Физика твердого тела, 2001, том 43, вып. 3

Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие движущихся частиц с цилиндрической поверхностью и каналом

© А.А. Кясов, Г.В. Дедков

Кабардино-Балкарский государственный университет,
360000 Нальчик, Россия

E-mail: gv_dedkov@kbsu.ru

(Поступила в Редакцию 14 июля 2000 г.)

В рамках флуктуационно-электромагнитной теории получены наиболее общие (нерелятивистские) аналитические формулы для динамических консервативных и диссипативных сил, действующих на нейтральный атом, движущийся параллельно образующей цилиндрической поверхности. Как и в случае плоской поверхности, имеется конечная, пропорциональная скорости тормозящая сила при $T = 0$.

Исследование динамического флуктуационно-электромагнитного взаимодействия (ФЭВ) атомов и молекул с плоскими и искривленными поверхностями представляет значительный интерес для нанотрибологии [1] и в связи с возможностью управления пучками частиц с помощью нанотрубок [2,3]. Кроме того, информация о силах ФЭВ необходима при изучении адсорбции частиц поверхностями нанотрубок и фуллеренов.

Настоящая статья является естественным продолжением наших работ [4–7], в которых были получены наиболее общие нерелятивистские формулы для сил притяжения и вязкого трения атомов и молекул, движущихся параллельно плоской поверхности. Диссипативные силы ФЭВ для цилиндрической поверхности при температуре $T = 0$ впервые рассматривались в [8]. Цель данной работы — получение более общих формул для консервативных и диссипативных сил ФЭВ, действующих на нейтральный атом, движущийся с нерелятивистской скоростью $V \ll c$ параллельно образующей выпуклой (вогнутой) цилиндрической поверхности в случае произвольной температуры.

1. Электрическое поле поверхности, индуцированное флуктуирующим атомным диполем

Как и в случае плоской поверхности [4–7], рассматриваем сферически симметричную атомную частицу с поляризуемостью $\alpha(\omega)$, а среду характеризуем диэлектрической функцией $\varepsilon(\omega)$. Рисунок, a отвечает движению над выпуклой цилиндрической поверхностью, рисунок, b — движению в цилиндрическом канале. Для определенности в разделах 1–3 будем иметь в виду первый случай, а второй рассмотрим в разделе 4.

Наши ограничения сводятся к требованию выполнения условий применимости дипольного приближения и пренебрежения запаздыванием ФЭВ. В случае, показанном на рисунке, a, эти требования ограничивают расстояния $h = R - a$ между частицей и поверхностью интервалом значений $r_0 \ll h \ll c/\omega_0$, где r_0 — характерный размер атома, а ω_0 — характерная частота возбуждения атомных электронов.

Обозначая вектор спонтанного дипольного момента частицы через $\mathbf{d}^{sp}(t)$, для вектора электрической поляризации, создаваемой в пространстве флуктуациями $\mathbf{d}^{sp}(t)$, имеем (здесь и далее пользуемся гауссовой системой единиц)

$$\mathbf{P}^{sp}(\mathbf{r}, t) = \delta(x - R)\delta(y)\delta(z - Vt)\mathbf{d}^{sp}(t) = \frac{1}{r}\delta(r - R)\delta(\phi)\delta(z)\mathbf{d}^{sp}(t), \qquad (1)$$

где (r, ϕ, z) — координаты частицы в цилиндрической системе. Уравнение Пуассона для потенциала электрического поля, создаваемого поляризацией (1) ($\Delta\Phi = 4\pi\,\mathrm{div}\,\mathbf{P}^{sp}$), записанное в цилиндрических коор-

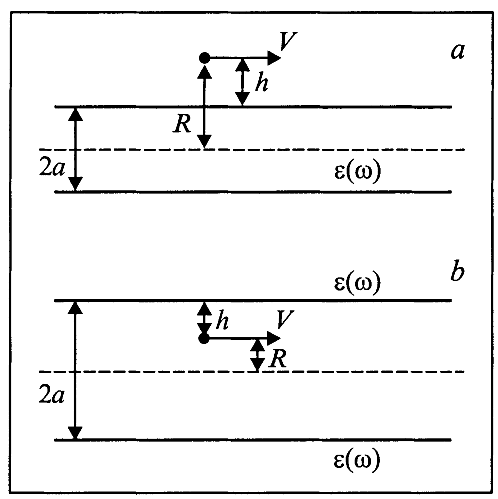

Схема движения нейтральной частицы. a — параллельно образующей выпуклой цилиндрической поверхности, b — внутри цилиндрического канала.

