01;09

Управление колебаниями автостохастической системы

© Б.Е. Железовский, Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН, Фрязино

Поступило в Редакцию 16 мая 2000 г.

Приведены результаты численного анализа неавтономной автоколебательной системы, имеющей аттрактор Чена. Исследуемые уравнения записаны в форме уравнений для связанных генераторов с инерционностью. Показано, что при однонаправленном воздействии регулярного сигнала на хаотические автоколебания и, наоборот, — хаотических колебаний на регулярные, возможно управление автоколебаниями.

Управление колебаниями автостохастических систем широко исследуется в настоящее время [1–7]. Помимо прикладного значения для создания систем связи с использованием синхронизированного динамического хаоса такие исследования представляют интерес для теории нелинейных колебаний. С появлением автоколебательных систем с хаотическим поведением произошло коренное изменение теоретических воззрений на многие нелинейные явления в различных областях науки и техники.

В настоящей работе рассматривается управление колебаниями системы с хаотической динамикой, имеющей аттрактор Чена [8]. Исследуются дестохастизация хаотических колебаний с помощью внешнего регулярного сигнала и хаотизация регулярных движений при воздействии внешних хаотических колебаний. Управляемый и управляющий генераторы описываются уравнениями генераторов с инерционностью.

Систему нелинейных дифференциальных уравнений для двух генераторов с инерционностью при однонаправленной связи, используя общее выражение для одного генератора с инерционностью [9], можно представить в виде

$$\ddot{x}_i + 2\delta_i x_i + \omega_i^2 x_i = -\omega_i z_i + f_i(x_i, z_i) + m\dot{x}_2$$
$$\dot{z}_i + b_i z_i = a_i x_i + \varphi_i(x_i). \qquad (1)$$

Здесь $i = 1, 2$; x_i, z_i — переменные, зависящие от времени t; δ_i, ω_i, a_i, b_i, m — постоянные (m — коэффициент связи); $f_i(x_i, z_i)$ и $\varphi_i(x_i)$ — нелинейные функции.

Конкретными выражениями нелинейных функций определяются свойства парциальных генераторов системы (1). В частности, как показано в [9], классические уравнения Лоренца [10] могут быть преобразованы к общему виду уравнений одного парциального генератора, получающихся из (1) при $i = 1$, $m = 0$. Известные уравнения Чена [8]

$$\dot{x} = \sigma(y - x),$$

$$\dot{y} = \alpha y - rx - xz,$$

$$\dot{z} = xy - bz$$

также могут быть преобразованы к форме уравнений для генератора с инерционностью. На основе уравнений Чена можно записать систему для двух генераторов (1), если, исключая переменную y и вводя индекс i, представить нелинейные функции в виде

$$f_i(x_i, z_i) = -(1.5\omega_i x_i + 0.5x_i^2 + z_i)x_i + \sigma_i(\alpha_i - 2r_i + 1)(x_i + \omega_i), \tag{2}$$

$$\varphi_i(x_i) = (\sigma_i - 0.5b_i)x_i^2.$$

Коэффициенты b_i, r_i, σ_i, α_i в уравнениях (1), (2) совпадают с соответствующими постоянными в уравнениях Чена, если в последних ввести индекс i. При этом остальные коэффициенты (α_i, δ_i, ω_i) определяются следующими соотношениями:

$$a = (2\sigma_i - b_i)\omega_i, \quad 2\delta_i = \sigma_i - \alpha_i, \quad \omega_i^2 = b_1(r_i - 1). \tag{3}$$

Уравнения Чена при $\sigma = 35$, $\alpha = 28$, $r = 7$, $b = 3$ обладают своеобразным хаотическим аттрактором (аттрактором Чена) в проекции на плоскость $\{x, z\}$. Такими же аттракторами в проекции на плоскость $\{x_i, z_i\}$ при тех же значениях постоянных ($\sigma_i = 35$, $a_i = 28$, $r_i = 7$, $b_i = 3$) обладают парциальные генераторы с инерционностью, описываемые уравнениями (1)–(3) при $m = 0$.

