

## Эффект увеличения фотоупругости в сверхрешетках вблизи междузонных резонансов, стимулированный локализацией носителей в квантовой яме

© Р.А. Аюханов, Г.Н. Шкердин

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,  
141120 Фрязино, Московская обл., Россия

E-mail: gns277@ire216.msk.su

(Поступила в Редакцию 18 апреля 2000 г.  
В окончательной редакции 31 июля 2000 г.)

Получено аналитическое выражение для резонансной диэлектрической проницаемости и линейных коэффициентов фотоупругости в слоистых структурах с квантовыми ямами вблизи междузонных резонансов. Показано, что в таких структурах величина резонансной фотоупругости значительно больше, чем в объемном случае и может превышать фотоупругость вблизи резонанса объемного экситона. Отмечено, что такой результат связан с локализацией невзаимодействующих электрона и дырки в слое с квантовой ямой и такая система вблизи междузонного резонанса определяет упруго-оптические свойства сверхрешетки подобно экситону в объемном кристалле.

Как было показано в [1], локализация электронов и дырок в квантовой яме (QW) приводит к существенному увеличению линейных коэффициентов фотоупругости (КФ) в слоистых структурах с квантовыми ямами (MQWS) в области экситонных резонансов. Можно предположить, что эта локализация, придающая системе электрон-дырка свойства осциллятора, также должна увеличивать КФ вблизи резонансов между дискретными уровнями свободных (невзаимодействующих) электронов и дырок в собственных QW относительно резонанса зона-зона в объемном кристалле. Оценим эту величину.

Используя методику матрицы плотности [2], развитую для случая невзаимодействующих электрона и дырки, находящихся в QW, в приближении бесконечно глубокой ямы, получаем выражение для резонансной части диэлектрической проницаемости (ДП) в области переходов между дискретными уровнями свободных электронов и дырок в QW

