Особенности магнонного спектра ограниченного магнетика, индуцированные линейным магнитоэлектрическим эффектом

© С.В. Тарасенко

Донецкий физико-технический институт Академии наук Украины,
83114 Донецк, Украина

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 9 октября 2000 г.)

На примере механически свободной пластины легкоплоскостного тетрагонального антиферромагнетика с центром антисимметрии показано, что наличие линейного магнитоэлектрического эффекта приводит к формированию в спектре объемных магнонов ранее неизвестных аномалий, характер которых существенно зависит от соотношения между температурами Нееля и Дебая антиферромагнитного кристалла.

Наличие в магнитном кристалле линейного магнитоэлектрического эффекта представляет особый интерес в тех случаях, когда это приводит к тому, что распространяющаяся в магнетике спиновая волна сопровождается не магнитостатическим, а электростатическим полем, т. е. является в этом смысле электродипольноактивной. Именно такая ситуация может реализоваться в антиферромагнитных кристаллах с центром антисимметрии, структура линейного магнитоэлектрического взаимодействия в которых в общем случае может быть представлена в виде [1–5]

$$F_{pe} = \hat{\gamma}\mathbf{lmP}, \tag{1}$$

где γ — тензор магнитоэлектрических коэффициентов. В рамках двухподрешеточной модели антиферромагнетика $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$ — вектор ферромагнетизма, $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$ — вектор антиферромагнетизма, $\mathbf{M}_{1,2}$ — намагниченности подрешеток ($|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$), $\mathbf{P}$ — вектор электрической поляризации.

Расчеты показали, что при определенных симметрийных условиях в антиферромагнитном кристалле, обладающем магнитоэлектрической энергией вида (1), электродипольноактивными могут быть не только оптические [6], но и акустические моды магнонного спектра [7]. Это в свою очередь приводит к тому, что в таком антиферромагнетике становится возможным формирование как поверхностных, так и объемных магнитных поляритонов TM- и EH-типа [8]. Однако несмотря на достаточно большое число исследований, посвященных анализу условий формирования и распространения магнитных поляритонов в антиферромагнитных кристаллах с центром антисимметрии, традиционно пренебрегалось соотношением между температурами Нееля (T_N) и Дебая (T_D) реального антиферромагнитного кристалла, тогда как хорошо известно, что в случае низкотемпературных антиферромагнетиков ($T_N < T_D$) решетка может оказывать определяющее влияние на спектр объемных магнонов ограниченного магнитного кристалла [9,10]. Кроме того, влияние решетки на спектр спин-волновых колебаний в антиферромагнетиках является обменно усиленным [11]. В связи с этим цель данной работы состоит в определении на конкретном примере необходимых условий, при выполнении которых наличие линейного магнитоэлектрического эффекта в ограниченном антиферромагнетике с центром антисимметрии приводит к формированию ранее неизученных аномалий в спектре объемных электродипольноактивных магнонов, индуцированных кооперативным влиянием электродипольного, магнитодипольного, магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий.

1. Основные соотношения

Если считать, что $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}| \approx 1$ (малость релятивистских взаимодействий по сравнению с межподрешеточным обменом), то, следуя [7], плотность энергии двухподрешеточной модели магнитоэлектричекого антиферромагнетика с учетом магнитоупругого взаимодействия в терминах векторов ферромагнетизма $\mathbf{m}$ и антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ можно представить в виде

$$F = F_m + F_{pe} + F_{me} + F_e + F_p, \tag{2}$$

где

$$F_m = M_0^2\left(\frac{\delta}{2}\mathbf{m}^2 + \frac{\alpha}{2}(\nabla\mathbf{l})^2 + \frac{b}{2}l_z^2 + \frac{\beta}{2}l_x^2 l_y^2\right),$$

$$F_{me} = B_{iklm} l_i l_k u_{lm}, \quad F_e = c_{iklm} u_{ik} u_{lm},$$

$$F_p = \frac{1}{2\kappa}P_z^2 + \frac{1}{2\kappa_\perp}\left(P_x^2 + P_y^2\right) - \mathbf{PE},$$

δ, α и b, β — соответственно константы однородного, неоднородного межподрешеточного обмена и анизотропии ($b \gg \beta$), $\mathbf{E}$ — электрическое поле, $\kappa_\perp, \kappa$ — диэлектрические восприимчивости, u_{ik} — тензор магнитоупругих деформаций, $\hat{B}$ и $\hat{c}$ — коэффициенты магнитоупругого и упругого взаимодействий.

В частном случае тетрагонального антиферромагнетика со структурой $4_z^{\pm}2_x^{+}I^{-}$ или $4_z^{\pm}2_x^{-}I^{-}$ выражение для энергии магнитоэлектрического взаимодействия F_{pe}

соответственно может быть представлено в виде [3–5]

$$F_{pe} = -\gamma_1 P_z(m_x l_y \pm m_y l_x) - \gamma_2 m_z(P_x l_y \pm P_y l_x) - \gamma_3 l_z(m_x P_y \pm m_y P_x),$$

$$F_{pe} = -\gamma_1 m_z(l_x P_x \pm l_y P_y) - \gamma_2 P_z(m_x l_x \pm m_y l_y) - \gamma_3 l_z(m_x P_x \pm m_y P_y) - \gamma_4 l_z m_z P_z, \quad (3)$$

где $\hat{\gamma}$ — коэффициенты магнитоэлектрического взаимодействия. Динамические свойства рассматриваемой системы в рамках феноменологической теории описываются с помощью системы связанных векторных уравнений

$$2/(gM_0)\mathbf{m}_t = [\mathbf{m}H_\mathbf{m}] + [\mathbf{l}H_\mathbf{l}], \quad 2/(gM_0)\mathbf{l}_t = [\mathbf{l}H_\mathbf{m}] + [\mathbf{m}H_\mathbf{l}],$$

$$\mathbf{P}_{tt} = fH_\mathbf{P}, \quad \mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{c\partial t}, \quad \mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{c\partial t},$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{D} = 0, \quad \mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0, \quad \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial u_{ik}}, \quad (4)$$

где $H_\mathbf{j} \equiv \delta H/\delta\mathbf{j}$ ($\mathbf{j} = \mathbf{m}, \mathbf{l}, \mathbf{P}$), g — гиромагнитное отношение. Как показывает расчет, в данной модели антиферромагнетика возможна реализация одной из двух равновесных магнитных конфигураций: легкоосной ($\mathbf{l} \parallel OZ$) и легкоплоскостной ($\mathbf{l} \perp OZ$) [7].

