые” самолеты). Однако известные методы синтеза антиотражающих покрытий применимы лишь в том случае, если материалы являются полностью прозрачными (показатели преломления всех сред могут иметь только вещественные значения) [1,4,5].

Цель данной заметки — исследовать характеристики антиотражающих покрытий с непрерывно изменяющимся комплексным показателем преломления.

Рассмотрим отражение плоской электромагнитной волны с вакуумной длиной волны  $\lambda$  под углом падения  $\varphi_a$  от тонкой пленки  $f$  с толщиной  $d_f$  и неоднородным лишь в поперечном к пленке направлении (вдоль оси  $z$ ) комплексным показателем преломления  $\hat{n}_f(z) = n_f(z) - ik_f(z)$

на массивной однородной подложке  $s$  с постоянным комплексным показателем преломления  $\hat{n}_s = n_s - ik_s$  в прозрачной окружающей среде  $a$  с действительным постоянным показателем преломления  $n_a$ , причем магнитные проницаемости всех сред положим равными единице. Поскольку аналитическое решение задачи отражения от неоднородной пленки известно только для некоторых профилей показателя преломления [6,7] и выражения для коэффициента отражения имеют достаточно сложный вид уже при вещественных значениях показателя преломления, то в настоящей работе для решения задачи отражения используется более универсальный подход — прямое численное интегрирование дифференциального волнового уравнения.

Метод численного расчета отражательной способности пленки с неоднородным комплексным показателем преломления заключается в следующем. В неоднородной среде  $f$  волновое уравнение имеет вид:

$$\frac{d^2 \hat{U}_f}{dz^2} - \alpha \frac{d}{dz} [\ln \hat{n}_f^2(z)] \frac{d \hat{U}_f}{dz} + \hat{\kappa}_f^2 \hat{U}_f = 0, \quad (1)$$

где  $\alpha \equiv 0$  для  $s$ -поляризации и  $\alpha \equiv 1$  в случае  $p$ -поляризации здесь и в дальнейшем,  $\hat{U}_f = U_{1f} + iU_{2f}$  — искомое решение,  $\hat{\kappa}_f = k_0 \left( \hat{n}_f^2(z) - n_a^2 \sin^2 \varphi_a \right)^{1/2}$  и  $k_0 = 2\pi/\lambda$ . Для численного анализа уравнения (1) приводим его к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} U'_{1f} &= U_{3f}, \\ U'_{2f} &= U_{4f}, \\ U'_{3f} &= k_0^2 \left[ (n_a^2 \sin^2 \varphi_a - \varepsilon_f) U_{1f} + \varepsilon_f^{(i)} U_{2f} \right] + \alpha [K_1 U_{3f} + K_2 U_{4f}] / M, \\ U'_{4f} &= k_0^2 \left[ (n_a^2 \sin^2 \varphi_a - \varepsilon_f) U_{2f} - \varepsilon_f^{(i)} U_{1f} \right] + \alpha [K_1 U_{4f} - K_2 U_{3f}] / M, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где

$$\varepsilon_f - i\varepsilon_f^{(i)} = (n_f - ik_f)^2, \quad K_1 = 2[n_f n'_f + k_f k'_f],$$

$$K_2 = 2[k_f n'_f - n_f k'_f], \quad M = n_f^2 + k_f^2.$$

Для решения системы (2) существует много различных алгоритмов. Нами использовалась весьма надежная и удобная с точки зрения

