Нелинейные волны в цепочке плоскопараллельных доменных границ в ферромагнетике

© М.А. Шамсутдинов, С.Э. Рахимов, А.Т. Харисов

Башкирский государственный университет,
450074 Уфа, Россия

E-mail: KharisovAT@ic.bashedu.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 29 сентября 2000 г.)

При учете нелинейности в силе взаимодействия плоских доменных границ, составляющих цепочку, получены одно- и двухпараметрические солитоны — уединенные волны деформации сдвига цепочки доменных границ.

В полосовой доменной структуре наряду с объемными спиновыми волнами существуют локализованные в доменной границе (ДГ) возбуждения, соответствующие связанным колебаниям ДГ [1]. Цепочка плоскопараллельных ДГ может проявлять волновые свойства [2–5], аналогичные волновым свойствам атомных кристаллических решеток. Роль упругих сил играют дальнодействующие силы магнитостатического взаимодействия между доменами. В цепочке плоскопараллельных ДГ возможно распространение деформационных волн, соответствующих как изгибу, так и сдвигу ДГ. Дисперсионные характеристики деформационных волн сдвига ДГ в плоскопараллельной доменной структуре аналогичны характеристикам волн в одномерной цепочке масс [6]. При этом могут иметь место линейные волны, соответствующие как акустической, так и оптической ветвям колебаний ДГ [4]. Вынужденные нелинейные колебания в цепочке плоскопараллельных ДГ имеют множество особенностей [7]. В такой цепочке возможно существование нелинейных волн деформаций сдвига ДГ, соответствующих как акустической, так и оптической ветвям возмущений.

В настоящей работе рассматривается задача о нелинейных волнах деформаций сдвига доменных стенок, соответствующих акустической моде, в ферромагнитной пластине с плоскопараллельной доменной структурой и перпендикулярной к плоскости пластины одноосной анизотропией. Когда ширина домена D много больше толщины ДГ, пользуясь методикой расчета магнитостатической энергии в пластине с плоскопараллельной доменной структурой [8], можно получить следующее выражение для энергии взаимодействия ДГ [7]:

$$W = \sum_n w_n,$$

$$w_n = \frac{2\pi M_0^2}{D^2} Q_n^2 + \frac{16 M_0^2 D}{\pi^2 h} \times \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p^3} \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi h}{D} p\right)\right] \sin^2\left[\frac{\pi p}{2}\left(1 + \frac{Q_n}{D}\right)\right],$$

$$Q_n = j_{n+1} - j_n, \tag{1}$$

где h — толщина пластины, M_0 — нормальная к плоскости пластины компонента намагниченности, j_n — смещение n-й ДГ из положения равновесия. При получении (1) пренебрегалось взаимодействием ДГ с дальними соседями, что оправдано при рассмотрении волн, соответствующих акустической моде с малыми волновыми векторами. Кинетическая энергия системы определяется выражением

$$T = \frac{1}{2} \sum_n \frac{m_w}{D} \left(\frac{d}{dt} j_n\right)^2,$$

где

$$m_w = \frac{1}{2\pi\gamma^2\Delta_0} \quad —$$

масса ДГ, приходящаяся на единицу площади [9], γ — гиромагнитное отношение, $\Delta_0 = \sqrt{A/K_u}$, A — константа неоднородного обменного взаимодействия, K_u — константа одноосной анизотропии. Вводя новую переменную $q = \pi j/D$, получим следующее уравнение движения:

$$\frac{d^2}{dt^2} q_n = \omega_0^2 \Big[f(q_{n+1} - q_n) - f(q_n - q_{n-1})\Big], \tag{2}$$

где

$$\omega_0^2 = 4\pi M_0^2/(D m_w), \tag{3}$$

$$f(q) = q + \frac{2}{b} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \left(1 - e^{-bp}\right) \sin(qp), \; b = \frac{\pi h}{D}. \tag{4}$$

Используя соотношение

$$\sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \left(1 - e^{-bp}\right) \sin(qp) = -\int_0^b \operatorname{arctg} \frac{\sin q}{\cos q + e^a} \, da$$