В общем случае дисперсионное уравнение, описывающее рассчитанный с помощью (4) спектр нормальных колебаний рассматриваемой модели антиферромагнетика, представляет собой алгебарическое уравнение седьмой степени относительно k^2. Для облегчения аналитических расчетов введем ряд упрощающих предположений.

1) Ограничимся анализом коротковолновой асимптотики рассматриваемого поляритонного спектра $\omega/c \to 0$.

2) Поскольку в магнонном спектре легкоплоскостной магнитной конфигурации ($\mathbf{l} \parallel OX$, $|\mathbf{M}| = |\mathbf{P}| = 0$)($4_z^{\pm} 2_x^{-} I^{-}$) одна из ветвей спектра нормальных спин-волновых колебаний обладает достаточно малой энергией активации ($\tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0$),[1] следовательно, этот тип магнитных колебаний будет наиболее чувствителен к влиянию как магнитоэлектрического, так и магнитоупругого взаимодействия; в дальнейшем ограничимся анализом только этой ветви магнонного спектра легкоплоскостного антиферромагнетика без центра антисимметрии.

В случае когда частота колебаний рассматриваемой системы удовлетворяет условию

$$\omega^2 \ll \min(g^2\delta^2 M_0^2, f/\kappa_\perp, f/\kappa), \quad (5)$$

можно исключить из (4) вектор $\mathbf{P}$. В результате система уравнений (4), описывающая в электро- и магнитостатическом приближении ($\omega/c \to 0$) магнитоупругую динамику тетрагонального антиферромагнитного магнитоэлектрика в легкоплоскостной фазе, связывает между собой только компоненты $\tilde{m}_z, \tilde{l}_y, \phi, \psi$ и $\mathbf{u}$($\mathbf{H} = \nabla\phi$; $\mathbf{E} = \nabla\psi$). Поскольку в данной работе нас интересует спиновая динамика ограниченного магнитоэлектрика, указанную систему связанных уравнений необходимо дополнить соответствующими граничными условиями. Будем считать, что магнитная среда занимает собой бесконечную полосу толщиной $2d$, на обеих поверхностях которой выполнены обменные граничные условия вида [12]

$$\frac{\partial\tilde{\mathbf{m}}}{\partial\zeta} + \delta_1\tilde{\mathbf{m}} = 0, \quad \frac{\partial\tilde{\mathbf{l}}}{\partial\zeta} + \delta_1\tilde{\mathbf{l}} = 0, \quad \zeta = \pm d, \quad (6)$$

где ζ — координата вдоль нормали к поверхности пленки $\mathbf{n}$, δ_1 — константа поверхностной анизотропии. Что касается упругих и электродинамических граничных условий, то в данной работе будем считать, что в зависимости от относительной ориентации нормали к поверхности пленки $\mathbf{n}$, направления равновесной ориентации вектора антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ ($\mathbf{l}/|\mathbf{l}|$) и направления распространения волны ($\mathbf{k}_\perp/|\mathbf{k}_\perp|$) соответствующие выражения для магнитостатического ϕ и электростатического ψ потенциала могут быть представлены в виде

$$\sigma_{ik}n_k = 0, \quad \zeta = \pm d, \quad (7)$$

$$\psi + \alpha^*\frac{\partial\psi}{\partial\zeta} = 0, \quad \zeta = \pm d,$$

$$\phi + \beta^*\frac{\partial\phi}{\partial\zeta} = 0, \quad \zeta = \pm d, \quad (8)$$

где $\hat{\sigma}$ — тензор упругих напряжений, $\alpha^* = \alpha^*(\mathbf{l}/|\mathbf{l}|, \mathbf{k}_\perp/|\mathbf{k}_\perp|)$, $\beta^* = \beta^*(\mathbf{l}/|\mathbf{l}|, \mathbf{k}_\perp/|\mathbf{k}_\perp|)$. Более подробно о физических механизмах реализации указанных граничных условий см., например, в [13,14].

Как показывает расчет, дисперсионное уравнение для спектра низкочастотной магнонной моды рассматриваемого высокотемпературного магнитоэлектрического антиферромагнетика ($T_D < T_N$) в приближении замороженной решетки $\omega/c_{\mathrm{ph}}|\mathbf{k}| \to \infty$ (c_{ph} — минимальная фазовая скорость распространения упругих волн), для произвольной ориентации волнового вектора k и без учета конечных размеров реального образца может быть представлен в виде

$$\omega^2 = \left[\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + s^2\mathbf{k}^2\right]\left[1 + A_p k_x^2\left(\epsilon_\perp(k_x^2 + k_y^2) + \epsilon k_z^2\right)^{-1} + A_d k_z^2 \mathbf{k}^{-2}\right], \quad (9)$$

где $\omega_0^2 \equiv d^2 M_0^2 \delta\alpha$, $\epsilon_\perp = 1 + 4\pi\kappa_\perp$, $\epsilon = 1 + 4\pi\kappa$, $A_p \equiv 4\pi\alpha_1^2/\delta$, $A_d \equiv 4\pi/\delta$, $\alpha_1 \equiv \kappa_\perp\gamma$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$, $s^2 = g^2 M_0^2 \alpha\delta$, $\omega/c \to 0$.

Для низкотемпературного антиферромагнетика ($T_D > T_N$) с центром антисимметрии аналогичное дисперсионное соотношение для спектра нормальных низкочастотных спиновых колебаний неограниченного магнитного кристалла (2) в эластостатическом приближении $\omega/c_{\mathrm{ph}}|\mathbf{k}| \to 0$ ($\omega/c \to 0$) можно

[1] Обозначение "$\tilde{a}$" соответствует малым осцилляциям величины A относительно равновесного значения.

представить в виде [13]

$$\omega^2 = \left[\omega_0^2+\omega_{me}^2\left(1-c_{66}\left(k_x^2 D_{11}+k_y^2 D_{22}-2D_{12}k_x k_z\right)\rho^{-1}D^{-1}\right)\right.$$

$$\left.+s^2\mathbf{k}^2\right]\left[1+A_p k_x^2\left(\epsilon_\perp\left(k_x^2+k_y^2\right)+\epsilon k_z^2\right)^{-1}+A_d k_z^2\mathbf{k}^{-2}\right], \quad (10)$$

где $D \equiv \det|\Lambda_{ik}|$, $i,k = 13$, D_{ik} — алгебраическое дополнение элемента (i,k) в определителе D, $\hat{\Lambda}$ — тензор Кристоффеля, δ_{ik} — дельта символ Кронекера.

