Динамическая локализация электронов и прозрачность полупроводниковых сверхрешеток

© Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова

Институт физики микроструктур Российской академии наук,
603600 Нижний Новгород, Россия

E-mail: jul@ipm.sci-nnov.ru
E-mail: romanov@ipm.sci-nnov.ru

(Поступила в Редакцию 12 апреля 2000 г.
В окончательной редакции 15 августа 2000 г.)

Исследованы механизмы возникновения самоиндуцированной и селективной прозрачности полупроводниковых сверхрешеток в гармоническом электрическом поле. Проанализирована их связь с блоховскими колебаниями, динамической локализацией и коллапсом квазиэнергетических мини-зон электрона. Проведено сравнение со свойствами джозефсоновских контактов. Показано, что самоиндуцированная прозначность обусловлена "вымыванием" столкновениями токовой компоненты из функции распределения электронов при дискретных значениях амплитуды гармонического поля, а селективная прозрачность — это отражение немонотонной зависимости спектра нелинейных колебаний электрона в электрическом поле от его амплитуды. Динамическая локализация и коллапс квазиэнергетических мини-зон приводят к росту диссипации поля и способствуют разрушению состояний прозрачности сверхрешетки.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов INTAS-FEBR 95-0615 МНТП ФТНС 99-1129.

Важным свойством полупроводниковых сверхрешеток (СР) является существование трех видов электромагнитной прозрачности: самоиндуцированной (СИП) [1,2], индуцированной (ИП) [1,3] и селективной (СП) [1]. По-видимому, СИП в СР впервые наблюдалась в [4] и несколько более убедительное экспериментальное подтверждение получила в [5]. Сообщения по наблюдению ИП и СП в СР в литературе пока отсутствуют. После [1–3] появился ряд теоретических работ [6–9], содержащих попытки дать физическую интерпретацию эффектов прозрачности СР. Под влиянием этих работ в литературе сложилось ошибочное представление о том, что прозрачность СР тождественна динамической локализации электрона (ДЛ) [6,9], является ее макроскопическим проявлением или (на квантовом языке) следствием коллапса квазиэнергетических мини-зон [8,10]. К сожалению, на этом представлении стали основываться интерпретация экспериментальных результатов по нелинейным эффектам в СР [5,11] и обсуждение особенностей нелинейного прохождения терагерцевого излучения через них [12–14]. Не случайно, что авторам указанных работ не удается это сделать непротиворечивым образом. На противоречивость объяснений с позиций подобных представлений справедливо указывалось в [15]. Авторы работ [8] также показывают, что коллапс мини-зон не может быть причиной СИП СР, но на основании этого делают неверный вывод от отсутствии последней вообще.

В настоящей работе изложена последовательная (в τ-приближении) теория эффектов прозрачности СР выявлены механизмы возникновения этих состояний. Проведено сравнение с джозефсоновскими контактами (ДК).

1. Общие свойства блоховских колебаний

Как обычно, будем исходить из закона дисперсии электрона СР в приближении сильной связи

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{\Delta}{2}\big(1-\cos(k_3 d)\big) + \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m}, \tag{1}$$

где Δ — ширина мини-зоны, d — период СР, $\hbar k_{3,\perp}$ — продольная и поперечная относительно оси СР компоненты импульса электрона $\hbar\mathbf{k}$, m — его поперечная масса, $\hbar$ — постоянная Планка. Рассмотрим динамику такого электрона в гармоническом поле, направленном вдоль оси СР,

$$E(t) = E_0\cos(\omega t). \tag{2}$$

"Сверхрешеточный" электрон совершает в нем нелинейные колебания, описываемые скоростью

$$V(k_0,t_0,t) = V_m\sin\big[k_0 d + g\big(\sin(\omega t)-\sin(\omega t_0)\big)\big]$$
$$= V_m\big[c_S(k_0,t_0)\psi_S(t) + c_a(k_0,t_0)\psi_a(t)\big], \tag{3}$$

где

$$\psi_S(t) = \cos\big(g\sin(\omega t)\big) = J_0(g) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(g)\cos(2n\omega t),$$

$$\psi_a(t) = \sin\big(g\sin(\omega t)\big) = 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(g)\sin\big((2n-1)\omega t\big),$$

$$c_S(k_0,t_0) = \sin\big[k_0 d - g\sin(\omega t_0)\big],$$

$$c_a(k_0,t_0) = \cos\big[k_0 d - g\sin(\omega t_0)\big], \tag{4}$$

$V_m = \Delta d/2\hbar$ — максимальная продольная скорость электрона, $\mathbf{k}_0$ — его продольный импульс в момент времени t_0, $g = \Omega/\omega$, $\Omega = eEd/\hbar$, $J_0(g)$ — функция Бесселя, e — заряд электрона. Известно, что в статическом поле E_C любой величины электрон с любым законом дисперсии и с любым начальным импульсом $\mathbf{k}_0$ локализуется в координатном пространстве и совершает периодические блоховские осцилляции (БО) с частотой Штарка $\Omega_C = eE_Cd/\hbar$ (см. (3) при $\omega \to 0$) и амплитудами $\delta V = V_m = \text{const}$, $\delta x = d\Delta/\hbar\Omega_C$. Начальный импульс $\mathbf{k}_0$ определяет начальную фазу БО. При столкновениях энергия БО (средняя по времени кинетическая энергия электрона) не меняется, изменяется лишь центр колебаний (и как следствие средняя потенциальная энергия электрона). Из-за наличия у гармонического поля своей фазы и двух времен — периода $2\pi/\omega$ и времени пролета электроном мини-зоны Бриллюэна, определяемого амплитудой гармонического поля, — колебания (3) (в дальнейшем будем называть их блоховскими колебаниями (БК)) обладают следующими свойствами, отличающими их от БО в статическом поле.

1) Движение электрона в импульсном пространстве (не зависящее от его закона дисперсии) периодично с периодом поля $2\pi/\omega$. Брэгговские отражения от границ мини-зоны не создают своего периода, как в случае статического поля, а лишь модулируют колебания электрона на периоде поля. Это отражается в существовании в спектре БК только гармоник с частотами, кратными частоте поля, и в немонотонных зависимостях их амплитуд от амплитуды поля.