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ik}(\mathbf{r}, t) &= \frac{4\pi e^2}{m^2 \omega^2 V_p} \\ &\times \sum_{n, n', \mathbf{k}_{\parallel}} \frac{\left( f_{n', \mathbf{k}_{\parallel} + \varepsilon_{\parallel}}^c - f_{n, \mathbf{k}_{\parallel}}^v \right) \frac{1}{4L^2} \left[ \int_{-L/2}^{L/2} c_{n'}(z) c_n(z) dz \right]^2 L_{ik}^{nn'}}{\hbar \omega + E_{n, \mathbf{k}_{\parallel}, v} - E_{n', \mathbf{k}_{\parallel} + \varepsilon_{\parallel}, c} + is}, \\ c_n(z) &= (1 - (-1)^n) \cos \frac{\pi n z}{L} + (1 + (-1)^n) \sin \frac{\pi n z}{L}, \\ L_{ik}^{nn'} &= \langle v, n, \mathbf{k}_{0, \parallel} | e^{i \varepsilon_{\parallel} \hat{p}_k} | c, n', \mathbf{k}_{0, \parallel} + \varepsilon_{\parallel} \rangle \\ &\times \langle c, n', \mathbf{k}_{0, \parallel} + \varepsilon_{\parallel} | e^{i \varepsilon_{\parallel} \hat{p}_k} | v, n, \mathbf{k}_{0, \parallel} \rangle, \\ |c, v, n, \mathbf{k}_{0, \parallel} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{\Omega}} u_{c, v, n, \mathbf{k}_{0, \parallel}}(\mathbf{r}), \\ E_{c, n', \mathbf{k}_{\parallel} + \varepsilon_{\parallel}} &= E_g + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_{e, \perp}^* L^2} n'^2 + \frac{\hbar^2 [(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{0, \parallel}) + \varepsilon_{\parallel}]^2}{2m_{e, \parallel}^*}, \\ E_{v, n, \mathbf{k}_{\parallel}} &= -\frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_{h, \perp}^* L^2} n^2 - \frac{\hbar^2 (\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{0, \parallel})^2}{2m_{h, \parallel}^*}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $V_p = SL_p$  — величина объема периода MQWS,  $L_p = L + L_B$  — толщина периода MQWS,  $L$  — ширина WQ,  $L_B$  — ширина барьера,  $S$  — площадь поверхности MQWS, параллельная слоям,  $\omega, \varepsilon$  — частота и волновой вектор возбуждающей электрон электромагнитной волны,  $E_g$  — ширина запрещенной зоны в объемном случае в слое, составляющем QW,  $m_{e, \perp, \parallel}^*, m_{h, \perp, \parallel}^*$  — эффективные массы электрона и дырки в направлениях, перпендикулярном и параллельном слоям MQWS,  $\Omega$  — объем элементарной ячейки трехмерного кристалла, на основе которого создана QW,  $u_{c, v, n, \mathbf{k}_{0, \parallel}}(\mathbf{r})$  — амплитуда блоховской функции для зоны проводимости ( $c$ ) или валентной зоны ( $v$ ) в состоянии  $n$  с волновым вектором  $\mathbf{k}_{0, \parallel}$  в слое с QW (предполагается, что в состоянии  $n$  минимум для зоны проводимости и максимум для валентной зоны совпадают и находятся в точке  $\mathbf{k}_{0, \parallel}$ ),  $\mathbf{k}_{\parallel}, \varepsilon_{\parallel}$  — соответственно компоненты волновых векторов  $\mathbf{k}$  и  $\varepsilon$  в плоскости, параллельной слоям MQWS,  $n = 1, 2, 3, \dots$  — номера дискретных уровней пространственного квантования состояний электрона и дырки в QW (такое представление амплитуды блоховской функции отражает ситуацию, когда ограничение толщины ямы в направлении, перпендикулярном слоям MQWS, трансформирует квазинепрерывный спектр электронных состояний объемного кристалла [3] и квантовые числа, характеризующие блоховскую функцию  $k_x, k_y, k_z$ , заменяются на  $k_x, k_y, n$ ),  $E_{c, v, n, \mathbf{k}_{\parallel}}, f_{n, \mathbf{k}_{\parallel}}^{c, v}$  — энергии электронных состояний и функции распределения электронов по энергиям соответственно для зоны проводимости и валентной зоны, трансформированных в QW,  $\hat{p}$  — оператор импульса,  $e, m$  — заряд и масса электрона,  $s$  — ширина линии резонансного перехода с разностью энергий  $E_{c, n', \mathbf{k}_{\parallel} + \varepsilon_{\parallel}} - E_{v, n, \mathbf{k}_{\parallel}}$ .

Деформация, приложенная к MQWS, меняя величину электронных уровней по закону  $E_{c, n', \mathbf{k}_{\parallel} + \varepsilon_{\parallel}} = E_{c, n', \mathbf{k}_{\parallel} + \varepsilon_{\parallel}}^0 + \Lambda_{ik}^{c, n'} u_{ik}$  и  $E_{v, n, \mathbf{k}_{\parallel}} = E_{v, n, \mathbf{k}_{\parallel}}^0 + \Lambda_{ik}^{v, n} u_{ik}$  в общем случае нелинейно меняет и резонансную ДП ( $E_{c, v, n, \mathbf{k}_{\parallel}}^0$  — величины

энергетических уровней в отсутствие деформации,  $\Lambda_{ik}^{c,v,n}$  — тензоры потенциалов деформации внутризонных переходов в подзоне с номером  $n$  в зоне проводимости и валентной зоне соответственно,  $u_{ik}$  — тензор деформации). В дальнейшем ограничимся линейным членом зависимости ДП от  $u_{ik}$ , что возможно при малой величине деформации, т.е. когда  $(\Lambda_{ik}^{c,n'} - \Lambda_{ik}^{v,n})u_{ik} \ll |\hbar\omega + E_{v,n,\mathbf{k}_{\parallel}}^0 - E_{c,n',\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{x}_{\parallel}}^0 + is|$ , будем считать, что  $f_{\mathbf{k}_{\parallel}}^v \cong 1$ ,  $f_{\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{x}_{\parallel}}^c \cong 0$ , а также, так как суммирование по всем квантовым числам  $n$  и  $n'$  в (1) приводит к дополнительным осложнениям, пренебрежем вкладом в резонансную ДП уровней с  $n > 1$ . Как показывает анализ, последнее допустимо при условии  $s < \hbar^2\pi^2/(2m_{h\perp}^*L^2)$ , так как числитель первого члена ряда (т.е. члена с  $n = n' = 1$ ) в (1) является наибольшим, а его знаменатель вблизи резонанса  $\hbar\omega \rightarrow E_{c,1,\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{x}_{\parallel}} - E_{v,1,\mathbf{k}_{\parallel}}$  много меньше знаменателей других, неравных нулю членов ряда при выполнении указанного критерия, что для стандартных величин параметров может быть легко достижимо. Тогда, переходя от суммирования по  $\mathbf{k}_{\parallel}$  к интегрированию, раскладывая получившееся выражение по  $\Delta a = -(\Lambda_{ik}^{c,1} - \Lambda_{ik}^{v,1})u_{ik}$  в ряд, получаем в простейшем случае  $k_{0,\parallel} = 0$  линейный член разложения  $\varepsilon_{ik}$  по  $\Delta a$