Исследование управления автоколебаниями проводилось при использовании уравнений (1)–(3). Режимы принудительной дестохастизации и стохастизации исследовались соответственно, когда $\sigma_1 = 36$,

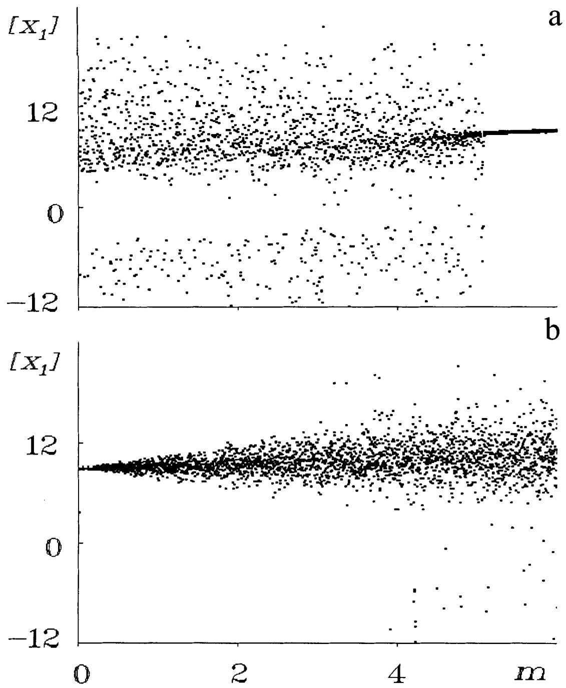

Рис. 1. Бифуркационные диаграммы изменения максимальных значений колебательного процесса $x_1(t)$ при дестохастизации хаотических (a) и при хаотизации регулярных (b) автоколебаний в зависимости от параметра связи.

$\sigma_2 = 30.5$ и $\sigma_1 = 30.5$, $\sigma_2 = 36$. При этом остальные параметры парциальных генераторов имели следующие значения:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 28, \quad r_1 = r_2 = 7, \quad b_1 = b_2 = 3.$$

На рис. $1, a, b$ приведены бифуркационные диаграммы, иллюстрирующие дестохастизацию хаотических колебаний (a) и хаотизацию регулярных колебаний (b) при неавтономных режимах работы. На нем показаны изменения максимальных значений колебательного процесса $x_1(t)$ (обозначенных $[x_1]$) при хаотических автономных автоколебаниях (a) и при регулярных (b) в зависимости от параметра связи m. При этом воздействующие колебания $x_2(t)$ были соответственно регулярными (a) или хаотическими (b).

Как видно (рис. $1, a$), при воздействии регулярного сигнала переход от хаотического режима к регулярному происходит жестким образом (при $m = 5.1$). В то же время при приближении параметра связи к этому значению видна тенденция перехода в режим регулярных колебаний. Это проявляется в "сгущении" точек, определяющих максимальные значения колебательного процесса.

Дестохастизация колебаний и установление синхронизма между колебаниями генераторов свидетельствует о наличии внутреннего резонанса автостохастической системы. Тот факт, что дестохастизация колебательного процесса происходит жестким образом, означает, что существует порог синхронизации по амплитуде внешнего сигнала. Порог синхронизации может являться критерием стохастичности [11].

При регулярных автономных колебаниях их принудительная хаотизация, в отличие от процесса дестохастизации, развивается мягко. Это видно из рис. $1, b$. Происходит относительно плавное увеличение разброса максимальных значений колебательного процесса $x_1(t)$ по мере увеличения параметра m, определяющего в данном случае интенсивность воздействия хаотических колебаний $x_2(t)$. Это свидетельствует об отсутствии порога хаотизации. При этом управляемые и управляющие колебания не синхронизированы. Имеют место асинхронные взаимодействия, аналогичные наблюдающимся в асинхронном режиме вблизи границы полосы захвата в неавтономных системах с регулярной динамикой [12].

Характерные спектры мощности и соответствующие им аттракторы, иллюстрирующие процессы принудительной синхронизации и хаотизации, представлены на рис. 2.

На рис. $2, a$ показан спектр автономных хаотических колебаний, а на рис. $2, b$ — соответствующий ему аттрактор в проекции на плоскость $\{x_1, z_1\}$. Применительно к диаграмме рис. $1, a$ это имеет место при $m = 0$. На рис. $2, c, d$ приведен спектр мощности (c) и аттрактор (d) при синхронизации $(m = 6)$. При этом спектр мощности и аттрактор воздействующих колебаний практически отображаются этими же рисунками (рис. $2, c, d$). Траектория движения изображающей точки в проекции на плоскость $\{x_1, x_2\}$ при $m = 6$ имеет вид эллипса, вытянутого вдоль множества $x_1 = x_2$.