2) Локализация электрона в координатном пространстве возникает только при дискретных значениях амплитуды поля (см. далее).

3) Начальный импульс $\mathbf{k}_0$ определяет средние по времени энергию и скорость электрона, т. е. две амплитуды БК — c_S и c_a — пакета четных (ψ_S) и пакета нечетных (ψ_a) гармоник скорости (это создает аналогию с двухуровневой системой). Амплитуды и "собственные функции" пакетов $\psi_{S,a}$ связаны условиями нормировки $c_S^2 + c_a^2 = 1$, $\psi_S^2(t) + \psi_a^2(t) = 1$. Фазы гармоник БК с точностью до π детерминированы фазой поля. Столкновения меняют амплитуды c_S и c_a, кинетическую энергию, центр БК и разрушают его низкочастотные гармоники. При $\omega\tau \gg 1$ БК можно рассматривать как долгоживущую квазичастицу (спин) с двумя колебательными степенями свободы.

4) Из свойства 3 следует, что в гармоническом поле с $\omega\tau \gg 1$ столкновения могут приводить к одновременному изменению и даже исчезновению в макроскопическом токе всех (а не отдельных) четных и (или) нечетных гармоник.

Если СР находится одновременно в гармоническом и статическом полях

$$E(t) = E_C + E\cos(\omega t), \tag{5}$$

то вместо (3) будем иметь

$$V(k_0,t) = V_m \sin\Big\{k_0 d + \Omega_C(t-t_0) + g\big[\sin(\omega t) - \sin(\omega t_0)\big]\Big\}$$
$$= V_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(g)\sin\big\{k_0 d + \Omega_C(t-t_0) + n\omega t - g\sin(\omega t_0)\big\}. \tag{6}$$

Из (6) видно, что статическое поле сдвигает как целое спектр БК на штарковскую частоту Ω_C с сохранением амплитуд гармоник (здесь для удобства положительные и отрицательные частоты не считаются тождественными). Этот сдвиг удобно рассматривать и как амплитудную модуляцию БК в гармоническом поле (2) БО (см. (3), (4) с заменой k_0d на $k_0d + \Omega_C(t - t_0)$). При произвольном E_C периодичность БК отсутствует, их спектр содержит только гармоники с несоизмеримыми частотами $\Omega_C \pm n\omega$. Однако из-за отсутствия своей фазы у E_C штарковский сдвиг частот, приобретая при столкновениях случайную фазу (амплитудная модуляция со случайной фазой), разрушается. Поэтому в стационарном макроскопическом токе присутствуют только гармоники с частотами $n\omega$ (см. далее). При этом спектры колебаний отдельных электронов (БК) по-прежнему содержат только комбинационные частоты и не содержат гармоник поля. При штарковском резонансе $\Omega_C = n\omega$ вновь возникает периодичность БК. Периодичность траекторий в $\mathbf{k}$-пространстве и колебаний скорости существует и в несколько более общем случае, когда Ω_C и ω просто соизмеримы, т. е. $n_1\Omega_C = n_2\omega$, $n_{1,2} = 1, 2\ldots.$ Период колебаний в этом случае $T = 2n_1\pi/\omega$ (n_2/n_1 — нецелое число), т. е. увеличивается в n_1 раз. Однако столкновения эту новую периодичность разрушают.

Таким образом, из-за столкновений статическое поле даже в комбинации с гармоническим полем не может создать стационарные когерентные колебания тока в СР, как это имеет место в ДК. Нет аналогии и с поведением замагниченной электронной плазмы [16], так как магнитное поле (в отличие от электрического) не совершает работы.

2. Спектральный состав блоховских колебаний и динамическая локализация электрона

Исследуем спектральный состав БК в зависимости от безразмерной амплитуды гармонического поля g. Начнем с нулевой гармоники. Легко показать, что относительное время пребывания электрона в состоянии с волновым вектором $\mathbf{k}_3$ в единичном интервале для любого закона дисперсии есть

$$P(k_0,k_3) = \frac{d}{2\pi}\left[1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} J_0(\nu g)\cos\big[\nu(k_3 - k_0)d\big]\right]. \tag{7}$$

Из (3) и (7) находим средние по периоду поля скорость (нулевую гармонику БК), энергию и квадратичные скорость, осцилляторную скорость и осцилляторное смещение соответственно ($t_0 = 0$)

$$\bar{V}(k_0) = V_m \sin(k_0 d) J_0(g), \tag{8}$$

$$\bar{\varepsilon}(k_0) = \frac{\Delta}{2}\big[1 - \cos(k_0 d) J_0(g)\big], \tag{9}$$

$$\bar{V}^2(k_0) = \frac{1}{2} V_m^2 \big[1 - \langle\cos(2k_0 d)\rangle J_0(2g)\big], \tag{10}$$

$$\bar{V}_{\sim}^2 = \frac{1}{2} V_m^2 \Big\{1 - J_0^2(g) + \cos(2k_0 d)\big[J_0^2(g) - J_0(2g)\big]\Big\}, \tag{11}$$

$$\bar{x}_{\sim}^2 = 2\left(\frac{V_m}{\omega}\right)^2 \left[\sin^2(k_0 d) \sum_{n=1}^{\infty} (2n)^{-2} J_{2n}^2(g) + \cos^2(k_0 d) \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-2} J_{2n+1}^2(g)\right] \tag{12}$$

(при $t_0 \neq 0$ нужно сделать замену $k_0 d$ на $k_0 d - g\sin(\omega t_0)$). В нулях $J_0(g)$ имеем

$$\bar{V}(k_0) = 0, \qquad \bar{\varepsilon}(k_0) = \frac{\Delta}{2}, \tag{13}$$

т. е. независимо от начального импульса движение электрона в таком поле становится финитным [6]. А при финитном движении энергетический спектр электрона дискретен, что и проявляется как коллапс его одномерной квазиэнергетической мини-зоны

$$\tilde{\varepsilon}(k_3) = \frac{\Delta}{2}\big[1 - J_0(g)\cos(k_3 d)\big] + n\hbar\omega, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \tag{14}$$

при $J_0(g) = 0$ [8]. Это и есть ДЛ на языке классической и квантовой теории. В рамках одномини-зонного приближения это чисто классический эффект. Его квантово-механическое рассмотрение как в представлении Ванье [6,9], так и в представлении квазиэнергий [8] ничего нового не дало.