Поскольку, как показывает совместный анализ (2), (9) и (10), рассматриваемый тип спиновых колебаний $(\tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0)$ одновременно сопровождается при $k_x \neq 0$ электростатическим полем (т.е. является электродипольноактивным), а при $k_z \neq 0$ — магнитостатическим (т.е. магнитодипольноактивным), то в дальнейшем ограничимся анализом наиболее интересной для целей данной работы геометрии распространения спиновой волны: $\mathbf{k} \in XZ$ $(k_y = 0)$. Таким образом, в данной геометрии уже без учета электромагнитного запаздывания этот тип нормальных колебаний магнитоэлектрического кристалла отвечает распространяющейся объемной поляритонной волне EH-типа. В дальнейшем будем полагать, что направление нормали к поверхности пластины n совпадает с одной из декартовых осей координат в плоскости XZ.

Для расчета спектра объемной спиновой волны с учетом конечных размеров реального магнитоэлектрического кристалла можно воспользоваться подходом, ранее развитым в работах [15–17] для анализа влияния магнитодипольного взаимодействия на спектр объемных обменных магнонов в тонкой ферромагнитной пленке. С этой целью с помощью функций Грина можно из уравнений электро- и магнитостатики $(\omega/c \to 0)$ с граничным условием (8) получить связь между амплитудой электростатического ψ и магнитостатического потенциала ϕ и амплитудой колебания z-компоненты вектора ферромагнетизма $\mathbf{m}$, считая пространственное распределение последнего заданной функцией. Это дает возможность исключить из рассмотрения переменные, связанные с электростатическим и магнитостатическим взаимодействием. Таким образом, в этом случае рассматриваемая краевая задача сводится к решению системы из двух интегродифференциальных уравнений для $\tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0$ с обменными (6) и упругими (7) граничными условиями. Следуя методике, развитой в [15–17], решение данной граничной задачи будем искать в виде разложения $\tilde{m}_z$ в ряд по собственным функциям обменной граничной задачи (6) $(\boldsymbol{\tau} \perp \mathbf{n}, \kappa_\nu \equiv \pi\nu/2d; \nu = 1, 2\dots)$. В частности,

$$m_z(r,t) = \sum_\nu A_\nu \cos(\kappa_\nu\zeta)\exp(i\omega t - \mathbf{i}\mathbf{k}_\perp\boldsymbol{\tau}),$$

$$\mathbf{n} \parallel OX \quad (\delta_1 = 0),$$

$$m_z(r,t) = \sum_\nu A_\nu \sin(\kappa_\nu\zeta)\exp(i\omega t - \mathbf{i}\mathbf{k}_\perp\boldsymbol{\tau}),$$

$$\mathbf{n} \parallel OZ \quad (1/\delta_1 = 0). \quad (11)$$

В результате соответствующее дисперсионное уравнение, описывающее в коротковолновом пределе спектр нормальных низкочастотных магнонных колебаний $(\tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0)$, с учетом магнитодипольного, электродипольного и магнитоупругого взаимодействий для исследуемой пленки антиферромагнетика с центром антисимметрии может быть представлено в виде бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд A_ν.

Поскольку структура такой системы уравнений качественно не изменяется при изменении направления распространения спиновой волны и нормали к поверхности пленки n, то в дальнейшем для примера приведем соответствующие выражения для случая $\mathbf{k} \in XZ$, $\mathbf{n} \parallel OZ$ (см. Приложение)

$$\left(W_{\nu\nu}(k_\perp) - \omega^2\right)A_\nu = W_{\nu\rho}(k_\perp)A_\rho,$$

$$\nu \neq \rho, \quad \nu,\rho = 1,2,\dots, \quad (12)$$

$$W_{\nu\nu}(k_\perp) = \left[\omega_0^2 + \omega_{me}^2\frac{c_{44}\kappa_\nu^2}{c_{66}k_\perp^2 + c_{44}\kappa_\nu^2} + s^2(k_\perp^2+\kappa_\nu^2)\right]$$

$$\times\left[1 + A_p P_{\nu\nu}(k_\perp)/\epsilon_\perp + A_d R_{\nu\nu}(k_\perp)\right],$$

$$W_{\nu\rho}(k_\perp) = \left[\omega_0^2 + \omega_{me}^2\frac{c_{44}\kappa_\nu^2}{c_{66}k_\perp^2 + c_{44}\kappa_\nu^2} + s^2(k_\perp^2+\kappa_\nu^2)\right]$$

$$\times\left[A_p P_{\nu\rho}(k_\perp)/\epsilon_\perp + A_d R_{\nu\rho}(k_\perp)\right]. \quad (13)$$

Таким образом, использование аппарата функций Грина позволяет представить структуру спектра объемных магнонов тонкой магнитоэлектрической пленки в виде, характерном для метода связанных мод [18]. В (12), (13) диагональная компонента матрицы $W_{\nu\rho}(k_\perp)$ определяет дисперсионную кривую моды с номером ν, принадлежащей спектру объемных спиновых волн рассматриваемой магнитоэлектрической пленки. Каждую из недиагональных компонент матрицы $W_{\nu\rho}$ в (12), (13) можно рассматривать как матричный элемент, характеризующий взаимодействие между модами с номерами ν и ρ, закон дисперсии которых соответственно определяется из (12), (13) выражением $\omega^2 = W_{\nu\nu}(k_\perp)$ и $\omega^2 = W_{\rho\rho}(k_\perp)$. Из анализа (12), (13), в частности, следует, что для рассматриваемых геометрией распространения магнитных колебаний $W_{\nu\rho}(k_\perp) = 0$, если $\partial\phi/\partial\zeta = \psi = 0$ при $\mathbf{n} \parallel OZ$ $(1/\delta_1 = 0)$ или $\mathbf{n} \parallel OX$ $(\delta_1 = 0)$. В этом случае из (12), (13) следует, что бесконечная матрица коэффициентов в (12), (13) $W_{\nu\rho}(k_\perp)$ приобретает диагональный вид и закон дисперсии рассматриваемого типа объемных спинволновых колебаний можно представить в виде

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = W_{\nu\nu}(k_\perp). \quad (14)$$

Чтобы детально проанализировать роль различных механизмов формирования структуры магнонного спектра, рассмотрим соответствующее общее выражение (14) в отдельных частных случаях. Первый из них, как уже говорилось во введении, соответствует пренебрежению конечностью скорости распространения упругих колебаний ($\omega/c_{\mathrm{ph}} \to 0$), эластостатическое приближение [13] для $T_N < T_D$, второе — приближению замороженной решетки ($\omega/c_{\mathrm{ph}} \to \infty$) для $T_N > T_D$, а третье $\alpha \to 0$ — пренебрежению неоднородным обменным взаимодействием (безобменное приближение [12]).