динатах, имеет вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Phi(z,\phi,z,t)$$
$$=4\pi\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\delta(r-R)\delta(\phi)\delta(z)d_r^{\mathrm{sp}}(t)\right.$$
$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \phi}\frac{\delta(r-R)}{r}\delta(\phi)\delta(z)d_\phi^{\mathrm{sp}}(t)$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial z}\frac{\delta(r-R)}{r}\delta(\phi)\delta(z)d_z^{\mathrm{sp}}(t)\right), \quad (2)$$

где $d_r^{\mathrm{sp}}(t)$, $d_\phi^{\mathrm{sp}}(t)$, $d_z^{\mathrm{sp}}(t)$ — соответствующие проекции вектора дипольного момента.

Решая (2) с учетом граничных условий непрерывности потенциала и нормальной составляющей электрической индукции, для вектора и компонент индуцированного электрического поля поверхности получим

$$\mathbf{E}^{\mathrm{in}}(r,\phi,z,t)=\frac{1}{(2\pi)^3}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\iint \mathbf{E}_{\omega k}^{\mathrm{in}}(r)e^{in\phi}e^{i(kz-\omega t)}d\omega dk, \quad (3)$$

$$E_r^{\mathrm{in}}(\omega k;r)=-\frac{d}{dr}u_n(\omega k;r), \quad (4a)$$

$$E_\phi^{\mathrm{in}}(\omega k;r)=-\frac{in}{r}u_n(\omega k;r), \quad (4b)$$

$$E_z^{\mathrm{in}}(\omega k;r)=-iku_n(\omega k;r), \quad (4c)$$

$$u_n(\omega k;r)=-4\pi\Delta_n(\omega)\Big(K_n(kr)K_n'(kR)kd_r^{\mathrm{sp}}(\omega-kV)$$
$$+\frac{in}{R}K_n(kr)K_n(kR)d_\phi^{\mathrm{sp}}(\omega-kV)$$
$$+ikK_n(kr)K_n(kR)d_z^{\mathrm{sp}}(\omega-kV)\Big), \quad (5)$$

$$\Delta_n(\omega)=\frac{(\varepsilon(\omega)-1)I_n(ka)I_n'(ka)}{\varepsilon(\omega)I_n'(ka)K_n(ka)-I_n(ka)K_n'(ka)}. \quad (6)$$

В целях упрощения записи аргумент k (а также a) в формуле (6) и далее в (19) опущен.

Функции $K_n(x)$, $I_n(x)$ — цилиндрические функции порядка n, штрихи обозначают их производные. Функция $\Delta_n(\omega)$ в (6) по своему физическому смыслу аналогична функции $\Delta(\omega)=(\varepsilon(\omega)-1)/(\varepsilon(\omega)+1)$ для плоской поверхности [4–7].

Заменяя в уравнениях (4)–(6) Фурье-компоненты дипольного момента на соответствующие квантово-механические компоненты оператора дипольного момента, далее будем трактовать (3) как определение оператора индуцированного электрического поля поверхности в гейзенберговском представлении. Операторный смысл имеют также все остальные векторные величины.

2. Консервативный потенциал взаимодействия частицы с поверхностью

Аналогично случаю плоской поверхности [4–7] в дипольном приближении динамический потенциал взаимодействия атома с поверхностью представляем в виде суммы двух независимых частей

$$U_{\mathrm{int}}=-\frac{1}{2}\langle\mathbf{dE}\rangle=-\frac{1}{2}\langle\mathbf{d}^{\mathrm{sp}}\mathbf{E}^{\mathrm{in}}\rangle-\frac{1}{2}\langle\mathbf{d}^{\mathrm{in}}\mathbf{E}^{\mathrm{sp}}\rangle=U_1+U_2, \quad (7)$$

где первое и второе слагаемые обусловлены соответственно спонтанными флуктуациями дипольного момента атома и электрического поля поверхности.