При $J_0(g) = 0$ в спектре среднего распределения по импульсам (7) исчезает гармоника с $\nu = 1$ — единственная гармоника, вносящая вклад в среднюю скорость электрона с законом дисперсии (1). Одновременное исчезновение гармоник с разными ν (даже двух) невозможно. Отсюда следует, что ДЛ в гармоническом поле существует лишь для гармонического закона дисперсии. Можно показать, что для гармонического закона дисперсии она существует и в многочастотном, в частности в бигармоническом, поле. Для произвольного закона дисперсии ДЛ возможна лишь в многочастотном поле.

Исследуем теперь остальные гармоники БК. Из вида собственной функции $\psi_{S,a}(t)$ следует, что с ростом амплитуды поля в спектре колебаний каждого электрона независимо от $\mathbf{k}_0$ поочередно исчезают *n*-е (включая нулевую) гармоники, соответствующие корням $J_n(g)$. Очевидно, в отсутствие столкновений это приведет к исчезновению *n*-й гармоники в макроскопическом токе для любой начальной функции распределения электронов. Это и есть СП. В отличие от СИП СП обусловлена только динамикой электронов и не зависит от их распределения по импульсам. ДЛ, означающая исчезновение в спектре колебаний электрона нулевой гармоники, является частным случаем СП.

В поле (5), содержащем статическую и гармоническую составляющие, происходит, как уже указывалось, сдвиг спектра БК на штарковскую частоту (см. (6)). Поэтому ДЛ существует при всех g, если $\Omega_C \neq \nu\omega$. Однако периодичность движения в $\mathbf{k}$-пространстве отсутствует, а $\bar{V}(\mathbf{k}_0)$ стремится к нулю лишь в пределе усреднения по бесконечно большому интервалу времени. При штарковском резонансе ($\Omega_C = \nu\omega$) периодичность БК восстанавливается, и спектр квазиэнергий и средняя квантово-механическая скорость электрона определяются формулами

$$\tilde{\varepsilon}(k_3) = \frac{\Delta}{2}\big[1 - (-1)^{\nu} J_{\nu}(g)\cos(k_3 d)\big] + n\hbar\omega, \tag{15}$$

$$\tilde{V}(k_3) = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial\varepsilon}{\partial k_3} = (-1)^{\nu}\sin(k_3 d) J_{\nu}(g). \tag{16}$$

Поэтому ДЛ и коллапс квазиэнергетических мини-зон возникают теперь лишь в случае, если в спектре БК при $E_C = 0$ отсутствовала ν-я гармоника, т. е. $J_{\nu}(g) = 0$. В противном случае ($J_{\nu}(g) \neq 0$) возникает делокализация электрона и $j_C \neq 0$. Это еще раз подтверждает, что ДЛ и коллапс квазиэнергетической мини-зоны — важный, но всего лишь частный случай СП, отражающей немонотонную зависимость спектров БК от амплитуды поля.

Величины, приведенные в (8)–(12), зависят от начального импульса электрона, что не очень удобно для анализа. Поэтому усредним (10)–(12) по $\mathbf{k}_0$. В результате для "среднего" электрона получим

$$\bar{x}_{\sim}^2 = \left(\frac{V_m}{\omega}\right)^2 B(g), \qquad \bar{V}^2 = \frac{1}{2} V_m^2 J_0^2(g),$$
$$\bar{V}_{\sim}^2 = \frac{1}{2} V_m^2 \big[1 - J_0^2(g)\big], \tag{17}$$

где

$$B(g) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2} J_n^2(g). \tag{18}$$

Из (8), (10), (17) видно, что среднеквадратичная скорость "среднего" электрона, включающая осцилляторную и постоянную составляющие, не зависит от амплитуды поля ($g > 0$). При изменении g происходит лишь перераспределение ее между этими составляющими. В нулях $J_0(g)$ происходит полный переход поступательного движения электрона в колебательное. При этом осцилляторная скорость максимальна, амплитуда колебаний координаты большая, а средняя энергия равна $\Delta/2$ при всех $\mathbf{k}_0$, а не только для "среднего" электрона (результат коллапса квазиэнергетической мини-зоны). Последнее важно, так как указывает на равноправие всех электронов при столкновениях и обмене энергией с полем.

Итак, при ДЛ и коллапсе квазиэнергетических минизон возникает наиболее эффективный обмен энергией между полем и отдельными электронами, наибольшая их раскачка. На основании этого в [8] и сделан ошибочный вывод об отсутствии эффекта СИП в СР (этот вывод верен для ДК). Однако наличие больших осцилляторных скоростей у отдельных электронов еще не означает существования большого макроскопического тока из-за некогерентности их движений, создаваемой столкновениями. Заранее можно ожидать лишь рост поглощения электромагнитного поля, так как в приближении заданного поля это некогерентный эффект.