практического применения схема Рунге–Кутта–Фельберга четвертого-пятого порядка [8,9]. В качестве стартовой линии выбиралась плоскость  $z = d_f$ . Так как в однородной подложке существует только уходящая волна  $\hat{U}_s = C \exp(i\hat{\chi}_s z)$ , где  $\hat{\chi}_s = \chi_s + i\chi_s^{(i)} = k_0(\hat{n}_s^2 - n_d^2 \sin^2 \varphi_d)^{1/2}$  и  $C$  — произвольная ( $C \neq 0$ ) постоянная (определяется амплитудой волны и поэтому можно положить  $C = 1$ ), то из условий непрерывности  $\hat{U}_f(d_f) = \hat{U}_s(d_f)$  и  $\hat{U}'_f(d_f) = \hat{U}'_s(d_f)$  получим следующие начальные условия для  $s$ -поляризации:

$$\left. \begin{aligned} U_{1f}(d_f) &\equiv f_1 = (\cos \chi_s d_f) \exp(-\chi_s^{(i)} d_f), \\ U_{2f}(d_f) &\equiv f_2 = (\sin \chi_s d_f) \exp(-\chi_s^{(i)} d_f), \\ U_{3f}(d_f) &= -(\chi_s f_2 + \chi_s^{(i)} f_1), \\ U_{4f}(d_f) &= \chi_s f_1 - \chi_s^{(i)} f_2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В случае  $p$ -поляризации на границах раздела двух сред должны иметь место соотношения  $\hat{U}_f(d_f) = \hat{U}_s(d_f)$  и  $[\hat{n}_f(d_f)]^{-2} \hat{U}'_f(d_f) = \hat{n}_s^{-2} \hat{U}'_s(d_f)$  и, следовательно, в этом случае также  $U_{1f}(d_f) = f_1$  и  $U_{2f}(d_f) = f_2$ , а

$$\left. \begin{aligned} U_{3f}(d_f) &= \left[ (\varepsilon_s^{(i)} \varepsilon_d - \varepsilon_s \varepsilon_d^{(i)}) (\chi_s f_1 - \chi_s^{(i)} f_2) \right. \\ &\quad \left. - (\varepsilon_s \varepsilon_d + \varepsilon_s^{(i)} \varepsilon_d^{(i)}) (\chi_s f_2 + \chi_s^{(i)} f_1) \right] / L, \\ U_{4f}(d_f) &= \left[ (\varepsilon_s^{(i)} \varepsilon_d^{(i)} + \varepsilon_s \varepsilon_d) (\chi_s f_1 - \chi_s^{(i)} f_2) \right. \\ &\quad \left. + (\varepsilon_s^{(i)} \varepsilon_d - \varepsilon_s \varepsilon_d^{(i)}) (\chi_s f_2 + \chi_s^{(i)} f_1) \right] / L, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\varepsilon_s - i\varepsilon_s^{(i)} = (n_s - ik_s)^2$ ,  $\varepsilon_d \equiv \varepsilon_f(d_f)$ ,  $\varepsilon_d^{(i)} \equiv \varepsilon_f^{(i)}(d_f)$  и  $L = \varepsilon_s^2 + (\varepsilon_s^{(i)})^2$ . Рассчитав значения  $U_1, \dots, U_4$  в точке  $z = 0$  и учитывая, что в среде  $a$  решение имеет вид

$$\hat{U}_a = \hat{A} \exp(i\chi_a z) + \hat{B} \exp(-i\chi_a z), \quad (5)$$

получим из граничных условий в точке  $z = 0$  для комплексных амплитуд падающей ( $\hat{A}$ ) и отраженной ( $\hat{B}$ ) волн

$$\hat{A} = \left[ \hat{U}_f(0) + (\hat{U}'_f(0)/(i\chi_a \hat{p})) \right] / 2, \quad (6)$$

$$\hat{B} = \left[ \hat{U}_f(0) - (\hat{U}'_f(0)/(i\kappa_a \hat{p})) \right] / 2, \quad (7)$$

где  $\hat{U}_f(0) = U_{1f}(0) + iU_{2f}(0)$ ,  $\hat{U}'_f(0) = U_{3f}(0) + iU_{4f}(0)$ ,  $\kappa_a = k_0 n_a \cos \varphi_a$  и  $\hat{p} \equiv 1$  для  $s$ -поляризации и  $\hat{p} = (\hat{n}_f(0)/n_a)^2$  для  $p$ -поляризации. Энергетический коэффициент отражения от неоднородной пленки  $R_{s,p} = (|\hat{B}|/|\hat{A}|)^2$ .