Для нахождения U_1 оператор $\mathbf{d}^{\mathrm{sp}}(t)$ разлагаем в интеграл Фурье и подставляем в (7) вместе с оператором электрического поля в точке нахождения частицы $\mathbf{E}^{\mathrm{in}}(R,0,Vt)$, а возникающие корреляторы дипольного момента раскрываем стандартным образом с помощью флуктуационно-диссипационной теоремы (ср. с [6,7])

$$\langle d_i^{\mathrm{sp}}(\omega)d_k^{\mathrm{sp}}(\omega')\rangle=2\pi\delta_{ik}\delta(\omega+\omega')$$
$$\times h\alpha''(\omega)\mathrm{cth}(\omega\hbar/2k_{\mathrm{B}}T). \quad (8)$$

Принимая во внимание аналитические свойства функций $\alpha(\omega)$, $\varepsilon(\omega)$, связанные с четностью действительных и нечетностью мнимых частей, после ряда преобразований приводим выражение для U_1 к виду

$$U_1(R,V)=-\frac{\hbar}{2\pi^2R^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\iint d\omega dkK_n^2(kR)$$
$$\times\left[n^2+(kR)^2+(kR)^2\Phi_n^2(kR)\right]\mathrm{cth}(\omega\hbar/2k_{\mathrm{B}}T)$$
$$\times\alpha''(\omega)\left[\Delta_n'(\omega-kV)+\Delta_n'(\omega+kV)\right], \quad (9)$$

где $\Phi_n(z)\equiv d/dz\ln K_n(z)$ — логарифмическая производная функции Макдональда. Функции $\alpha(\omega)$, $\Delta(\omega)$ с одним и двумя штрихами в (9) и далее обозначают их действительные и мнимые части.

Для нахождения потенциала U_2 оператор $\mathbf{d}^{\mathrm{in}}(t)$ разлагаем в частотный интеграл Фурье, $\mathbf{E}^{\mathrm{sp}}$ — в интеграл Фурье по ω,k и в ряд Фурье по угловой переменной ϕ, а затем подставляем в (7). Поступая далее так же как при выводе аналогичного выражения в случае плоской поверхности [6,7], для возникающей в ходе расчета спектральной корреляционной функции электрического поля (в точке нахождения частицы $(r=R)$) получим выражение

$$\langle\mathbf{E}_{\omega k}^{\mathrm{sp}}(R)\mathbf{E}_{\omega'k'}^{\mathrm{sp}}(R)\rangle=(2\pi)^2\delta(\omega+\omega')\delta(k+k')$$
$$\times\frac{2\hbar}{R^2}\mathrm{cth}(\omega\hbar/2k_{\mathrm{B}}T)\sum_{n=-\infty}^{\infty}K_n^2(kR)$$
$$\times\left[n^2+(kR)^2+(kR)^2\Phi_n^2(kR)\right]\Delta_n''(\omega). \quad (10)$$

Используя (10) и интегрируя выражение для потенциала по переменным ω', k', с учетом аналитических свойств поляризуемости и диэлектрической функции находим

$$U_2(R,V) = -\frac{\hbar}{2\pi^2R^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \iint d\omega dk K_n^2(kR)$$
$$\times \left[n^2+(kR)^2+(kR)^2\Phi_n^2(kR)\right]\mathrm{cth}(\omega\hbar/2k_\mathrm{B}T)$$
$$\times \Delta_n''(\omega)\left[\alpha'(\omega-kV)+\alpha'(\omega+kV)\right]. \quad (11)$$

И наконец, суммируя выражения (9) и (11), окончательно получаем

$$U_\mathrm{int}(R,V) = -\frac{\hbar}{\pi^2R^2}\sum_{n=0}^{\infty}{}' \iint d\omega dk K_n^2(kR)$$
$$\times \left[n^2+(kR)^2+(kR)^2\Phi_n^2(kR)\right]\mathrm{cth}(\omega\hbar/2k_\mathrm{B}T)$$
$$\times \Big(\Delta_n''(\omega)\left[\alpha'(\omega-kV)+\alpha'(\omega+kV)\right]$$
$$+\alpha''(\omega)\left[\Delta_n'(\omega-kV)+\Delta_n'(\omega+kV)\right]\Big). \quad (12)$$

Штрих над знаком суммы в (11), (12) (а также в аналогичных формулах далее) означает, что слагаемое с $n=0$ берется с половинным весом. Интегрирование осуществляется по положительным частотам и значениям волновых векторов. Полученный результат обобщает известное выражение для статического потенциала ван-дер-ваальсова притяжения нейтральной сферически-симметричной частицы к цилиндрической поверхности при нулевой температуре [9–11]. В самом деле, полагая в (12) $V=0$, $T=0$, получим

$$U_\mathrm{int}(R) = -\frac{\hbar}{\pi^2R^2}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\int_0^\infty dk K_n^2(kR)$$
$$\times\left[n^2+(kR)^2+(kR)^2\Phi_n^2(kR)\right]\mathrm{Im}\int_0^\infty d\omega\alpha(\omega)\Delta_n(\omega). \quad (13)$$