3. Самоиндуцированная и селективная прозрачности

Будем исходить из уравнения Больцмана с интегралом столкновений в τ-приближении

$$\frac{\partial f(\mathbf{k},t)}{\partial t}+\frac{eE(t)}{\hbar}\frac{\partial f(\mathbf{k},t)}{\partial \mathbf{k}}=-\frac{f(\mathbf{k},t)-f_0(\mathbf{k})}{\tau},$$
$$f(\mathbf{k},0)=f_0(\mathbf{k}), \tag{19}$$

где $f(\mathbf{k},t)$, $f_0(\mathbf{k})$ — возмущенная полем и равновесная функции распределения электронов, τ — время релаксации. Используя периодичность в $\mathbf{k}$-пространстве, функцию распределения представим в виде ряда Фурье

$$f(\mathbf{k},t)=\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}F_\nu(k_\perp)\exp(i\nu k_3 d)\Phi_\nu(t),$$
$$\Phi_\nu=\Phi^*_{-\nu}, \tag{20}$$

где

$$F_\nu(k_\perp)=\frac{d}{2\pi}\int\limits_{-\pi/d}^{\pi/d}f_0(k)\exp(-i\nu k_3 d)dk_3,$$
$$F_\nu=F^*_{-\nu}. \tag{21}$$

Согласно (19)–(21), многокомпонентная функция $\Phi_\nu(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\tau\frac{d\Phi_\nu(t)}{dt}+\big[1+i\nu\tau\Omega(t)\big]\Phi_\nu(t)=1,$$
$$\Omega(t)=\frac{edE(t)}{\hbar}, \tag{22}$$

с начальными условиями

$$\Phi_\nu(0)=1. \tag{23}$$

Через $\Phi_\nu(t)$ можно найти все средние величины (энергию, скорости, ток и другие):

$$\varepsilon(t)=\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}\bar{\varepsilon}(-\nu)\Phi_\nu(t), \tag{24}$$

$$j(t)=\frac{i}{2}\sum_{\nu=1}^{\infty}j_{0\nu}\Phi_\nu(t)+c.c. \tag{25}$$

где

$$j_{0\nu}=-2ine\bar{V}_3(-\nu)=-2ned\hbar^{-1}\nu\bar{\varepsilon}(-\nu)$$
$$=-\frac{4ed}{\hbar}\nu\int F_\nu(k_\perp)\varepsilon(\mathbf{k})\exp(i\nu k_3 d)\frac{d^3k}{(2\pi)^3}, \tag{26}$$

n — концентрация электронов. Для закона дисперсии (1) из (24), (25) имеем

$$j(t)=-j_0\,\mathrm{Im}\big(\Phi_1(t)\big),\quad j_0=\frac{end}{\hbar}\left(\frac{\Delta}{2}-\langle\varepsilon_3\rangle_0\right), \tag{27}$$

$$\varepsilon(t)-\frac{\Delta}{2}=\left(\langle\varepsilon_3\rangle_0-\frac{\Delta}{2}\right)\mathrm{Re}\big(\Phi_1(t)\big), \tag{28}$$

где $\langle\varepsilon_3\rangle_0$ — среднее равновесное значение продольной энергии электрона, $f_0(\mathbf{k})$ считается симметричной. Импульсные гармоники функции распределения, вносящие вклад в ток, назовем токовыми.

Для произвольной временно́й зависимости поля $E(t)$ и любого закона дисперсии электрона удобно выделить БК, представив $\Phi_\nu(t)$ в виде

$$\Phi_\nu(t)=a_\nu(t)\psi_\nu(t), \tag{29}$$

где

$$\psi_\nu(t)=\big[\psi_1(t)\big]^\nu=\exp\left(-i\nu\int\limits_0^t\Omega(t_1)dt_1\right) \tag{30}$$

— собственная функция БК, являющаяся решением кинетического уравнения (22) без интеграла столкновений и описывающая динамическую (т.е. бесстолкновительную) модуляцию полем функции распределения электрона. Для гармонического поля имеем

$$\psi_1(t)=\psi_S(t)-i\psi_a(t), \tag{31}$$

где $\psi_{S,a}(t)$ определены в (4). Диссипативная функция $a_\nu(t)$, описывающая изменение амплитуды и спектра импульсной компоненты функции распределения за счет столкновений (отклонение от БК), удовлетворяет уравнению

$$\dot{a}_\nu(t)+\tau^{-1}a_\nu(t)=\tau^{-1}\psi^*_\nu(t). \tag{32}$$

Его решение имеет вид

$$a_\nu(t)=\Phi_\nu(0)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)+\int\limits_0^t\exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right)\psi^*_\nu(t_1)dt_1. \tag{33}$$

В отсутствие столкновений $a_\nu(t)\equiv 1$. Переход от $\Phi_\nu(t)$ к $a_\nu(t)$ означает переход к представлению обобщенного квазиимпульса, т.е. переход в новую систему координат K_0, колеблющуюся в импульсном пространстве вместе с бесстолкновительным электроном. В системе K_0 каждому электрону (точнее, БК) соответствует неподвижная точка $\mathbf{k}_0$. Распределение этих точек меняется только столкновениями. При редких столкновениях эти изменения малы на периоде поля, но они могут накапливаться за время нескольких столкновений. В то же время равновесная функция распределения в системе K_0 модулируется полем (динамическая модуляция) и становится периодической функцией времени

$$f_0(k_3) = f_0\left(k_0 - \frac{1}{d}\int\limits_0^t \Omega(t_1)dt_1\right)$$

$$= \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} F_\nu(k_\perp)\exp(-i\nu k_3 d)\psi_\nu^*(t). \tag{34}$$

Это и находит отражение в структуре уравнения (32). В нем член ухода (второе слагаемое) имеет обычный релаксационный вид, а член прихода — динамически промодулированная равновесная функция распределения. Такое описание облегчает выход за рамки τ-приближения путем введения матрицы $(\tau^{-1})_{\mu\nu}$, учитывающей переходы между разными импульсными гармониками ν (см. далее).