$$\Delta\varepsilon_{ik} = -A_{ik}^{11} \left( \frac{\hbar^2\pi^2}{2\mu_{\parallel}L_p^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Delta a}{a + is}, \quad (2)$$

здесь  $A_{ik}^{11} = 2e^2L_{ik}^{11}/\pi m^2\omega^2(2\mu/\hbar^2)^{3/2}$ ,  $a = \hbar\omega - E_g^0 - \hbar^2\pi^2/(2\mu_{\perp}L^2)$  — отстройка от резонанса,  $\mu_{\perp;\parallel} = m_{e\perp;\parallel}^*m_{h\perp;\parallel}^*/(m_{e\perp;\parallel}^* + m_{h\perp;\parallel}^*)$  — приведенная масса электрона и дырки в направлении, перпендикулярном и параллельном слоям QW,  $E_g^0$  — ширина запрещенной зоны в отсутствие деформации.

Подставляя (2) в формулу линейного КФ в кубическом кристалле [1]  $P_{111} = -\Delta\varepsilon_{11}/[(\varepsilon_{11}^0)^2u_{11}]$ , где  $\varepsilon_{11}^0$  — компонента стационарной ДП слоя, составляющего QW (считается, что  $\varepsilon_{11}^0 = \varepsilon_{22}^0 = \varepsilon_{33}^0 = \varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0$  — стационарная ДП объемного кристалла), можно оценить величину КФ в MQWS вблизи резонанса между основными состояниями электрона и дырки в слое с QW

$$P_{111}^{\text{MQWS}} = -A_{11}^{11} \left( \frac{\hbar^2\pi^2}{2\mu_{\parallel}L_p^2} \right)^{1/2} \frac{\Lambda_c - \Lambda_v}{(\varepsilon_{11}^0)^2(a + is)}. \quad (3)$$

Анализ полученного выражения показывает, что существенное значение имеет множитель  $(\hbar^2\pi^2/(2\mu_{\parallel}L_p^2))^{1/2}$ , связанный с периодом MQWS или, что равнозначно, с плотностью  $N_{\text{QW}}$  квантовых ям в MQWS ( $N_{\text{QW}} = N/L_{\text{MQWS}} = 1/L_p$ ,  $N$  — количество QW в MQWS,  $L_{\text{MQWS}} = NL$  — длина MQWS в направлении, перпендикулярном слоям). Это связано с тем, что локализация электрона и дырки в слое с QW позволяет рассматривать такую систему как осциллятор, и от плотности таких осцилляторов при их резонансном возбуждении зависит как величина линейных ДП (2), так и линейная фотоупругость.

Сравнение (3) и КФ ( $P_{111}^V$ ) вблизи междюзонных резонансов в объемном кристалле [4] дает следующее соотношение (для одинаковых отстроек от резонанса  $a$  и величин  $s$ ):

$$\frac{P_{111}^{\text{MQWS}}}{P_{111}^V} \sim \left[ \left( \frac{\hbar^2\pi^2}{2\mu_{\parallel}L_p^2} \right) / (a + is) \right]^{1/2}, \quad (4)$$