В данной работе рассматривались неоднородные покрытия, вещественная часть показателя преломления которых описывается стандартными профилями типа

$$n_f(z) = n_{f0} + (n_{fd} - n_{f0})(z/d_f)^a, \quad (8)$$

$$n_f(z) = n_{f0} n_{fd} [n_{fd} - (n_{fd} - n_{f0})(z/d_f)]^{-1}, \quad (9)$$

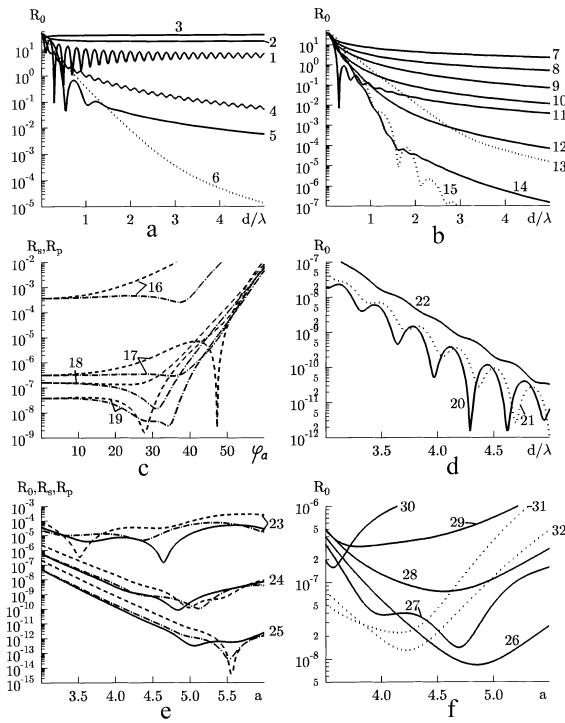
$$n_f(z) = n_{f0} (n_{fd}/n_{f0})^{(z/d_f)} \quad (10)$$

или специальным профилем, предложенным в [10]:

$$n_f(z) = n_{f0} + (n_{fd} - n_{f0}) [10(z/d_f)^3 - 15(z/d_f)^4 + 6(z/d_f)^5], \quad (11)$$

а мнимая часть (коэффициент экстинкции)  $k(z)$  — только профилями (8) и (11), где вместо  $n_{f0}$  и  $n_{fd}$  выступают величины  $k_{f0}$  и  $k_{fd}$ . Смысл этих величин состоит в следующем:  $n_{f0}$  и  $n_{fd}$  — значения вещественной части показателя преломления и  $k_{f0}$  и  $k_{fd}$  — коэффициента экстинкции в плоскостях  $z = 0$  (граница раздела пленка–окружающая среда) и  $z = d_f$  (граница раздела пленка–подложка) соответственно.

Расчеты (рис. 1, а) ясно показывают, что при наличии поглощения в материале ( $k_s \neq 0$ ) прозрачные неоднородные покрытия ( $k(z) = 0$ ) уже не позволяют эффективно уменьшить отражательную способность. Эффекта не будет и в том случае, если на поверхности поглощающего материала только действительная часть его показателя преломления непрерывно изменяется до значения  $n_a$ , а  $k(z) = k_s = \text{const}$  или, наоборот,  $k(z) \rightarrow 0$ , но  $n_f(z) = n_s = \text{const}$ . Существенное снижение отражательной способности поглощающего материала достигается лишь таким поверхностным покрытием, у которого как вещественная, так и мнимая части показателя преломления одновременно непрерывно изменяются от значений подложки до значений этих величин в окружающей среде. При этом результат сильно зависит от типа применяемого