Если БК высокочастотные, т. е. содержат только частоты $\omega = 0$ и $\omega \gg \tau^{-1}$, то они слабо разрушаются столкновениями (см. свойство 3). Усредняя (32) по интервалу времени $\omega^{-1} \ll \Delta t \ll \tau$, получим

$$a_\nu(t) = \Phi_\nu(0)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$\times \overline{\psi_\nu^*}(t) + O\left(\frac{1}{\omega\tau}\right). \tag{35}$$

Из (32) и (35) следует, что если $\overline{\psi_\nu^*}(t) = 0$, то в среднем возврат электронов в состояние ν (в приближении $\tau = \mathrm{const}$) отсутствует, и за время порядка τ столкновения полностью "вымывают" эту компоненту из функции распределения. Это означает разрушение когерентности БК в таком поле. Поскольку одновременное выполнение равенств $\overline{\psi_\nu^*}(t) = 0$ для всех ν невозможно, разрушение когерентности БК в общем случае не является полным (т. е. функция распределения не становится постоянной в импульсном пространстве). Его можно сделать полным в многочастотном поле с несоизмеримыми частотами

$$E(t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} E_\nu \cos(\omega_\nu t + \delta_\nu). \tag{36}$$

В этом поле функции

$$\overline{\psi_\nu}(t) = \prod_{\alpha=1}^{\infty} J_0(\nu g_\alpha) \tag{37}$$

обращаются в нули одновременно при $J_0(\nu g_\nu) = 0$. Легко показать, что при этих же условиях возникает ДЛ электрона с произвольным законом дисперсии, что может быть использовано для его диагностики.

Рассмотрим подробнее поведение СР в гармоническом поле. В этом поле имеем

$$\overline{\psi_\nu}(t) = J_0(\nu g). \tag{38}$$

Подставляя (31), (35), (38) в (29) и полагая $\Phi_\nu(0) = 1$, получим при $\omega\tau \gg 1$

$$\Phi_\nu(t) = \exp\left[-i\nu g\sin(\omega t)\right]\left\{\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right.$$

$$\left. + \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]J_0(\nu g)\right\} + O\left(\frac{1}{\omega\tau}\right). \tag{39}$$

Для произвольных $\omega\tau$ и $E_C \neq 0$ вместо (39) имеем

$$\Phi_\nu(t) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_\mu(\nu g)\left[1 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(\nu g)}{1 + i(\nu\Omega_C + n\omega)\tau}\right]$$

$$\times \exp\left\{-\left[\tau^{-1} + i(\nu\Omega_C + \mu\omega)\right]t\right\}$$

$$+ \sum_{\mu,n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(\nu g)J_{n+\mu}(\nu g)}{1 + i(\nu\Omega_C + n\omega)\tau}\exp(-i\mu\omega t). \tag{40}$$

Подставляя (39) в (20) и используя (25), получим для функции распределения и тока

$$f(\mathbf{k}, t) = F_0(k_\perp) + 2\sum_{\nu=1}^{\infty} F_\nu(k_\perp)\cos\left[\nu\left(k_3 d - g\sin(\omega t)\right)\right]$$

$$\times \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)J_0(\nu g)\right] + O\left(\frac{1}{\omega\tau}\right), \tag{41}$$

$$j(t) = 2\sum_{\nu=1}^{\infty}\left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)J_0(\nu g)\right]$$

$$\times \left\{\mathrm{Re}\, j_{0\nu}\sum_{\mu=1}^{\infty} J_{2\mu-1}(\nu g)\sin\left[(2\mu-1)\omega t\right]\right.$$

$$\left. - \mathrm{Im}\, j_{0\nu}\left[\frac{1}{2}J_0(\nu g) + \sum_{\mu=1}^{\infty} J_{2\mu}(\nu g)\cos(2\mu\omega t)\right]\right\}$$

$$+ \frac{2}{\omega\tau}\sum_{\mu,\nu=1}^{\infty}\left\{\mathrm{Re}\, j_{0\nu}A_{2\mu-1}(\nu g)\cos\left[(2\mu-1)\omega t\right]\right.$$

$$\left. + \mathrm{Im}\, j_{0\nu}A_{2\mu}(\nu g)\sin(2\mu\omega t)\right\}$$

$$- \frac{1}{\omega\tau}\sum_{\nu=1}^{\infty} C(\nu g)\left\{\mathrm{Re}\, j_{0\nu}\cos\left[\nu g\sin(\omega t)\right]\right.$$

$$\left. - \mathrm{Im}\, j_{0\nu}\sin\left[\nu g\sin(\omega t)\right]\right\}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

$$A_\nu(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' n^{-1}J_n(x)J_{n+\nu}(x)=\frac{2}{x}\big[\delta_{\nu 1}-J_0(x)J_{\nu-1}(x)\big]$$

$$+\frac{2\nu-1}{x}A_{\nu-1}(x)-A_{\nu-2}(x), \tag{42}$$

где

$$A_0=0,\qquad A_1(x)=x^{-1}\big[1-J_0^2(x)\big],$$

$$C(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' n^{-1}J_n(x), \tag{43}$$

$\delta_{\nu 1}$ — символ Кронекера. В отличие от (39) в (43) добавлены слагаемые порядка $(\omega\tau)^{-1}$, полученные с использованием (40). Для синусоидального закона дисперсии (1) имеем

$$j_{0\nu}=\delta_{\nu 1}j_0,\quad j_0=\frac{end}{\hbar}\left(\frac{\Delta}{2}-\langle\varepsilon_3\rangle_0\right)-ien\langle V\rangle_0, \tag{44}$$

где $\langle V\rangle_0$ — усредненная по $f_0(\mathbf{k})$ скорость электрона. При этом в случае максвелловской статистики для проинтегрированной по поперечному импульсу функции распределения получаем

$$F_0=\frac{nd}{2},\qquad F_\nu=F_0I_\nu\left(\frac{\Delta}{2T}\right)I_0^{-1}\left(\frac{\Delta}{2T}\right), \tag{45}$$

где T — температура решетки, $I_\nu(x)$ — модифицированные функции Бесселя. Для фермиевской статистики при $T=0$ и уровне Ферми $\mu>\Delta$ имеем

$$F_0=\frac{nd}{2},\quad F_1=\frac{m\Delta}{(2\pi\hbar)^2},\quad F_\nu=0,\quad \nu\geqslant 2. \tag{46}$$

