

Резистивное состояние сверхпроводящих структур с фрактальными кластерами нормальной фазы

© Ю.И. Кузьмин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: yurk@shuv.ioffe.rssi.ru, iourk@usa.net

(Поступила в Редакцию 10 октября 2000 г.
В окончательной редакции 13 ноября 2000 г.)

Рассматривается влияние морфологических факторов на захват магнитного потока и критические токи в сверхпроводящей структуре, которая представляет собой перколяционный сверхпроводник II рода с центрами пиннинга. Роль центров пиннинга играют фрактальные кластеры нормальной фазы. Детально проанализированы свойства таких кластеров, изучена их статистика, найдено распределение критических токов депиннинга, получены зависимости основных статистических параметров от фрактальной размерности. Рассмотрено влияние фрактальных кластеров нормальной фазы на электрическое поле, возникающее при движении магнитного потока после срыва вихрей с центров пиннинга. Получены вольт-амперные характеристики сверхпроводящих структур в резистивном состоянии для произвольной фрактальной размерности. Обнаружено, что фрактальность границ кластеров нормальной фазы усиливает захват магнитного потока и тем самым повышает критический ток.

Важное свойство кластеров нормальной фазы, расположенных в сверхпроводящей среде, состоит в их способности захватывать магнитный поток. Удерживая вихри от движения под действием силы Лоренца, такие кластеры могут действовать как эффективные центры пиннинга [1–4]. Это их свойство широко используется при создании композитных сверхпроводящих материалов с высокими значениями критических токов [5,6]. Морфологические характеристики кластеров нормальной фазы оказывают существенное влияние на динамику захваченного магнитного потока особенно в случаях, когда кластеры имеют фрактальные границы [7–9]. В настоящей работе подробно рассматриваются геометрико-вероятностные свойства таких фрактальных кластеров и их влияние на критический ток и динамику захваченного магнитного потока после перехода сверхпроводника в резистивное состояние.

1. Фрактальная геометрия кластеров нормальной фазы и распределение критических токов

Рассмотрим сверхпроводник, содержащий фрагменты нормальной фазы. Пусть протяженность этих фрагментов вдоль одного из направлений существенно превосходит другие размеры. Подобные столбчатые дефекты представляют большой интерес для создания искусственных центров пиннинга [5,10–12]. Если такую сверхпроводящую структуру охладить в магнитном поле, направленном вдоль оси ориентации этих дефектов, до температуры ниже критической, то распределение магнитного потока, захваченного в кластерах нормальной фазы, будет двумерным. Это особенно легко сделать со сверхпроводящей пленкой, в которой такие кластеры сформированы в процессе роста в местах дефектов

на границе с подложкой и имеют ориентацию ортогонально плоскости пленки [5,12]. Пусть относительное заполнение поверхности такой пленки нормальной фазой будет меньше порога протекания для переноса магнитного потока (т.е. меньше 50% для 2D-перколяции [13]). В этом случае доля сверхпроводящей фазы превышает порог протекания, и в плоскости пленки существует сверхпроводящий перколяционный кластер, пропускающий транспортный ток. Подобная структура обеспечивает эффективный пиннинг, повышая тем самым критический ток, поскольку магнитный поток захватывается в изолированные кластеры нормальной фазы и вихри не могут их покинуть, не пересекая при этом окружающее сверхпроводящее пространство. При увеличении тока захваченный поток будет оставаться неизменным, пока не начнется срыв вихрей с тех кластеров, у которых сила пиннинга меньше силы Лоренца, создаваемой транспортным током. При срыве магнитного потока с центров пиннинга каждый вихрь должен пересечь бесконечный сверхпроводящий кластер. При этом в первую очередь вихри будут проходить вдоль слабых связей, соединяющих между собой кластеры нормальной фазы [3,14–17]. Особенно легко такие слабые связи образуются в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП), для которых характерна малая длина когерентности [5,16]. Структурные дефекты, которые при большой длине когерентности служили бы просто центрами рассеяния, в ВТСП создают слабые связи. В ВТСП существует целая иерархия слабых связей в широком диапазоне пространственных масштабов [5,14–18]. На микроскопическом масштабном уровне слабые связи создаются структурными атомными дефектами, в первую очередь, кислородными вакансиями [16,19]. На мезоскопическом масштабе слабые связи эффективно формируются на границах двойникования [15,16,18,20]. Двойники могут располагаться