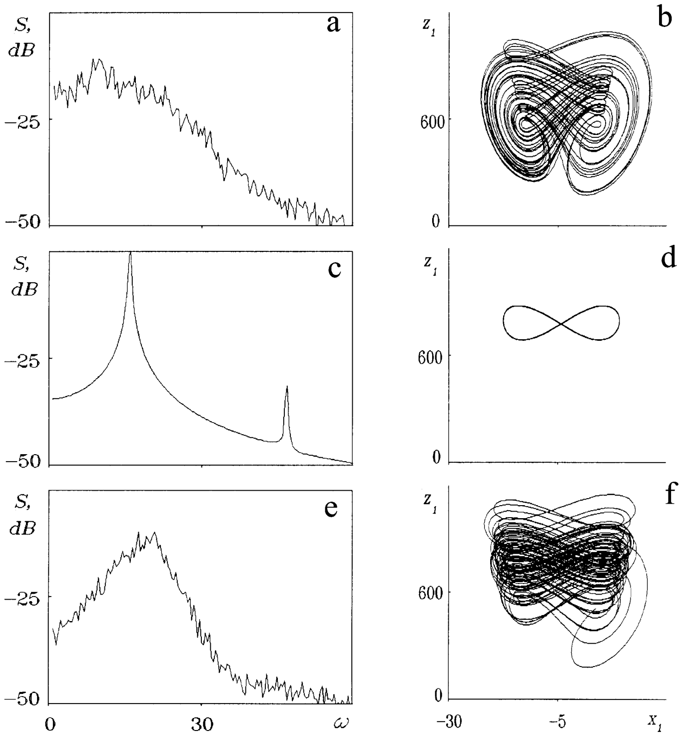

Рис. 2. Спектры мощности (a, c, e) и аттракторы (b, d, e) колебаний $x_1(t)$ при автономной работе в хаотическом режиме колебаний (a, b), при дестохастизации внешним регулярным сигналом (c, d) и при хаотизации регулярных колебаний внешним хаотическим сигналом (e,f): a, b —- $m = 0$; c, d — $m = 6$; e, f — $m = 3$.

На рис. $2, e,f$ иллюстрируются спектр мощности и аттрактор при хаотизации колебаний применительно к диаграмме рис. $1, b$, когда $m = 3$. При этом спектр мощности и аттрактор автономных колебаний (при $m = 0$ на рис. $1, b$) практически не отличаются от представленных на рис. $2, c, d$, а спектр мощности и аттрактор воздействующих колебаний имеют вид, подобный представленным на рис. $2, a, b$. Траектория движения изображающей точки в проекции на плоскость $\{x_1, x_2\}$ при $m = 3$

отображает хаотическое поведение со слабо выраженной ориентацией движений в направлении множества $x_1 = x_2$.

Результаты исследования воздействия регулярных колебаний на хаотические свидетельствуют о том, что синхронизация противодействует хаотическому движению и может использоваться как стабилизирующий и управляющий фактор не только в системах с регулярным движением, но и в автостохастических генераторах. Принудительная синхронизация позволяет переводить систему из хаотического режима работы в регулярный.

Принудительная хаотизация колебаний при регулярной автономной генерации позволяет получать вынужденные хаотические колебания с плавно регулируемой шириной спектра мощности.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98–02–16722).

Список литературы

[1] *Cuomo K., Oppenheim A.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. N 1. P. 65–68.
[2] *Козлов А.К.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 17. С. 65–69.
[3] *Pecora L.M., Caroll T.L., Johnson G.A., Mar D.J., Heagy J.F.* // Chaos. 1997. V. 7. N 4. P. 520–543.
[4] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 14. С. 66–71.
[5] *Van Wiggeren G.D., Roy R.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. N 16. P. 3547–3550.
[6] *Жалнин А.Ю.* // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 16. С. 63–70.
[7] *Кальянов Э.В.* // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 3. С. 315–323.
[8] *Chen G., Moiola J.L., Wong H.O.* // IEEE Circuits and Systems Society Newsletter. 1999. V. 10 N 2. P. 1–30.
[9] *Неймарк Ю.И., Ланда П.С.* Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 424 с.
[10] *Lorenz E.N.* // J. Atmos. Sci. 1963. V. 20. N 2. P. 130–141.
[11] *Базаева Л.Г., Капцов Л.Н., Ланда П.С.* // ЖТФ. 1980. Т. 56. В. 9. С. 1849–1853.
[12] *Железовский Б.Е., Кальянов Э.В.* Многочастотные режимы в приборах СВЧ. М.: Связь, 1978. 256 с.