Частотный интеграл в (13) после поворота контура интегрирования на 90° приводится к виду

$$\mathrm{Im}\int_0^\infty d\omega\alpha(\omega)\Delta_n(\omega) = \int_0^\infty d\omega\alpha(i\omega)\Delta_n(i\omega),$$

поэтому с учетом (6) формула (13) приводится к форме, совпадающей с результатами работ [9–11],

$$U_\mathrm{int}(R) = -\frac{\hbar}{\pi^2R^2}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\int_0^\infty dk K_n^2(kR)\left[n^2+(kR)^2\right.$$
$$\left.+(kR)^2\Phi_n^2(kR)\right]\int_0^\infty \frac{\alpha(i\omega)(\varepsilon(i\omega)-1)I_n'(ka)I_n(ka)}{\varepsilon(i\omega)K_n(ka)I_n'(ka)-K_n'(ka)I_n(ka)}d\omega. \quad (14)$$

3. Вычисление силы трения

Латеральная тормозящая сила, действующая на частицу (сила трения), в случае стационарного движения связана с джоулевой диссипацией энергии флуктуационного электромагнитного поля, отнесенной к единице времени,

$$-\frac{dW}{dt} = FV = \int\langle\mathbf{jE}\rangle d\mathbf{r} = \int\langle\mathbf{j}^\mathrm{sp}\mathbf{E}^\mathrm{in}\rangle d\mathbf{r} + \int\langle\mathbf{j}^\mathrm{in}\mathbf{E}^\mathrm{sp}\rangle d\mathbf{r}. \quad (15)$$

Отдельные слагаемые (15), так же как и в (7), обусловлены вкладами флуктуирующего дипольного момента атома и флуктуационного электромагнитного поля поверхности соответственно, причем $\mathbf{j}^\mathrm{sp} = \partial\mathbf{P}^\mathrm{sp}/\partial t$, $\mathbf{P}^\mathrm{sp}$ определяется формулой (1), а $\mathbf{j}^\mathrm{in}$ выражается через $\mathbf{E}^\mathrm{sp}$ линейный интегральным соотношением. Проводя вычисления, аналогичные тем, что были сделаны при нахождении потенциала притяжения, с учетом флуктуационно-диссипационных соотношений (8), (10) получим

$$F(R,V) = \frac{2\hbar}{\pi^2R^2V}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\iint d\omega dk K_n^2(kR)$$
$$\times\left[n^2+(kR)^2+(kR)^2\Phi_n^2(kR)\right]\mathrm{cth}(\omega\hbar/2k_\mathrm{B}T)$$
$$\times\Big\{(\omega+kV)\left[\Delta_n''(\omega)\alpha''(\omega+kV)-\Delta_n''(\omega+kV)\alpha''(\omega)\right]$$
$$+(\omega-kV)\left[\Delta_n''(\omega)\alpha''(\omega-kV)-\Delta_n''(\omega-kV)\alpha''(\omega)\right]\Big\}. \quad (16)$$

Формула (16) обобщает результат работы [8] на случай конечных температур и произвольных нерелятивистских скоростей. Структура выражения в фигурных скобках (16) (а выше в (12)) такая же, как и при вычислении силы трения (и потенциала притяжения) в случае плоской поверхности [6,7].

4. Атом, движущийся в цилиндрическом канале

Перейдем к рассмотрению движения частицы в цилиндрическом канале (см. рисунок, b). Все обозначения сохраняем такими же, как и в случае, показанном на рисунке, a, но поскольку теперь $a > R$, величина h определяется как $h = a - R$.