2. Спиновая динамика магнитоэлектрической пленки в безобменном приближении

Из (14) следует, что при указанных приближениях структура спектра безобменных объемных магнонов с $\mathbf{k} \in XZ$ тонкой магнитоэлектрической пленки в зависимости от соотношения между температурами Нееля (T_N) и Дебая (T_D) может быть представлена в виде

$$T_N > T_D, \qquad \Omega_\nu^2(k_\perp) = R(k_\perp)\left(\omega_0^2 + \omega_{me}^2\right), \qquad (15)$$

$$T_N < T_D, \quad \Omega_\nu^2(k_\perp) = R(k_\perp)\big(\omega_0^2 + \omega_{me}^2 c_{44} k_z^2 \times (c_{66}k_x^2 + c_{44}k_z^2)^{-1}\big), \qquad (16)$$

где $R(k_\perp) \equiv 1 + A_d k_z^2 k^{-2} + A_p k_x^2 (\epsilon_\perp k_x^2 + \epsilon k_z^2)^{-1}$. В (15), (16) $k_z = \kappa_\nu$, $k_x = k_\perp$ при $\mathbf{n} \parallel OZ$ и $k_z = k_\perp$, $k_x = \kappa_\nu$ при $\mathbf{n} \parallel OX$. Анализ соотношений (15), (16) показывает, что соответствующие спектры безобменных спинволновых возбуждений обладают точкой сгущения как при $k_\perp \to 0$, так и при $k_\perp \to \infty$, т.е. для двух фиксированных номеров мод ν и ρ имеет место условие $|\Omega_\nu(k_\perp) - \Omega_\rho(k_\perp)| \to 0$. В случае высокотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии (15) уже в пренебрежении магнитостатическими взаимодействием ($A_d \to 0$) независимо от номера моды ν дисперсионные кривые спектра объемных электродипольноактивных магнонов с $\mathbf{n} \parallel OZ$ представляют собой волну прямого типа ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp > 0$), а при $\mathbf{n} \parallel OX$ обратного ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp < 0$) (электростатические спиновые волны). При этом для заданной величины волнового числа $k_\perp$ и фиксированного номера моды $\nu < \rho$ в случае $\mathbf{n} \parallel OZ$ (15) выполняется неравенство вида $\Omega_\nu(k_\perp) > \Omega_\rho(k_\perp)$, тогда как при $\mathbf{n} \parallel OX$ (15) имеет место $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$. Для обоих типов волн независимо от номера моды ν соответствующие дисперсионные кривые (15) обладают при $k_\perp \neq 0$ точкой перегиба ($\partial^2\Omega_\nu/(\partial k_\perp^2 = 0$). Если же в рассматриваемой геометрии пренебречь наличием электродипольного взаимодействия по сравнению с магнитодипольным ($\gamma \to 0$), то в этом случае, как следует из (15), характер дисперсионных кривых изменится. Теперь для заданного номера моды ν волна обратного типа реализуется при $\mathbf{n} \parallel OZ$, а прямого — при $\mathbf{n} \parallel OX$. Что же касается магнитоупругого взаимодействия, то оно в высокотемпературном магнетике (15) определяет только величину магнитупругой щели ω_{me} и перенормировку константы магнитной анизотропии, которые не зависят от величины и направления волнового числа $k_\perp$.

Анализ (15) на основе одновременного учета магнито- и электродипольного взаимодействия показывает, что форма дисперсионной кривой моды с заданным номером ν спектра безобменных магнонов (15) как при $n \parallel OX$, так и при $\mathbf{n} \parallel OZ$ является результатом гибридизации обоих рассмотренных выше частных случаев.

1) Возможно формирование при $k_\perp = k_\nu$ точки экстремума, которая в зависимости от параметров магнитоэлектрического антиферромагнетика и относительной ориентации в плоскости XZ нормали к поверхности пластины n может быть максимумом или минимумом.

2) Для дисперсионных кривых мод спектра (15) с номерами ν и ρ ($\nu < \rho$) возможно формирование при $k_\perp = k_{\nu\rho}$ ($k_\nu < k_{\nu\rho} < k_\rho$) точки пересечения (кроссовера): $\Omega_\nu(k_\perp) = \Omega_\rho(k_\perp)$. В результате если для $\nu < \rho$ в окрестности длинноволновой точки сгущения ($k_\perp \to 0$) имело место соотношение $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$ ($\Omega_\nu(k_\perp) > \Omega_\rho(k_\perp)$), то для этих же кривых в окрестности коротковолновой точки сгущения спектра ($k_\perp \to \infty$) будет иметь место соотношение: $\Omega_\nu(k_\perp) > \Omega_\rho(k_\perp)$ ($\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$).

Физическим механизмом, индуцирующим появление данных аномалий в спектре объемных безобменных магнонов рассматриваемого ограниченного высокотемпературного магнитоэлектрика, является гибридизация вследствие линейного магнитоэлектрического эффекта, магнитодипольного и электродипольного механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия.

Из сопоставления (15) и (16) следует, что дополнительные по отношению к (15) аномалии в спектре безобменных спиновых колебаний тонкой пленки низкотемпературного магнитоэлектрического антиферромагнетика связаны с тем, что при $T_N < T_D$ (16) наряду с электродипольным и магнитодипольным механизмами формирования дисперсии безобменных магнонов имеется также и косвенное спин-спиновое взаимодействие через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций. Это приводит к возможности формирования в безобменном приближении дисперсионных свойств спин-волновых колебаний тонкой антиферромагнитной пленки даже в том случае, если $A_{p,d} \to 0$. Соответствующий класс безобменных магнонов назван эластостатическими спиновыми волнами [9,10]. Этот механизм косвенного спин-спинового взаимодействия уже без учета магнито- и электродипольных волн приводит в рассматриваемой геометрии $\mathbf{k} \in XZ$, $n \parallel OX$ или $\mathbf{n} \parallel OZ$ к тому, что дисперсионная кривая безобменной магнонной моды с номером ν будет являться волной обратного типа при $\mathbf{n} \parallel OZ$ и прямого — при $\mathbf{n} \parallel OX$, а также обладать точками сгущения спектра при $k_\perp \to 0$ и ∞. Учтем теперь, что в исследуемой пленке низкотемпературного магнитоэлектрического антиферромагнетика косвенный спин-спиновой обмен реализуется не только за счет дальнодействующего поля квазистатических магнитоупругих деформаций, но также и за счет как электродипольного, так и магнитодипольного полей.