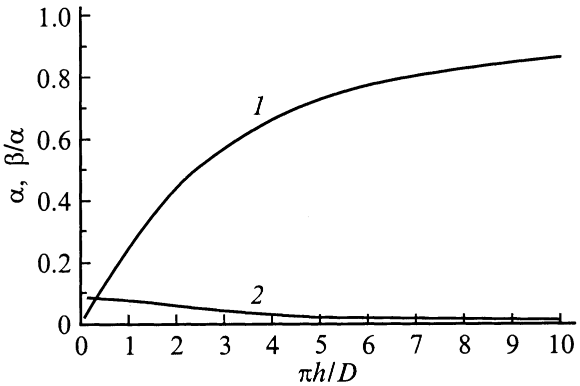
и представив интеграл в виде ряда по q, с точностью до слагаемых пятой степени получим

$$f(q) = \alpha q + \beta q^3 + \delta q^5, \tag{5}$$

где

$$\alpha = \frac{2}{b} \ln \operatorname{ch} \frac{b}{2}, \qquad \beta = \frac{1}{12b} \operatorname{th}^2 \frac{b}{2},$$

$$\delta = \frac{1}{120b} \operatorname{th}^2 \frac{b}{2} \left(1 - \frac{3}{4} \operatorname{th}^2 \frac{b}{2}\right).$$



Зависимости α и β/α (кривые *1* и *2* соответственно) от отношения толщины образца h к ширине домена D.

На рисунке приведены зависимости α и β/α от отношения $\pi h/D$. Поскольку $\beta/\delta \sim 10{-}40$, в (5) ограничимся первыми двумя слагаемыми. При $\delta = 0$ уравнение (2) известно как уравнение Ферми–Паста–Улама [10]. Перейдя к непрерывной пространственной переменной $x = nD$, обозначив $u = q_x$, получим

$$u_{tt} = s^2 \partial_x^2 \left[u + \frac{D^2}{12} u_{xx} + \frac{\beta D^2}{\alpha} u^3 \right], \tag{6}$$

$$s = \omega_0 D \sqrt{\alpha}. \tag{7}$$

Уравнение (6) является модифицированным уравнением Буссинеска. Соответствующее линеаризованное уравнение ($\beta = 0$) имеет волновое решение $u = u_0 \cos(kx - \omega t)$ с законом дисперсии

$$\omega^2 = s^2 k^2 \left(1 - \frac{D^2}{12} k^2 \right),$$

где $k \ll 2\pi/D$, s — скорость линейных деформационных волн сдвига доменных границ.

Используя редуктивную теорию возмущений в виде [10]

$$\vartheta = \varepsilon(x \pm st), \quad \tau = \varepsilon^3 t, \quad u = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n u^{(n)}(\vartheta, \tau), \tag{8}$$

получим модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза (МКДФ)

$$\pm 2\partial_\tau u^{(1)} + r\partial_\vartheta^3 u^{(1)} + \rho \partial_\vartheta \left(u^{(1)} \right)^3 = 0,$$

где

$$r = \frac{sD^2}{12}, \quad \rho = \frac{sD^2\beta}{\alpha}.$$

Перейдя в соответствии с (8) от медленных переменных ϑ, τ к обычным переменным $\zeta = x \pm st$ и t, $U \equiv \varepsilon u^{(1)}$ получим

$$\pm 2\partial_t U + r\partial_\zeta^3 U + \rho \partial_\zeta U^3 = 0. \tag{9}$$

В (8) малым параметром ε является величина $(V_g - s)/s \ll 1$, где V_g — скорость нелинейных деформационных волн. Это значит, что (8) и (9) применимы в случае, когда скорость нелинейных волн близка к скорости линейных волн.

Уравнение (6) является уравнением второго порядка по времени и описывает волны, распространяющиеся в обоих направлениях вдоль координатной оси. Переменный знак в масштабных преобразованиях и соответственно в (9) появляется из-за того, что (9) является уравнением первого порядка по времени и описывает волну, распространяющуюся только в одном направлении. Поэтому выбор знака определяет направление распространения волны вдоль или против координатной оси.