Не повторяя подробностей расчетов, аналогичных случаю выпуклой поверхности, заметим, что конечные выражения для потенциала притяжения и силы трения получаются из (12) и (16) простой заменой функций Макдональда на модифицированные функции Бесселя и наоборот. В результате получим

$$U_{\text{int}}(R,V) = -\frac{\hbar}{\pi^2 R^2} \sum_{n=0}^{\infty}{}' \iint d\omega dk I_n^2(kR) \times \left[n^2 + (kR)^2 + (kR)^2 \Psi_n^2(kR)\right] \operatorname{cth}(\omega\hbar/2k_{\text{B}}T) \times \Big(\tilde{\Delta}_n''(\omega)\left[\alpha'(\omega - kV) + \alpha'(\omega + kV)\right] + \alpha''(\omega)\left[\tilde{\Delta}_n'(\omega - kV) + \tilde{\Delta}_n'(\omega + kV)\right]\Big), \quad (17)$$

$$F(R,V) = \frac{2\hbar}{\pi^2 R^2 V} \sum_{n=0}^{\infty}{}' \iint d\omega dk I_n^2(kR) \times \left[n^2 + (kR)^2 + (kR)^2 \Psi_n^2(kR)\right] \operatorname{cth}(\omega\hbar/2k_{\text{B}}T) \times \Big((\omega + kV)\left[\tilde{\Delta}_n''(\omega)\alpha''(\omega + kV) - \tilde{\Delta}_n''(\omega + kV)\alpha''(\omega)\right] + (\omega - kV)\left[\tilde{\Delta}_n''(\omega)\alpha''(\omega - kV) - \tilde{\Delta}_n''(\omega - kV)\alpha''(\omega)\right]\Big), \quad (18)$$

где $\Psi_n(z) \equiv d/dz \ln I_n(z)$, а $\tilde{\Delta}_n''(\omega)$ имеет вид

$$\tilde{\Delta}_n''(\omega) = \frac{(\varepsilon(\omega) - 1)K_n(ka)K_n'(ka)}{\varepsilon(\omega)K_n(ka)I_n(ka) - K_n(ka)I_n'(ka)}. \quad (19)$$

Формула (17) также обобщает результаты работ [9–11], полученных для статического потенциала притяжения в цилиндрическом канале при $T = 0$, и позволяет проводить вычисление потенциала ван-дер-Ваальса для конечных скоростей и температур. Действительно, полагая в (17) $V = 0$ и $T = 0$ и совершая преобразования, аналогичные сделанным при выводе (14), получим формулу, идентичную приведенным в [9–11],

$$U_{\text{int}}(R) = -\frac{2\hbar}{\pi^2 R^2} \sum_{n=0}^{\infty}{}' \int_0^{\infty} dk I_n^2(kR)\left[n^2 + (kR)^2 + (kR)^2 \Psi_n^2(kR)\right] \times \int_0^{\infty} \frac{\alpha(i\omega)(\varepsilon(i\omega) - 1)K_n'(ka)K_n(ka)}{\varepsilon(i\omega)I_n(ka)K_n'(ka) - I_n'(ka)K_n(ka)} d\omega. \quad (20)$$

Переход к приближению малых скоростей в (12) и (16)–(18) делается так же, как и в случае плоской поверхности [4–7]. Так, в линейном приближении по скорости (18) преобразуется к виду

$$F(R,V) = \frac{\hbar V}{\pi^2 R^2} \times \sum_{n=0}^{\infty}{}' \int k^2 C_n(k)\left[n^2 + (kR)^2 + (kR)^2 \Psi_n^2(kR)\right] dk, \quad (21)$$

$$C_n(k) = I_n^2(kR) \int_0^{\infty} d\omega \Bigg\{ 2\left[\alpha''(\omega)\frac{d\tilde{\Delta}_n''(\omega)}{d\omega} - \tilde{\Delta}_n''(\omega)\frac{d\alpha''(\omega)}{d\omega}\right] + \omega\left[\alpha''(\omega)\frac{d^2\tilde{\Delta}_n''(\omega)}{d\omega^2} - \tilde{\Delta}_n''(\omega)\frac{d^2\alpha''(\omega)}{d\omega^2}\right]\Bigg\} \operatorname{cth}\left(\frac{\omega\hbar}{2k_{\text{B}}T}\right). \quad (22)$$

Заметим, что зависимость коэффициента $C_n(k)$ от волнового вектора обусловлена не только множителем, стоящим перед интегралом, но и соответствующей зависимостью функций $\tilde{\Delta}_n''(\omega)$ (см. (19)). В целом разложение латеральной силы по скорости содержит только нечетные степени, а разложение нормальной силы притяжения к поверхности — четные (начиная с нулевой степени).