Если теперь перейти к изучению соотношений (16) на основе одновременного учета магнитоупругого, магнитои электродипольного взаимодействий ($A_{p,d} \neq 0$ и $\hat{B} \neq 0$), то анализ показывает, что гибридизация магнитоупругого и дипольного механизмов дисперсии объемных безобменных магнонов приводит к формированию дополнительных аномалий как по сравнению со случаем (15), так и по сравнению с соотношениями (16) при $A_{p,d} \to 0$. В частности, при $\mathbf{k} \in XZ$ становится возможным существование $k_\perp = k_{\pm\nu}$ двух экстремальных точек на дисперсионной кривой магнонной моды с заданным номером ν. Одна из этих точек будет соответствовать максимуму, другая — минимуму дисперсионной кривой. Соответствующие выражения для $k_{\pm\nu}$ определяются из (16) условием вида $\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp = 0$. Кроме того, теперь дисперсионные кривые мод с номерами ν и ρ ($\nu < \rho$) помимо точек сгущения спектра при $k_\perp \to 0$ и ∞ будут иметь в отличие от (15) и (16) при $A_{p,d} \to 0$ не одну, а две точки пересечения (кроссовера) дисперсионных кривых при $k_\perp \neq k_{\pm\nu\rho}$ ($k_{-\nu} < k_{-\nu\rho} < k_{+\nu} < k_{+\nu\rho}$): $\Omega_\nu(k_{\pm\nu\rho}) = \Omega_\rho(k_{\pm\nu\rho})$.

Следует отметить, что если для рассматриваемого в данном разделе спектра объемных спин-волновых колебаний (16) уравнение $\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp = 0$ имеет два положительных корня ($k_{\pm\nu} \neq 0$), то для мод с номерами ν и ρ ($\nu < \rho$) всегда выполняется условие: если в окрестности длинноволновой точки вырождения спектра (при $k_\perp \to 0$) имеет место соотношение $\Omega_\nu < \Omega_\rho$ ($\Omega_\nu > \Omega_\rho$), то оно останется в силе и в окрестности коротковолновой точки сгущения спектра (при $k_\perp \to \infty$) рассматриваемых объемных безобменных магнонов.

До сих пор мы анализировали спектр объемных спин-волновых колебаний ограниченного антиферромагнетика с центром антисимметрии в пренебрежении неоднородным обменным взаимодействием ($\alpha \to 0$), однако, как уже говорилось в начале работы, последовательный анализ спектра объемных магнонов ограниченного магнитоэлектрика требует одновременного учета как прямого (гейзенберговский межподрешеточный обмен), так и косвенных механизмов спин-спинового взаимодействия (магнитодипольный, электродипольный, эластостатический) в магнитной подсистеме рассматриваемого кристалла. Результаты соответствующего анализа спектра объемных магнонов ограниченного антиферромагнетика с центром антисимметрии с учетом не только магнитодипольного, электродипольного и магнитоупругого взаимодействия, но также и неоднородного обменного взаимодействия изложены в следующем разделе.

3. Эффекты неоднородного обменного взаимодействия

Из (14) следует, что при $\alpha \neq 0$ и $\omega/c \to 0$, $\omega/c_{\mathrm{ph}} \to 0$ для $T_N < T_D$ (или $\omega/c \to 0$, $\omega/c_{\mathrm{ph}} \to \infty$ для $T_N > T_D$) соотношения (15), (16) могут быть представлены в виде

$$T_N > T_D, \qquad \Omega_\nu^2(k_\perp) \equiv R(k_\perp)\left(\omega_0^2 + s^2k^2 + \omega_{me}^2\right), \quad (17)$$

$$T_N < T_D, \quad \Omega_\nu^2(k_\perp) \equiv R(k_\perp)\big(\omega_0^2 + s^2k^2 + \omega_{me}^2 c_{44}k_z^2 \times (c_{66}k_x^2 + c_{44}k_z^2)^{-1}\big). \quad (18)$$

В (17), (18) $k_z = \kappa_\nu$, $k_x = k_\perp$ при $\mathbf{n} \parallel OZ$ ($1/\delta_1 = 0$) и $k_z = k_\perp$, $k_x = \kappa_\nu$ при $\mathbf{n} \parallel OX$ ($\delta_1 = 0$).