т.е. если  $\hbar^2\pi^2/(2\mu_{\parallel}L_p^2) > |a + is|$ , величина  $P_{111}^{\text{MQWS}} > P_{111}^V$ . Отношение (4) качественно схоже с соотношением между КФ [5] для объемного экситона ( $P_{111}^{V,EX}$ ) и  $P_{111}^V$

$$\frac{P_{111}^{V,EX}}{P_{111}^V} \sim [R / (a + is)]^{3/2},$$

( $R = \mu e^4/(2\varepsilon_0^2\hbar^2)$  — величина основного экситонного состояния,  $\mu$  — приведенная масса электрона и дырки в объемном кристалле). Итак, система взаимодействующих электрона и дырки в QW ведет себя подобно экситону, где роль кулоновского взаимодействия, локализуемого электрон и дырку друг возле друга, выполняет пространственное ограничение движения электрона и дырки внутри QW. Сравнение  $P_{111}^{\text{MQWS}}$  и  $P_{111}^{V,EX}$

$$\frac{P_{111}^{\text{MQWS}}}{P_{111}^{V,EX}} \sim \left\{ \left[ (a + is) \left( \frac{\hbar^2\pi^2}{2\mu_{\parallel}L_p^2} \right)^{1/2} \right]^{2/3} / R \right\}^{3/2}$$

показывает, что величина  $P_{111}^{\text{MQWS}}$  может даже значительно превышать  $P_{111}^{V,EX}$ . При этом, как показывают расчеты, для стандартных величин параметров это достигается уже для таких отстроек от резонанса, когда  $P_{111}^{V,EX}$  еще имеет достаточно большие значения. Так, для системы GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As при  $a \sim 8$  meV,  $s \sim 4$  meV,  $L_p = 309$  Å ( $L = 102$  Å) и  $P_{111}^{V,EX} \sim -0.31$ , величина  $P_{111}^{\text{MQWS}} \sim -0.51$ .

Таким образом, систему взаимодействующих электрона и дырки, находящихся в MQWS в слое, составляющем QW, можно рассматривать как экситоноподобный осциллятор, в котором локализованность электрона и дырки в QW выполняет ту же функцию, что и кулоновское взаимодействие в экситоне. Усиление в области, непосредственно прилегающей к резонансу, частотной зависимости ДП для систем таких осцилляторов в MQWS будет приводить к увеличению КФ относительно объемного случая. Это увеличение весьма существенно и при определенных условиях может даже превышать величину резонансной фотоупругости вблизи резонанса объемного экситона.

MQW структуры в последнее время нашли применение для разработки акустооптических и электрооптических устройств модуляции электромагнитного излучения (см., например, [6]). Эффективность акустооптических модуляторов в значительной степени определяется величинами фотоупругих коэффициентов, поэтому представляет интерес изучение резонансных особенностей КФ, сопровождающихся значительным увеличением их

величин. Экспериментальное исследование резонансной КФ вблизи междузонных резонансов в MQWS может быть проведено по обычной схеме для определения резонансной фотоупругости в объемных анизотропных кристаллах при использовании рассеяния Мандельштама–Бриллюэна аналогично, например, [7,8].

Авторы статьи выражают благодарность Ю.В. Гуляеву за плодотворные обсуждения и А.Ю. Лейдерман за постоянный интерес к работе.

## Список литературы

- [1] Р.А. Аюханов, Г.Н. Шкердин. ФТТ **35**, 7, 1916 (1993).
- [2] S.L. Adler. Phys. Rev. **126**, 2, 413 (1962).
- [3] D.S. Chemla. Helv. Phys. Acta. **56**, 607 (1983).
- [4] Ю.В. Гуляев, Г.Н. Шкердин. ФТП **14**, 12, 2397 (1980).
- [5] Р.А. Аюханов, Ю.В. Гуляев, Г.Н. Шкердин. ФТП **16**, 12, 2174 (1982).
- [6] F.C. Jain, K. Bhattachajee, T. Grudkowski. Proc. IEEE 1991 Ultrasonic Symposium. V. 1, p. 529. December 1991, Lake Nuena Vista, FL.
- [7] R. Berkowicz, T. Skettrup. Phys. Rev. **11B**, 6, 2316 (1975).
- [8] S. Adachi, C. Hamaguchi. Phys. Rev. **19B**, 4, 938 (1979).