Из (41) видно, что с ростом g в функции распределения электронов поочередно исчезают ν-е импульсные компоненты при условии $J_0(\nu g)=0$. Формально это можно рассматривать как СП импульсного или ν-го пространства (исключая ДЛ, так как нулевая компонента функции распределения не меняется). Однако причина такой прозрачности не сводится к динамике отдельного электрона. Соответствующая модуляция функции распределения в импульсном пространстве определяется совместным действием поля и столкновений. И если динамическая модуляция равновесной функции распределения полем такова, что ее ν-компонента в среднем за временно́й период обращается в нуль (ν-компонента БК не содержит нулевой временной гармоники, и поэтому член прихода в интеграле столкновений в среднем за период равен нулю), то столкновения за время порядка τ "вымывают" эту компоненту полностью. Для синусоидального закона дисперсии вклад в ток вносит лишь компонента $\nu=1$. Поэтому через время порядка τ после включения поля с $J_0(g)=0$ СР становится прозрачной (см. (42)), т.е. ведет себя как диэлектрик с проницаемостью основной решетки полупроводника и относительно небольшим нелинейным резонансным поглощением. Это и есть СИП. В случае (46) при $J_0(g)=0$ электроны распределяются равномерно по мини-зоне. Естественно, что ток при таком распределении отсутствует, как в целиком заполненной зоне. Это наиболее ясный случай возникновения СИП.

В соответствии с общим рассмотрением из (42) также следует, что спектральный состав первой компоненты БК (см. (3)) без изменений (с точностью до $(\omega\tau)^{-1}$) переносится на макроскопический ток. Поэтому наряду с СИП в СР существует и СП — поочердное исчезновение гармоник тока, в том числе постоянной составляющей. Можно сказать, что СП в токе — это макроскопическое проявление спектра БК. В отличие от СИП она возникает сразу после включения поля. Столкновения меняют только общую амплидуту всех гармоник тока. Совсем по-другому происходит при $E_C\neq 0$ (см. (40)). В этом случае усреднение по большому интервалу времени $\overline{\psi_\nu}(t)=0$. Поэтому все гарминики тока с комбинационными частотами $\Omega_C\pm n\omega$, из которых только и состоит спектр колебаний каждого электрона, затухают за время τ после включения поля, и в токе устанавливаются только гармоники $n\omega$, включая постоянный ток, отсутствующие в БК. Это, как уже указывалось, обусловлено хаотичностью фазы в амплитудной модуляции БК, создаваемой статическим полем. Исключения составляют резонансные поля $\Omega_C=n_0\omega$. В этих полях $\overline{\psi_\nu}(t)=J_{n_0}(g)$, т.е. статическое поле смещает СИП СР в область $J_{n_0}(g)=0$. При этом меняются и условия для СП. Таким образом, столкновения в СР приводят к отличию спектра колебаний ее макроскопических величин от спектра колебаний отдельных электронов. Этим СР существенно отличается от ДК, в которых столкновения не нарушают когерентности куперовских пар, поэтому в макроскопическом токе гармоники с комбинационными частотами сохраняются.

Важно отметить, что в (42) функция $J_0(g)$ входит дважды: в виде общего модулирующего множителя, описывающего СИП, и в виде отдельного слагаемого, описывающего ДЛ. Совпадение математических условий для ДЛ и СИП и привело, по-видимому, к ошибочному отождествлению [5,9–14] этих физически разных эффектов. Подчеркнем, что в токе ДК, как и в БК, общий модулирующий множитель отсутствует.

Найдем диссипацию поля. Согласно (31) и (32), потери энергии поля на поглощение, обусловленные столкновениями, для закона дисперсии (1) равны

$$Q=\frac{\omega}{2\pi}\int_t^{t+2\pi/\omega} j(t)E(t)dt$$

$$=Q_0\left[1-J_0^2(g)+\big(1-J_0^2(g)\big)^2\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right],$$

$$Q_0=\frac{\hbar j_0}{ed\tau}=\frac{n}{\tau}\left(\frac{\Delta}{2}-\langle\varepsilon_3\rangle_0\right). \tag{47}$$

В начальные моменты времени ($t\leqslant\tau$) потери на поглощение больше стационарного значения, так как для начального разогрева электронного газа требуются дополнительные затраты энергии. Поглощение (47) максимально при ДЛ ($J_0(g) = 0$) и равно поглощению в статическом поле при $\Omega_C\tau \gg 1$. Здесь важно отметить, что максимальные значения средней энергии электрона и максимум поглощения возникают при одних и тех же амплитудах поля. Это соответствует обсуждаемому выше представлению о резонансном некогерентном взаимодействии отдельных электронов с полем при ДЛ.

Количественные условия возникновения прозрачности СР получены в приближении одного постоянного времени релаксации, в котором импульсные гармоники функции распределения не перемешиваются столкновениями. В действительности такое перемешивание существует (например, при $\tau = \tau(k)$), что может привести к изменению условий возникновения СИП и даже к ее отсутствию. Это не относится к СП, которая определяется только динамикой электрона. Чтобы проанализировать возможные изменения, вернемся к формуле (3) и свойствам БК. Из (3) следует, что для СР с синусоидальным законом дисперсии и любым механизмом рассеяния (единственное условие — мгновенность самого акта рассеяния) выражение для тока можно представить в виде

$$j(t) = ne\Biggl\{\Biggl[\frac{d}{\hbar}\Bigl\langle\Bigl(\frac{\Delta}{2} - \varepsilon_S(t_0)\Bigr)\psi_S(t_0)\Bigr\rangle + \langle V_S(t_0)\psi_a(t_0)\rangle\Biggr]\psi_a(t) + \Biggl[\langle V_S(t_0)\psi_S(t_0)\rangle - \frac{d}{\hbar}\Bigl\langle\Bigl(\frac{\Delta}{2} - \varepsilon_S(t_0)\Bigr)\psi_a(t_0)\Bigr\rangle\Biggr]\psi_S(t)\Biggr\}, \qquad (48)$$

где $\varepsilon_S(t_0)$ и $V_S(t_0)$ — средние энергия и скорость рассеянных в момент времени t_0 электронов, угловые скобки означают усреднение по последним актам столкновений, предшествующих времени наблюдения t. В общем случае результат усреднения зависит от t. Легко показать, что $V_S(t)$ содержит только нечетные гармоники поля, а $\varepsilon_S(t)$ — только четные. Если $\omega\tau \gg 1$, то вероятность баллистического движения электрона, испытавшего столкновение во временно́м интервале dt_0, с хорошей точностью можно представить в виде

$$P(t - t_0) = \exp\Bigl(-\frac{t - t_0}{\tau}\Bigr)W(t_0)\frac{dt_0}{\tau}, \qquad (49)$$