Совместный анализ соотношений (15), (16) и (17), (18) показывает, что в том случае, когда в безобменном пределе (15), (16) в окрестности точки сгущения ($k_\perp \to 0$ или ∞) для мод с заданными номерами ν и ρ ($\nu < \rho$) имеет место соотношение $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$, уже при бесконечно малой величине константы неоднородного обменного взаимодействия α становится возможным исчезновение точки сгущения и формирование при $k_\perp \neq 0$ дополнительной точки кроссовера дисперсионных кривых, принадлежащих модам $\Omega_\nu(k_\perp)$ и $\Omega_\rho(k_\perp)$, определяемых соотношениями (17), (18). Если это условие в окрестности рассматриваемой точки сгущения дисперсионных кривых (15), (16) не выполняется, то учет $\alpha \neq 0$ приводит просто к ее исчезновению в соотношениях (17), (18). Если в окрестности коротковолновой точки сгущения спектра (15), (16) имеет место условие $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp < 0$, то наличие неоднородного обменного взаимодействия ($\alpha \neq 0$) приведет не только к исчезновению соответствующей точки сгущения, но и к формированию при $k_\perp \neq 0$ дополнительного минимума на соответствующей дисперсионной кривой $\Omega_\nu(k_\perp)$. Из сопоставления (17) и (15) следует, что в случае высокотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии учет $\alpha \neq 0$ существенно изменяет структуру спектра распространяющихся объемных спин-волновых возбуждений, по сравнению с (15). В частности, если в (15) дисперсионное уравнение $\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp = 0$ имело положительный корень при $k_\perp \neq 0$, соответствующий максимуму дисперсионной кривой, то учет неоднородного обмена ($\alpha \neq 0$) делает возможным формирование при $k_\perp \neq 0$ дополнительной точки пересечения $\Omega_\nu(k_{\nu\rho}) = \Omega_\rho(k_{\nu\rho})$ для дисперсионных кривых мод с заданными номерами ν и ρ. Из (17) также следует, что обе эти точки кроссовера в спектре объемных спин-волновых возбуждений высокотемпературного антиферромагнетика имеют место только при одновременном учете электродипольного, магнитодипольного и неоднородного обменного механизмов спин-спинового взаимодействия (т. е. при $\hat{\gamma} \neq 0$, $\alpha \neq 0$). Если в окрестности коротковолновой точки спектра (15) для мод с номерами $\nu < \rho$ имело место условие $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$, то, как следует из (17), совместный учет косвенного (электро- и магнитодипольного) и прямого (гейзенберговского) механизмов спин-спинового обмена будет приводить к формированию при $k_\perp \neq 0$ минимума на дисперсионной кривой моды с номером ν, принадлежащей спектру дипольно-обменных спин-волновых возбуждений тонкой пленки магнитоэлектрика с $T_N > T_D$. В случае пленки низкотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии анализ соотношений (18) показывает, что уже без учета дипольного взаимодействия (что формально соответствует одновременному предельному переходу $4\pi \to 0$, $\hat{\gamma} \to 0$) гибридизация эластостатического и гейзенберговского механизмов спин-спинового взаимодействия приводит к следующим особенностям в спектре объемных магнонов по сравнению с безобменным ($\alpha \to 0$) пределом (16): 1) наличию при $\mathbf{n} \parallel OZ$ или $\mathbf{n} \parallel OX$ двух точек кроссовера дисперсионных кривых эласто-обменных спин-волновых возбуждений с номерами ν и ρ ($k_{\nu\rho}$); 2) формированию минимума дисперсионной кривой $\Omega_\nu(k_\perp)$ (18). В безобменном пределе $\alpha \to 0$ имеет место предельный переход к характерным точкам спектров, определяемых (16): $k_{\nu\rho} \to 0$, $k_{\nu\rho \to \infty}$. Учет наряду с эластостатическим и гейзенберговским также и электро- и магнитостатического механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия в свою очередь приводит к формированию дополнительных аномалий в спектре объемных спин-волновых возбуждений по сравнению с исследованным выше предельным случаем чисто эласто-обменных магнонов (т. е. в пределе $4\pi \to 0$, $\hat{\gamma} \to 0$). Во-первых, в тех случаях, когда в безобменном пределе (16) в окрестности коротковолновой точки сгущения дисперсионная кривая моды объемных спин-волновых колебаний относилась к волне обратного типа ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp < 0$), учет неоднородного обменного взаимодействия будет приводить к формированию минимума на соответствующей дисперсионной кривой. Во-вторых, из (18) следует, что при $\mathbf{n} \parallel OX$ или $\mathbf{n} \parallel OZ$ дисперсионные кривые моды с номерами ν и ρ могут иметь до четырех точек пересечения дисперсионных кривых $\Omega_\nu(k_\perp) = \Omega_\rho(k_\perp)$, если при $\alpha \to 0$ каждая их этих дисперсионных кривых имеет две точки экстремума при $k_\perp \neq 0$. Как показывает анализ соотношений (18), при $\alpha \neq 0$ число точек кроссовера спектра для мод с номерами ν и ρ ($N_{\nu\rho}$) всегда четно. При $\alpha \neq 0$ с ростом величины $(\kappa_\nu^2 - \kappa_\rho^2)$ $N_{\nu\rho}$ может изменяться (возрастать или убывать), но при этом только на величину, кратную двум. В конечном счете для достаточно больших значений ν и ρ или обратной толщины магнитной пленки $2d$ соответствующая дисперсионная кривая $\Omega_\nu(k_\perp)$, описываемая соотношениями (17), (18), при любой величине волнового числа $k_\perp$ будет волной прямого типа ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp > 0$), не имеющей ни точек перегиба ($\partial^2\Omega_\nu/\partial k_\perp^2 = 0$), ни точек кроссовера $(\Omega_\nu(k_\perp) = \Omega_\rho(k_\perp))$.

Как известно из кристаллографии [19], при анализе условий отражения и преломления объемного нормального колебания на границе исследуемого кристалла важную роль играет форма поверхности рефракции такой нормальной волны. Таким образом, локальная геометрия поверхности волновых векторов нормальных объемных колебаний неограниченного кристалла должна существенно влиять и на структуру спектра нормальных объемных колебаний кристалла конечных размеров, поскольку пространственно распределение амплитуды объемных колебаний является результатом интерференции падающих и отраженных от границ образца объемных волн. Анализу влияния электродипольного, магнитодипольного, эластостатического и неоднородного обменного взаимодействий на форму поверхности рефракции нормальных спин-волновых колебаний в неограниченном магнетике и связи ее локальной геометрии с найденными выше аномалиями спектра объемных магнонов в тонкой магнитоэлектрической пленке высокотемпературного или низкотемпературного антиферромагнетика посвящен следующий раздел работы.

4. Связь с формой поверхности рефракции

Поскольку волновой вектор рассматриваемой волны в соотношениях (17), (18) лежит в плоскости XZ, то для решения поставленной задачи необходимо с помощью (9), (10) при условии, что $\omega/c \to 0$, $\omega/c_{\mathrm{ph}} \to 0$ для $T_N < T_D$ или $\omega/c \to 0$, $\omega/c_{\mathrm{ph}} \to \infty$ для $T_N > T_D$, изучить в $\mathbf{k}$-пространстве форму сечения изочастотной поверхности исследуемого типа магнонов ($\omega = \mathrm{const}$) плоскостью $k_x k_z$. Соответствующее выражение может быть представлено в виде

$$T_N > T_D, \quad s^2\mathbf{k}^2 = \omega^2\big(1 + A_p \sin^2\theta\big(\epsilon_\perp \cos^2\theta + \epsilon \sin^2\theta\big)^{-1} + A_d \cos^2\theta\big)^{-1} - \omega_0^2 - \omega_{me}^2, \quad (19)$$

$$T_N < T_D, \quad s^2\mathbf{k}^2 = \omega^2(1 + A_p \sin^2\theta\big(\epsilon_\perp \cos^2\theta + \epsilon \sin^2\theta\big)^{-1} + A_d \cos^2\theta\Big)^{-1} - \omega_0^2 - \omega_{me}^2 c_{44}\cos^2\theta \times \big(c_{66}\sin^2\theta + c_{44}\cos^2\theta\big)^{-1}, \quad (20)$$