Односолитонное решение МКДФ имеет вид [11]

$$U = \pm U_0 \,\mathrm{ch}^{-1} \left(\frac{\eta}{\Delta_1} \right),$$

$$q = \pm q_0 \,\mathrm{arctg} \left[\mathrm{sh} \left(\frac{\eta}{\Delta_1} \right) \right], \tag{10}$$

$$U_0 = 2\sqrt{\frac{v}{\rho}}, \quad \Delta_1 = \sqrt{\frac{r}{2v}}, \quad q_0 = \sqrt{\frac{2r}{\rho}} = \sqrt{\frac{\alpha}{6\beta}}, \tag{11}$$

где $\eta = x \pm (s + v)t$, $v > 0$. При этом каждому знаку в уравнении (9) могут соответствовать решения (10) с обоими знаками.

Скорость нелинейных деформационных волн продольного смещения доменных границ V_g больше скорости линейных волны s, т. е. $V_g = s + v$, $s \gg v$ (так как $v > 0$). Проведем сравнение скорости нелинейной волны с уокеровской предельной скоростью доменной стенки V_w [9]

$$V_w = \frac{M_0}{\gamma m_w}.$$

Для отношения скоростей можно получить следующее выражение:

$$\frac{V_g}{V_w} \approx \frac{s}{V_w} = \sqrt{\frac{2\alpha D}{\Delta_0}}.$$

При обычных толщинах ЦМД пленки $h \sim 8Q\Delta_0$ ($Q = K_u/2\pi M_0^2$ — фактор качества) ширина домена $D \sim 8Q\Delta_0$ [9]. Тогда $V_g/V_w \sim 4\sqrt{\alpha Q}$. При $Q = 10{-}10^3$ имеем $V_g/V_w \sim 10{-}10^2$.

Переход от дискретной модели к непрерывной является справедливым, когда ширина солитона много больше толщины домена, т. е.

$$\frac{\Delta_1}{D} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \sqrt{\frac{s}{v}} \gg 1.$$

Это условие выполняется по крайней мере при $\Delta_1/D > 10$, что накладывает дополнительное ограничение на скорость солитона: $v/s < 4 \cdot 10^{-4}$. Приведем максимальную величину относительной деформации домена в области локализации солитона, которая равна

$$\sigma = \frac{DU_0}{\pi} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \frac{v}{s}}.$$

При $\alpha/\beta \sim 10^2$, $v/s \sim 10^{-4}$ имеем $\sigma < 0.1$. При $v = 100$ cm/s, $D \approx h = 0.01$ cm, $m_w = 3 \cdot 10^{-10}$ g/cm^3,

$M_0 = 100\,\text{Gs}$ величина относительной деформации $\sigma \approx 0.03$.

Двухпараметрическое решение уравнения (9) имеет вид [12]

$$U = 2\sqrt{\frac{2r}{\rho}}\frac{\partial}{\partial\xi}\,\text{arctg}\left\{\frac{\sin(k_0\xi \pm \Omega t}{\Delta_2 k_0 \text{ch}(\xi/\Delta_2)}\right\}, \qquad (12)$$

$$k_0 = \frac{1}{\Delta_2}\sqrt{\frac{2v_1\Delta_2^2 + r}{3r}}, \quad \Omega = \frac{2}{3}\left(v_1 + \frac{2r}{\Delta_2^2}\right)k_0, \quad (13)$$

где $\xi = x \pm (s - v_1)t$. В качестве независимых параметров можно выбрать скорость солитона v_1 относительно скорости линейной волны s и характерный размер Δ_2 локализованного возбуждения. Из (13) видно, что область существования солитона в зависимости от параметров v_1 и Δ_2 определяется неравенством

$$v_1\Delta_2^2 > -r/2. \qquad (14)$$

В случае выполнения условия (14) k_0 в (13) является вещественной величиной. Проанализируем два предельных случая выражения (12) [12]. В первом амплитуда мала, т.е. $\Delta_2 k_0 \gg 1$. Решение (12) представляет собой малоамплитудную слаболокализованную волну. Во втором предельно нелинейном случае $k_0\Delta_2 \ll 1$. В этом случае решение (12) представляет собой бризер — систему двух однопараметрических солитонов с противоположными знаками, совершающих колебания с частотой Ω около движущегося со скоростью $s - v_1$ общего центра тяжести. Максимальное расстояние, на которое могут удалиться два однопараметрических солитона, равно

$$\Delta = 2\Delta_2 \ln\frac{2}{k_0\Delta_2}. \qquad (15)$$

В отличие от (11), где v строго больше нуля, в бризерном решении (12) величина v_1 может быть и отрицательной (см. (14)). Пусть скорость v_1 близка к критической (она соответствует равенству в (14)): $v_1 = -r(1-\mu)/(2\Delta_2^2)$, $0 < \mu \ll 1$. Тогда $k_0\Delta_2 = \sqrt{\mu/3} \ll 1$, $\Omega \approx 2|v_1|k_0$, и (15) можно переписать в виде $\Delta = \Delta_2\ln(12/\mu)$. При $\mu \approx 0.05$ величина $\Delta \approx 5\Delta_2$.