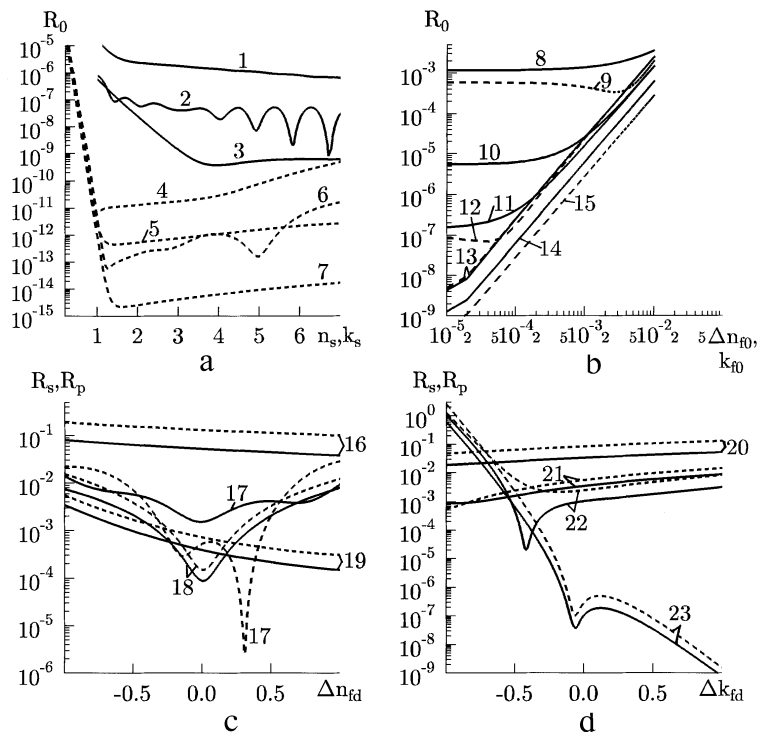
**Рис. 1.** Зависимость отрагательной способности при нормальном падении  $R_0$  (сплошные кривые и пунктиры) от  $d_f/\lambda$  (*a, b, d*) и при наклонном падении для  $p$ -поляризации  $R_p$  (штрихпунктиры) и  $s$ -поляризации  $R_s$  (штриховые кривые) от  $\varphi_a$  (*b*) в отсутствие скачков оптических постоянных на границах раздела сред ( $n_{f0} = n_a - 1.0$ ,  $k_{f0} = 0$ ,  $n_{fd} = n_s$  и  $k_{fd} = k_s$ , за исключением кривых 1 ( $k(z) = 0$ ,  $n_{f0} = n_a$ ,  $n_{fd} = n_s$ ), 2 ( $k(z) = k_s$ ,  $n_{f0} = n_a$ ,  $n_{fd} = n_s$ ) и 3 ( $n(z) = n_s$ ,  $k_{f0} = 0$ ,  $k_{fd} = k_s$ )) и в случае разных профилей для  $n(z)$ : (8), где  $a = 1.0 - 1, 2, 4$  и  $9, 2.0 - 12, 3.0 - 14, 3.5 - 17, 4.3 - 19, 4.8 - 20, 5.0 - 5, 15$  и  $21, 5.5 - 18$  и  $22, 0.5 - 7$ ; (9), где  $a = 1.0 - 10$  и  $11$ ; (10) —  $8$  и (11) —  $6, 13$  и  $16$  и для  $k(z)$ : (8), где  $a = 1.0 - 3, 9$  и  $10, 2.0 - 12, 3.0 - 14, 3.5 - 17, 4.0 - 11, 4.3 - 19, 4.8 - 20, 5.0 - 15$  и  $21, 5.5 - 18$  и  $22, 0.5 - 7$  и  $8$  и (11) —  $13$  и  $16$ , и зависимость  $R_0$  и  $R_{s,p}$  при  $\varphi_a = 30^\circ$  от параметра  $a$  (*e* и *f*), если  $n(z)$  и  $k(z)$  оба описываются одинаковым профилем (8) и  $d_f/\lambda = 2.0 - 23, 4.0 - 24, 6.0 - 25$  и  $3.0 - 26-32, n_s = 4.0 - 1-30, 2.0 - 32, 1.3 - 31, k_s = 0.0 - 4-6, 1.0 - 2, 7-25, 27, 31$  и  $32, 2.0 - 1, 3$  и  $26, 3.0 - 28, 4.0 - 29, 5.0 - 30$ .