где $k_x^2/k^2 \equiv \sin^2\theta$, $\mathbf{k}^2 \equiv k_x^2 + k_z^2$. Анализ экстремальных точек кривых (19), (20) и их сопоставление с результатами проведенного выше анализа дисперсионных соотношений (17), (18) показывает, что наличие локального максимума на дисперсионной кривой исследуемого волноводного магнона связано с формированием в неограниченном кристалле на соответствующем сечении поверхности рефракции нормальной спиновой волны той же поляризации (19), (20) участка с максимальной отрицательной кривизной. Его положение на кривой (19), (20) в $\mathbf{k}$-пространстве определяется условием $\partial k/\partial\theta = 0$ и однозначно связано с частотой ω, номером моды ν, толщиной пленки $2d$ и волновым числом $k_\perp$ исследуемого волноводного магнона (17), (18). Если же на поверхности рефракции (19), (20) имеется участок с локальным максимумом кривизны (при $\partial k/\partial\theta = 0$), то, как показывает анализ, на дисперсионной кривой объемной электродипольноактивной спиновой волны (17), (18) это приводит к формированию локального минимума для соответствующих ω, ν, d и $k_\perp$.

Если рассмотреть сечения кривой (19), (20) прямыми, определяемыми условием k_x или $k_z = \mathrm{const}$, то анализ общих точек такой прямой и поверхности рефракции (19), (20) позволяет получить дополнительную информацию о структуре спектра соответствующего волноводного магнона для заданного волнового числа $k_\perp$, частоты ω, а также номера моды ν (в данном случае кривых (17), (18)). В частности, если направление нормали к поверхности пленки n в плоскости волновых векторов k_x, k_z совпадает с осью ординат ($\mathbf{n} \parallel OZ$), то число общих точек прямой $k_x = k_\perp$ и кривой (19), (20) определяет номера мод ν спектра объемных спин-волновых колебаний электродипольного типа, которые могут распространяться вдоль оси OX исследуемой пленки толщиной $2d$ с одинаковым волновым числом $k_\perp$ и частотой ω (т. е. точки кроссовера). В этой же геометрии наличие общих точек кривой (19), (20) и прямой $k_x = \kappa_\nu$ позволяет определить, с какими волновыми числами $k_\perp$ может распространяться вдоль тонкой пленки толщиной $2d$ данный тип волноводного магнона с фиксированным номером моды ν и частотой ω. Поскольку внешняя нормаль к поверхности рефракции совпадает с направлением групповой скорости волны [19], то, как следует из совместного анализа (17)–(20), исследование локальной геометрии сечения изочастотной поверхности (19), (20) позволяет судить о том, к какому типу волны (прямому или обратному) относится соответствующий участок дисперсионной кривой волноводного магнона, определяемый из (17), (18) заданными ω, κ_ν и $k_\perp$. В частности, в рассматриваемом случае $\mathbf{k} \in XZ$ распространяющаяся вдоль пленки ($\mathbf{n} \parallel OZ$) объемная спиновая волна (17), (18) будет волной обратного типа, если проекция внешней нормали к поверхности рефракции на ось OX в точке пересечения этой поверхности с прямой $k_z = \kappa_\nu$ имеет отрицательный знак, если же проекция положительна, то соответствующая волна при заданных k, ω и κ_ν будет волной прямого типа. Если же при некотором $k_\perp \neq 0$ эта проекция на ось OX равна нулю, то такая ситуация имеет место в случае, когда на дисперсионной кривой моды с номером ν объемных колебаний, распространяющихся вдоль поверхности пленки толщиной $2d$, при частоте ω имеется экстремум для этого значения волнового числа $k_\perp$. Чем будет являться эта точка — максимумом или минимумом — определяется знаком локальной кривизны кривой (19)–(20) в этой точке.

До сих пор динамику исследуемой тонкой пленки магнитоэлектрического антиферромагнетика мы анализировали, учитывая взаимодействие спиновой и упругой подсистем кристалла только в эластостатическом приближении, т. е. при $\omega/c_{\text{ph}} \to 0$ ($T_N < T_D$) или в приближении замороженной решетки $\omega/c_{\text{ph}} \to \infty$ ($T_N > T_D$). Вместе с тем дисперсионные соотношения (12), (13), одновременно учитывающие электродипольное, магнитоупругое и неоднородное обменное взаимодействия, были получены для произвольной величины $\omega/c_{\text{ph}}|\mathbf{k}|$. Это дает возможность проанализировать структуру спектра нормальных объемных магнитоупругих колебаний тонкой пленки антиферромагнетика с центром антисимметрии. Однако этому будет посвящено отдельное сообщение.

Таким образом, в данной работе на примере пленки антиферромагнетика с центром антисимметрии определены необходимые условия, при выполнении которых влияние линейного магнитоэлектрического эффекта приводит к формированию в спектре объемных магнонов ранее неизвестных аномалий. Для их существования принципиально важным является одновременный учет не только конечных размеров реального образца, но и соотношения между температурами Нееля и Дебая. К числу найденных в данной работе индуцированных магнитоэлектрическим взаимодействием особенностей спектра объемных магнонов относится следующее.

1) Наличие в тонкой пленке антиферромагнетика с центром антисимметрии распространяющихся безобменных объемных спиновых колебаний, структура спектра которых $\Omega_\nu(k_\perp)$ существенно зависит от соотношения между температурами Нееля и Дебая и имеет в зависимости от величины волнового числа $k_\perp$ немонотонный характер, обладая точками сгущения спектра при $k_\perp \to 0$ и ∞.

2) Возможность формирования как с учетом неоднородного обменного взаимодействия, так и в безобменном приближении участков дисперсионной кривой $\Omega_\nu(k_\perp)$ с $\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp = 0$ при $k_\perp \neq 0$. При этом указанные точки могут соответствовать как локальному максимуму, так и локальному минимуму такой дисперсионной кривой.

3) Возможность существования при $k_\perp \neq 0$ точек кроссовера дисперсионных кривых, соответствующих модам с номерами ν и ρ в спектре объемных нормальных колебаний $\Omega_\nu(k_\perp)$, тонкой магнитоэлектрической пленки (за счет эластостатического, магнитостатического, электростатического и гейзенберговского механизмов спин-спинового взаимодействия).