где $W(t_0)$ — периодическая функция, равная относительному числу столкновений электрона на периоде поля, $\frac{\omega}{\pi}\int_0^{\pi/\omega} W(t)dt = 1$. В этом приближении из (48) получаем следующее условие возникновения СИП

$$\Bigl[\frac{\Delta}{2} - \alpha_0(g)\Bigr]J_0(g) - 2\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{2n}(g)J_{2n}(g) + 2\sum_{n=1}^{\infty}\beta_{2n-1}(g)J_{2n-1}(g) = 0, \qquad (50)$$

где

$$\alpha_n(g) = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\pi/\omega}\varepsilon_S(t)W(t)\cos(n\omega t)dt,$$

$$\beta_n(g) = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\pi/\omega}V_S(t)\sin(n\omega t)dt, \qquad (51)$$

$\alpha_0 \approx \langle\varepsilon_3\rangle_0 < \Delta/2$. Если столкновения электронов совершенно случайны ($W(t) = 1$), а распределения рассеянных электронов не зависят от t_0 ($\varepsilon_S(t_0) = \mathrm{const}$, $V_S(t_0) = 0$), то из инвариантности уравнений движения относительно обращения времени имеем

$$j \sim \sum_{\mathbf{k}_0}\int_{t-2\pi/\omega}^{t}V(\mathbf{k}_0, t_0, t)dt_0 = \Bigl[\sum_{\mathbf{k}_0}\bar{V}(\mathbf{k}_0, t_0)\Bigr]_{t_0=t}, \qquad (52)$$

где черта означает усреднение уже по времени наблюдения t. Следовательно, строго только в этом случае переменный макроскопический ток исчезает, если $\bar{V}(\mathbf{k}_0, t_0) = 0$ для всех $\mathbf{k}_0$, т.е. строго только в этом случае ДЛ (вместе со столкновениями!) приводит к возникновению СИП. Если $\varepsilon_S(t)$, $V_S(t)$ и $W(t)$ слабо зависят от t, то уравнение (50) не сильно отличается от условия $J_0(g) = 0$. Если же вероятность столкновения — резкая функция времени (импульса), то (50) может даже не иметь решений, и СИП не возникает. Такое возможно в случае, когда основным механизмом рассеяния электронов является испускание оптических фононов.

Используя уравнение (32) и добавляя в него слагаемые, учитывающие перемешивание импульсных компонент функции распределения, обобщенное условие возникновения СИП можно представить также в виде

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu J_0(\nu g) = 0, \qquad a_\nu = \mathrm{const}. \qquad (53)$$

В [7] (с использованием, к сожалению, нефизического интеграла столкновений) получено условие прозрачности в виде

$$J_0(g) + J_2(g) = 0, \qquad (54)$$

которое также не совпадает с условием возникновения ДЛ.

Целесообразно проанализировать возникновение СИП в часто используемом приближении одномерной модели с двумя временами релаксации [2,16]. В этой модели (она некорректно учитывает разогрев электронного газа [17]) проинтегрированный по $k_\perp$ интеграл столкновений имеет вид [16]

$$\frac{f(k_3, t) - f_0(k_3)}{\tau} + \frac{f(k_3, t) - f(-k_3, t)}{\tau_1}, \qquad (55)$$

где добавочное второе слагаемое описывает часть упругих столкновений, при которых меняется на противоположное направление трехмерного импульса (вероятность таких процессов бесконечно мала, но, следуя [2,16] и другим некорректным работам, будем считать $\tau_1 \ll \tau$). Такой интеграл столкновений "не смешивает" компоненты с разными ν, поэтому СИП, как и ДЛ, будет возникать при $J_0(g) = 0$ [16]. Для наглядности получим этот результат для вырожденного электронного газа с $\mu > \Delta$ (см. (46)). Пренебрежем сначала вторым слагаемым в (55). Тогда, как было показано, при $J_0(g) = 0$ (и $\omega_1\tau \gg 1$) функция распределения электронов $f(k_3, t) = \text{const}$, и поэтому возникает СИП. Теперь включим "упругие" столкновения, описываемые вторым слагаемым. Но для $f(k_3, t) = \text{const}$ это слагаемое тождественно обращается в нуль, и поэтому найденное решение кинетического уравнения без его учета не меняется. Следовательно, введение двух времен релаксации в одномерной модели СР [2] не приводит к разделению областей существования СИП и ДЛ. Легко показать, что это утверждение верно для любой равновесной функции распределения.

4. Сравнение с джозефсоновскими контактами

Как многократно отмечалось (см., например, [8,10]), бесстолкновительная динамика сверхрешеточного электрона математически тождественна поведению свехпроводящего тока в ДК. С этой тождественностью связывают возможность создания так называемого блоховского осциллятора — генератора непрерывного излучения на штарковской частоте (в соответствии с нестационарным эффектом Джозефсона). Особые свойства ДК обусловлены наличием в них двух составляющих тока: сверхпроводящего и нормального (диссипативного). Эти составляющие обусловлены прохождением через контакт двух разных групп электронов: конденсированных куперовских пар (сверхпроводящих электронов) и одноэлектронных возбуждений соответственно. Все сверхпроводящие электроны описываются единой волновой функцией. В силу когерентности куперовских пар фаза этой функции является макроскопической величиной и не меняется при столкновениях. Диссипативный ток играет роль шунтирующего тока в полном токе контакта. В СР деление электронов на когерентные и нормальные невозможно, у них нет общей фазы, все они подвержены столкновениям. Поэтому реактивное и активное сопротивления включены последовательно, а не параллельно, как в ДК. Существенно по-иному БО и БК проявляются в диссипативных процессах в СР (в том числе и в ВАХ) также и потому, что в ДК диссипацию определяют электроны с законом дисперсии, отличным от сверхрешеточного. Таким образом, столкновения, даже слабые, практически полностью уничтожают общность макроскопических свойств СР и ДК, поэтому создание блоховского осциллятора невозможно (так как проводимость СР на штарковской частоте всегда положительна). Однако возможно усиление сигнала на сдвинутых резонансах. Аналогия в макроскопических свойствах ДК и СР, связанная с БО, сохраняется только для процессов с длительностью $\Delta t \leqslant \tau$. Это могут быть переходные процессы при резком включении или изменении статического поля или при резком оптическом возбуждении электронов в присутствии статического поля [14,18], короткие солитоны [16]. В ДК и СР одинаков лишь характер СП, в том числе и ДЛ.