В случае, если между v_1 и Δ_2 существует связь, близкая к связи между v и Δ_1 для односолитонного решения (11) $\Delta_2 = \sqrt{r/v_1}$,

$$k_0 = 1/\Delta_2, \qquad \Omega = 2v_1k_0, \qquad (16)$$

и двухпараметрическое решение (12) выглядит наиболее просто

$$U = 2\sqrt{\frac{2r}{\rho}}\frac{\partial}{\partial\zeta}\,\text{arctg}\left\{\frac{\sin[\sqrt{v_1/r}(\zeta \pm v_1t)]}{\text{ch}[\sqrt{v_1/r}(\zeta \mp v_1t)]}\right\}.$$

Из (16) видно, что волновое число k_0 обратно пропорционально ширине Δ_2, а частота Ω прямо пропорциональна скорости v_1 и волновому числу k_0.

Выше указывалось, что расчеты проведены, пренебрегая взаимодействием между дальними соседями. Вследствие этого, как показывает сравнение (2) с уравнениями линейной теории волн в цепочке плоскопараллельных доменных границ [4,5], полученные результаты при $b \geq 1$ носят качественный характер, а при $b \ll 1$ (когда ширина домена D много больше толщины пластины h) — количественный характер. Доменная структура, в которой ширина домена D много больше толщины пластины h, действительно может существовать как в ферромагнетиках (см., например, [13]), так и в редкоземельных ортоферритах.

Таким образом, в цепочке плоскопараллельных доменных границ при определенных условиях могут существовать нелинейные волны деформаций доменных границ аналогичные солитонам в ангармонической цепочке атомов. Физически такая волна представляет собой локализованную волну сгущения или разряжения, т.е. продольной деформации цепочки доменных границ с возможными внутренними степенями свободы. Скорость деформационных солитонов сдвига доменных границ на порядок или более превосходит уокеровскую предельную скорость, что может представлять определенный практический интерес. Возбудить подобные нелинейные волны деформаций, как и в случае линейных волн деформаций, соответствующих акустической ветви [14], можно с помощью пространственно-неоднородных в плоскости пластины импульсного или высокочастотного магнитного поля.

Авторы выражают благодарность Б.Н. Филиппову за ценные замечания.

Список литературы

[1] М.М. Фарзтдинов. Теория спиновых волн в ферро- и антиферромагнетиках с доменной структурой. Наука, М. (1988). 240 с.
[2] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов. ФММ **36**, *4*, 690 (1973).
[3] Ю.И. Горобец. УФЖ **19**, *6*, 1025 (1974).
[4] Л.Э. Гуревич, Э.В. Либерц. ЖЭТФ **82**, *1*, 220 (1982).
[5] Е.С. Денисова. ФТТ **42**, *3*, 503 (2000).
[6] Ч. Киттель. Введение в физику твердого тела. Наука, М. (1978). 792 с.
[7] Б.Н. Филиппов, М.М. Соловьев. ФММ **80**, *2*, 20 (1995).
[8] C. Kooy, V. Enz. Philips Res. Reports **15**, 7 (1960).
[9] А. Малоземов, Дж. Слонзуски. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. Мир, М. (1982). 384 с.
[10] Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. Мир, М. (1988). 696 с.
[11] Дж.Л. Лэм. Введение в теорию солитонов. Мир, М. (1983). 294 с.
[12] А.М. Косевич, А.С. Ковалев. Введение в нелинейную физическую механику. Наук. думка, Киев (1989). 304 с.
[13] A. Hubert, R. Schäfer. Magnetic Domains: the Analysis of Magnetic Microstructures. Springer, Berlin (1998). 704 p.
[14] Элементы и устройства на цилиндрических магнитных доменах: Справочник. Радио и связь, М. (1987). 488 с.