профиля неоднородности для  $n_f$  и  $k_f$  (рис. 1, *b* и *d*). Если для полностью прозрачных материалов лучшие результаты дает антиотражающее покрытие с профилем показателя преломления (11), то в случае поглощающих материалов самые малые значения коэффициента отражения получаются тогда, когда  $n(z)$  и  $k(z)$  оба описываются профилем (8), причем оптимальное значение параметра в выражении (8) сильнее всего зависит от  $d_f/\lambda$  (рис. 1, *e*) и  $k_s$  (рис. 1, *f*), в меньшей степени от  $\varphi_a$  (рис. 1, *c* и *e*) и  $n_s$  (рис. 1, *f*). Обратим внимание и на то, что рекордно низкие значения отражательной способности при нормальном падении (рис. 1, *d*) оказываются на несколько порядков меньшими, чем соответствующие значения для прозрачных материалов, полученных с помощью профиля (11). При больших углах наклонного падения отражательная способность увеличивается практически линейно от  $\varphi_a$  ( $R_{s,p} \rightarrow 1$  при  $\varphi_a \rightarrow 90^\circ$ ).

Таким образом, поглощающие материалы позволяют создать более эффективные широкополосные антиотражающие поверхности, чем прозрачные материалы. Это хорошо видно и на рис. 2, *a*, где приведена прямая зависимость коэффициента отражения при нормальном падении  $R_0$  от  $n_s$  и  $k_s$ : отражательная способность резко падает, если  $k_s$  растет от 0 до  $\sim 1$ , при этом конкретное значение действительной части показателя преломления особой роли не играет. Однако это так только в том случае, если весьма точно выполняются равенства  $n_{f0} = n_a$  и  $k_{f0} = 0$ . Зависимость отражательной способности от скачков  $\Delta n_{f0} = n_{f0} - n_a$  и  $k_{f0}$  приведена на рис. 2, *b*, откуда следует, что в случае прозрачных и слабопоглощающих материалов при сверхмалых значениях этих величин ( $\Delta n_{f0}, k_{f0} \lesssim 10^{-2}$ ) практически отсутствует зависимость  $R_0$  от скачков оптических постоянных в точке  $z = 0$ . Для сильнопоглощающих материалов эта зависимость в первом приближении имеет линейный характер. Если  $k_{f0} < \Delta n_{f0}$ , то влияние скачка  $k_{f0}$  почти не заметно.

Влияние скачков  $\Delta n_{fd} = n_{fd} - n_s$  или  $\Delta k_{fd} = k_{fd} - k_s$  так остро не проявляется, особенно тогда, когда  $\Delta n_{f0} \neq 0$ . Иногда даже выгодно, если  $n_{fd} \neq n_s$  и  $k_{fd} \neq k_s$  (рис. 2, *c* и *d*). Заметим еще, что в случае  $\Delta n_{fd} = 0$  может возникнуть сильная асимметрия в зависимости отражательной способности от  $\Delta k_{fd}$  (рис. 2, *d*, кривые 23).

В заключение сформулируем основные выводы. Антиотражающие поверхности с самыми низкими коэффициентами отражения можно получить на основе не прозрачных, а поглощающих материалов, у которых в тонком поверхностном слое (в поверхностном покрытии)