Для проведения практических расчетов по формулам (21), (22) в функции $\tilde{\Delta}_n''(\omega)$ целесообразно вынести зависящие от волнового вектора множители в числителе и знаменателе, объединив их с квадратом функции Бесселя $I_n^2(x)$, тогда (22) примет вид

$$C_n(k) = A_n(k) \int_0^{\infty} d\omega \Bigg\{ 2\left[\alpha''(\omega)\frac{dD_n(\omega,k)}{d\omega} - D_n(\omega,k)\frac{d\alpha''(\omega)}{d\omega}\right] + \omega\left[\alpha''(\omega)\frac{d^2 D_n(\omega,k)}{d\omega^2} - D_n(\omega,k)\frac{d^2\alpha''(\omega)}{d\omega^2}\right]\Bigg\} \operatorname{cth}\left(\frac{\omega\hbar}{2k_{\text{B}}T}\right), \quad (23)$$

$$D_n(\omega,k) = \operatorname{Im}\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + B_n(k)}, \quad (24)$$

$$A_n(k) = I_n^2(kR)K_n(ka)/I_n(ka), \quad (25)$$

$$B_n(k) = -\frac{K_n(ka)I_n'(ka)}{K_n'(ka)I_n(ka)}. \quad (26)$$

Используя асимптотику цилиндрических функций при больших значениях аргумента, нетрудно показать, что при $ka, kR \gg 1$ имеем $\Psi_n^2(kR) \to 1$, $B_n(k) \to 1$ и $A_n(k) \to \exp(-2kh)/2kR$. При этом зависимость получаемой в (21) подынтегральной функции от h и от $\varepsilon(\omega)$ такая же как и для плоской поверхности, но тем не менее предельный переход к плоскому случаю при $R \to \infty$ не является тривиальным, поскольку в сумму цилиндрических функций в правой части (21) значительный вклад вносят члены с большими номерами n. Суммирование этого ряда представляет отдельную задачу.

Линейная температурная зависимость интеграла (23), если не учитывать возможное влияние температуры на функцию $\varepsilon(\omega)$, проявляется только в области низких частот, когда $\operatorname{cth}(\omega\hbar/2k_{\text{B}}T) \to 2k_{\text{B}}T/\omega\hbar$. Если же спектры поглощения частицы и поверхности перекрываются в высокочастотной области, то $\operatorname{cth}(\omega\hbar/2k_{\text{B}}T) \to 1$ и, проводя в (23) интегрирование по частям, получим

$$C_n(k) = -2A_n(k)\int_0^\infty d\omega\alpha''(\omega)\frac{dD_n(\omega,k)}{d\omega}. \tag{27}$$

Таким образом, при $T = 0$ всегда имеется конечная сила трения.

Итак, используя минимальное число ограничений, мы получили наиболее общие нерелятивистские формулы для консервативных (притягивающих) и диссипативных (тормозящий) флуктуационно-электромагнитных сил, действующих на нейтральный атом, движущийся параллельно образующей цилиндрической поверхности. Формулы позволяют проводить расчеты этих сил для произвольных скоростей частиц, температуры поверхности и диэлектрических свойств частицы и поверхности. При нулевой скорости и температуре формулы для консервативного потенциала (потенциала ван-дер-Ваальса) совпадают с известными результатами других авторов.

Разложение флуктуационных сил в степенной ряд по скорости идет по четным степеням для притягивающих (консервативных) и по нечетным для диссипативных сил, что аналогично случаю плоской поверхности, причем при $T = 0$ всегда имеется отличный от нуля вклад в обе силы.

Список литературы

[1] Г.В. Дедков. УФН **170**, *6*, 585 (2000).
[2] G.V. Dedkov. Nucl. Instr. Meth. **B143**, *8*, 584 (1998).
[3] G.V. Dedkov, B.S. Karamurzov. Surf. coat. Tech. *128/129*, 51 (2000).
[4] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. Phys. Lett. **A259**, *8*, 38 (1999).
[5] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Письма в ЖТФ **25**, *12*, 10 (1999).
[6] A.A. Kyasov, G.V. Dedkov. Surf. Sci. (2000), in press.
[7] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. ФТТ **43**, *1*, 169 (2001).
[8] А.А. Кясов. Деп. ВИНИТИ № 1407-В91 (1991).
[9] M. Schmeits, A.A. Lucas. Surf. Sci. **64**, *10*, 176 (1977).
[10] M. Schmeits, A.A. Lucas. Prog. Surf. Sci. **14**, *1*, 1 (1983).
[11] В.М. Набутовский, В.Р. Белослудов, А.М. Коротких. ЖЭТФ **77**, *2(8)*, 700 (1979).