Таким образом, нелинейные проводимости СР — немонотонные функции амплитуд поля. Наиболее яркими проявлениями этой немонотонности являются СП и СИП. СП полностью определяется динамикой бесстолкновительного электрона и является прямым следствием отсутствия соответствующих гармоник в БК. СИП — результат совместного создания гармоническим полем и столкновениями особых модулированных в импульсном пространстве распределений электронов, в которых отсутствует токовая компонента. Без столкновений СИП (в отличие от СП) не возникает. ДЛ (отсутствие нулевой гармоники в БК) и коллапс квазиэнергетических мини-зон, соответствующие частному случаю СП, сопровождаются полной перекачкой энергии поступательного движения электрона в энергию его колебаний. В результате усиливается энергообмен между полем и отдельными электронами, что приводит к всплеску диссипативного тока и может стать причиной развития диссипативных неустойчивостей. В частности, ДЛ способствует возникновению абсолютной отрицательной проводимости. В приближении времени релаксации $\tau = \text{const}$ ДЛ и СИП возникают при одних и тех же амплитудах поля, определяемых условием $J_0(g) = 0$. В любых моделях ДЛ, как и вся СП, возникает сразу после включения поля, а СИП — только через время порядка τ. При выходе за рамки приближения $\tau = \text{const}$ ДЛ и СИП возникают при разных полях, и вопрос об их тождестве не возникает. Условия возникновения СИП, в отличие от ДЛ, чувствительны к механизмам релаксационных процессов, поэтому они зависят от температуры и концентрации электронов. Для экспериментального исследования прозрачности СР, особенно с негармоническим законом дисперсии электронов, целесообразно использовать многочастотные поля.

В силу общности свойств СР и резонансных двухуровневых систем [1] рассмотренные в работе эффекты имеют место и в структурах с отдельными квантовыми ямами.

Список литературы

[1] Ю.А. Романов. В сб.: Многослойные полупроводниковые структуры и сверхрешетки / Под ред. А.М. Белянцева, Ю.А. Романова. Горький (1984). 212 с.

[2] А.А. Игнатов, Ю.А. Романов. ФТТ **17**, *11*, 3388 (1975); A.A. Ignatov, Yu.A. Romanov. Phys. Stat. Sol. (b) **73**, 327 (1976).

[3] Ю.А. Романов, Л.К. Орлов. ФТТ **18**, *3*, 728 (1977); Ю.А. Романов, Л.К. Орлов, В.П. Бовин. ФТП **12**, 1665 (1978).

[4] А.А. Костенко, О.А. Кузнецов, В.А. Толомасов, О.Н. Филатов, Г.И. Хлопов, В.П. Шестопалов. ДАН **271**, 1360 (1983).
[5] M.C. Wanke, A.G. Markelz, K. Unterrainer, S.J. Allen, R. Bhatt. Phys. Semicond, / Ed. N. Scheffter, R. Zimmerman. World Scient., Singapore (1996). P. 1791.
[6] O.N. Dunlap, V.M. Kenkre. Phys. Rev. **B34**, 3625 (1986); Phys. Lett. **A127**, 438 (1988).
[7] J.F. Lam, B.D. Guenter, D.D. Skatrud. Appl. Phys. Lett. **56**, 773 (1990).
[8] M. Holthaus. Z. Phys. **B89**, 251 (1992); Phys. Rev. Lett. **69**, 351 (1992); M. Holthaus, D. Hone. Phys. Rev. **B47**, 6499 (1993); M. Holthaus, D. Hone. Phys. Rev. **B49**, 16 605 (1994).
[9] O.M. Yevtuhenko, A.P. Panchekha. Phys. Lett. **A200**, 453 (1995).
[10] J. Rotvig, A.-P. Jauho, H. Smith. Phys. Rev. Lett. **74**, *10*, 1831 (1995).
[11] B.J. Keay, S. Zenner, S.J. Allen, K.O. Maranovski, A.C. Gossard, U. Bhattacharya, M.J.W. Rodwell. Phys. Rev. Lett. **75**, 4102 (1995).
[12] A.W. Ghosh, A.V. Kuznetsov, J.W. Wilkins. Phys. Rev. Lett. **79**, 3494 (1997).
[13] A.W. Ghosh, M.C. Wanke, S.J. Allen, J.W. Wilkins. Appl. Phys. Lett. **74**d, 2164 (1999).
[14] M.W. Feise, D.S. Citrin. Appl. Phys. Lett. **75**, 3536 (1999).
[15] G. Bastard, R. Ferreira. Acad. Sci. **312**, 971 (1991); R. Ferreira, G. Bastard. Surf. Sci. **229**, 424 (1990).
[16] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. Наука, М. (1989). 230 с.
[17] E.V. Demidov, Yu.A. Romanov, Yu.Yu. Romanova. Abstracts of 10th Int. Symposium on Ultrafast Phenomena in Semiconductors (1998). P. 138; Ю.А. Романов, Е.В. Демидов, ФТТ **41**, *9*, 1698 (1999).
[18] C. Waschke, H.G. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz, K. Köhler. Phys. Rev. Lett. **70**, 3319 (1993); M. Sudzius, V.G. Lyssenko, G. Valusis, F. Löser, T. Hasche, M.M. Dignam, K. Köhler, K. Leo. Physica **E2**, 437 (1998).