4) Наличие взаимнооднозначного соответствия между локальной геометрией поверхности рефракции нормальных спин-волновых колебаний неограниченного кристалла и структурой спектра этого типа волноводных колебаний в случае тонкой пленки из того же материала. Указанная корреляция между формой поверхности рефракции нормальной волны, структурой спектра волноводных колебаний и их типом (прямая или обратная волна) безусловно реализуется и для других типов нормальных колебаний неограниченного кристалла (фононов, экситонов и т. д.).

Все расчеты в данной работе были проведены для легкоплоскостной фазы антиферромагнетика со структурой $4_z^{\pm}2_x^{-}I^{-}$ в случае, когда в равновесном состоянии $\mathbf{l} \parallel OX$, $|\mathbf{m}| = 0$, а $\mathbf{k} \in XZ$ ($k_y = 0$). Несложно убедиться, что аналогичные особенности в спектре объемных магнонов в легкоплоскостной фазе антиферромагнетика могут быть реализованы и в случае антиферромагнетика с центром антисимметрии, магнитная структура которого $4_z^{\pm}2_x^{+}I^{-}$. Для той же конфигурации равновесного состояния ($\mathbf{l} \parallel OX$, $|\mathbf{m}| = 0$) и $\mathbf{k} \in YZ$ ($k_x = 0$) все полученные выше результаты остаются справедливыми с точностью до замены $k_z \to k_y$. Анализ показывает, что в обоих этих случаях исследованный магнонный спектр является коротковолновым пределом низкочастотной ветви спектра объемных магнитных EH-поляритонов рассматриваемого типа магнитоэлектрика.

В заключение автор хотел бы выразить глубокую признательность Е.П. Стефановскому, В.Е. Тарасенко и И.Е. Драгунову за поддержку идеи данной работы и плодотворные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$W_{\nu\nu}(k_\perp) = \left[\omega_0^2 + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)\right] \times \left[1 + A_p P_{\nu\nu}(k_\perp)/\epsilon + A_d R_{\nu\nu}(k_\perp)\right],$$

$$W_{\nu\rho}(k_\perp) = \left[\omega_0^2 + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)\right] \times \left[A_p P_{\nu\rho}(k_\perp)/\epsilon + A_d R_{\nu\rho}(k_\perp)\right],$$

$$P_{ik}(k_\perp) = \kappa_i\kappa_k \int_{-d}^{d} \mathrm{d}y \cos(\kappa_i y) \frac{\partial}{\partial y} \int_{-d}^{d} \mathrm{d}t G(y,t) \sin(\kappa_k t),$$

$$R_{ik}(k_\perp) = k_\perp^2 \int_{-d}^{d} \mathrm{d}z \cos(\kappa_i z) \int_{-d}^{d} \mathrm{d}t F(z,t) \cos(\kappa_k t),$$

$$G(\zeta,t) \equiv \begin{cases} \mathrm{sh}\big(ak_\perp(t-d+\zeta_\alpha)\big) \\ \times\, \mathrm{sh}\,\big(ak_\perp(\zeta+d+\zeta_\alpha)\big)/\Delta_G, \quad -d \le \zeta \le t, \\ \mathrm{sh}\big(ak_\perp(t+d+\zeta_\alpha)\big) \\ \times\, \mathrm{sh}\,\big(ak_\perp(\zeta-d+\zeta_\alpha)\big)/\Delta_G, \quad t \le \zeta \le d, \end{cases}$$

$$\mathrm{cth}\,(\zeta_\alpha a k_\perp) = \alpha^*/a, \quad \Delta_G \equiv ak_\perp \mathrm{sh}\,(2ak_\perp d),$$

$$a^2 \equiv \epsilon/\epsilon_\perp, \quad \alpha^* \equiv \epsilon_2/\epsilon_\perp,$$

$$F(\zeta,t) \equiv \begin{cases} \mathrm{ch}\big(ak_\perp(t-d+\zeta_\beta)\big) \\ \times\, \mathrm{ch}\,\big(ak_\perp(\zeta+d+\zeta_\beta)\big)/\Delta_F, \quad -d \le \zeta \le t, \\ \mathrm{ch}\big(ak_\perp(t+d+\zeta_\beta)\big) \\ \times\, \mathrm{ch}\,\big(ak_\perp(\zeta-d+\zeta_\beta)\big)/\Delta_F, \quad t \le \zeta \le d, \end{cases}$$

$$\mathrm{th}\,(\zeta_\beta k_\perp) = \beta^*, \quad \Delta_F \equiv k_\perp \mathrm{sh}\,(2k_\perp d), \quad \beta^* \equiv \mu_2.$$

Список литературы

[1] R.V. Pisarev. Ferroelectrics. **162**, *1–4*, 191 (1994).
[2] S. Bluck, H.G. Kahle. J. Phys. **C21**, *11*, 5193 (1988).
[3] Е.А. Туров, В.В. Меньшенин, В.В. Николаев. ЖЭТФ **104**, *6*, 4157 (1993).
[4] Е.А. Туров. ЖЭТФ **104**, *5*, 3886 (1993).
[5] E.A. Turov. Ferroelectrics **162**, *1–4*, 253 (1994).
[6] В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский. ЖЭТФ **94**, *9*, 268 (1988).
[7] В.Д. Бучельников, В.Г. Шавров. ЖЭТФ **109**, *2*, 706 (1996).
[8] С.В. Тарасенко. Оптика и спектроскопия **87**, *6*, 1024 (1999).
[9] А.Л. Сукстанский, С.В. Тарасенко. ЖЭТФ **105**, *4*, 928 (1994).
[10] С.В. Тарасенко. ЖЭТФ **110**, *10*, 1411 (1996).
[11] Е.А. Туров, В.Г. Шавров. УФН **140**, *3*, 429 (1983).
[12] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Наука, М. (1994).
[13] В.А. Красильников, В.В. Крылов. Введение в физическую акустику. Наука, М. (1984).
[14] V.I. Alshits, A.N. Darinskii, J. Lothe. Wave Motion. **16**, *2*, 265 (1992).
[15] О.Г. Вендик, Д.Н. Чарторижский. ФТТ **12**, *5*, 1538 (1970).
[16] Б.А. Калиникос. Изв. вузов. Физика **24**, *8*, 42 (1981).
[17] B.A. Kalinikos, A.N. Slavin. J. Appl. Phys. **C19**, *18*, 7013 (1986).
[18] А.Я. Ярив, П. Юх. Оптические волны в кристаллах. Мир, М. (1987).
[19] Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. Основы кристаллофизики. Наука, М. (1979).
[20] Ю.В. Гуляев, П.Е. Зильберман. Изв. вузов. Физика **31**, *11*, 6 (1988).