**Рис. 2.** Зависимость  $R_0$  от  $n_s$ , если  $k_s = \text{const}$  (сплошные кривые), и от  $k_s$ , если  $n_s = \text{const}$  (штриховые кривые), в отсутствие скачков оптических постоянных на границах раздела сред ( $n_{f0} = n_a$ ,  $n_{fd} = n_s$ ,  $k_{f0} = 0$  и  $k_{fd} = k_s$ ) — а и от скачков  $\Delta n_{f0}$  ( $k_{f0} = 0$ ,  $n_{fd} = n_s$  и  $k_{fd} = k_s$  (сплошные кривые)) и  $k_{f0}$  ( $n_{f0} = n_a$ ,  $n_{fd} = n_s$  и  $k_{fd} = k_s$  (штриховые кривые)) — б и зависимость  $R_p$  (сплошные кривые) и  $R_s$  (штриховые кривые) для  $\varphi_a = 45^\circ$  от скачков  $\Delta n_{fd}$  ( $k_{fd} = k_s$ ,  $n_{f0} = n_a$  и  $k_{f0} = 0$ ) — с и  $\Delta k_{fd}$  ( $n_{f0} = n_a$ ,  $k_{f0} = 0$  и  $n_{fd} = n_s$ ) — д в случае, когда  $n(z)$  и  $k(z)$  оба описываются профилем (8), где  $a = 4.8$ .  $d_f/\lambda = 3.0$  — а, 5.0 — б, 2.0 — с и д.  $n_s = 4.0$  — 4, 5, 7, 9, 12, 13 (сплошная кривая), 14–18, 20, 22 и 23; 2.5 — 19; 1.5 — 6, 8, 10, 11, 13 (штриховая кривая), 21.  $k_s = 0.0$  — 8; 0.1 — 9; 0.2 — 10; 0.5 — 11, 12, 17 и 18; 0.7 — 1; 1.0 — 2, 13 (штриховая кривая), 14, 15, 22 и 23; 2.0 — 19 и 21; 4.0 — 3; 5.0 — 20; 6.0 — 13 (сплошная кривая) и 16.  $n_a = 1.0$  — 2, 4, 9, 12, 13, 16, 17, 20 и 22; 1.3 — 1, 3, 5, 6, 8, 10, 11, 19 и 21; 2.0 — 7, 14 и 18; 3.0 — 15 и 23.

как вещественная, так и мнимая часть комплексного показателя преломления непрерывно изменяются от значений подложки до значений окружающей среды. Решающим фактором для достижения рекордно низкой отражательной способности является максимально точное согласование оптических постоянных сред на границе раздела поверхностное покрытие–окружающая среда, что технологически вполне осуществимо (даже в том случае, если  $n_a = 1$  [11]).

## Список литературы

- [1] *Inhomogeneous and Quasi-Inhomogeneous Optical Coatings* / Ed. by J.A. Dobrowolski, P.G. Verly // Proc. SPIE. 1993. V. 2046.
- [2] *Kidemo M., Hunderi O., Drevillon B.* // J. Opt. Soc. Am. A. 1997. V. 14. N 4. P. 931–939.
- [3] *Sahoo N.K., Shapiro A.P.* // Appl. Opt. 1998. V. 37. N 4. P. 698–718.
- [4] *Verly P.G., Dobrowolski J.A., Willey R.R.* // Appl. Opt. 1992. V. 31. N 19. P. 3836–3846.
- [5] *Tikhonravov A.V., Dobrowolski J.A.* // Appl. Opt. 1993. V. 32. N 22. P. 4265–4275.
- [6] *Lekner J.* Theory of Reflection of Electromagnetic and Particle Waves. Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1987.
- [7] *Chew W.C.* Waves and Fields in Inhomogeneous Media. New York: IEEE Press, 1995.
- [8] *Fehlberg E.* // Computing. 1970. V. 6. P. 61–71.
- [9] *Shampine L.F., Watts H.A., Davenport S.M.* // SIAM Review. 1976. V. 18. N 3. P. 376–411.
- [10] *Southwell W.H.* // Opt. Lett. 1983. V. 8. N 11. P. 584–586.
- [11] *Grann E.B., Moharam M.G., Pommet D.A.* // J. Opt. Soc. Am. A. 1995. V. 12. N 2. P. 333–339.