на расстоянии нескольких десятков нанометров друг от друга, поэтому даже монокристалл может иметь тонкую субструктуру, созданную двойниками. И наконец, на микроскопическом масштабном уровне слабые связи образуются разнообразными структурными дефектами, такими как границы зерен, кристаллитов, или барьерами, возникающими вследствие вторичного разложения нестехиометрического кристалла на области с высоким и низким содержанием кислорода [17–19]. Кроме того, при воздействии магнитного поля длина когерентности еще больше уменьшается [21], что дополнительно способствует формированию слабых связей. В традиционных низкотемпературных сверхпроводниках, которые имеют большую длину когерентности, слабые связи образуются за счет эффекта близости в местах с минимальным расстоянием между соседними кластерами нормальной фазы.

Таким образом, независимо от своей природы слабые связи формируют каналы для транспорта вихрей, в которых сила пиннинга меньше силы Лоренца, создаваемой транспортным током. В соответствии с их конфигурацией, каждый кластер нормальной фазы будет иметь свое значение критического тока депиннинга, которое вносит свой вклад в общее статистическое распределение. При воздействии транспортного тока вихри будут, в первую очередь, срывать с кластеров, обладающих меньшей силой пиннинга и соответственно меньшим критическим током. Следовательно, изменение захваченного магнитного потока $\Delta\Phi$ будет пропорционально числу всех кластеров нормальной фазы, критический ток которых меньше заданной величины I . Поэтому относительное изменение потока может быть выражено через функцию накопленной вероятности $F = F(I)$ распределения критических токов кластеров

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = F(I),$$

где

$$F(I) = \Pr\{\forall I_j < I\}. \quad (1)$$

Правая часть формулы (1) выражает вероятность того, что критический ток I_j любого j -го кластера меньше заданной верхней границы I .

С другой стороны, магнитный поток, захваченный в отдельном кластере, пропорционален его площади A . Поэтому изменение захваченного потока может быть выражено через функцию накопленной вероятности $W = W(A)$ распределения площадей кластеров нормальной фазы, являющейся мерой количества кластеров, площадь которых не превышает заданного значения A ,

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = 1 - W(A),$$

где

$$W(A) = \Pr\{\forall A_j < A\}. \quad (2)$$

В общем случае распределение площадей кластеров может быть описано гамма-распределением, для которого функция накопленной вероятности имеет вид

$$W(A) = \frac{\gamma(g+1, A/A_0)}{\Gamma(g+1)}, \quad (3)$$

где $\gamma(\nu, z)$ — неполная гамма-функция, $\Gamma(\nu)$ — гамма-функция Эйлера, A_0 и g — параметры гамма-распределения, определяющие среднюю площадь кластера $\bar{A} = (g+1)A_0$ и ее среднеквадратичное отклонение $\sigma_A = A_0\sqrt{g+1}$. Вид функции распределения площадей кластеров может быть найден по результатам геометрико-вероятностного анализа электронных микрофотографий сверхпроводящих пленок [8,11,12]. Так, в практически важном случае пленочных структур на основе YBCO, содержащих столбчатые дефекты [12], реализуется экспоненциальное распределение, являющееся частным случаем гамма-распределения (3) при $g = 0$.

Чтобы выяснить, как транспортный ток влияет на захваченный магнитный поток, надо найти взаимосвязь между распределениями критических токов кластеров (1) и их площадей (2). Чем больше размеры имеет кластер нормальной фазы, тем больше слабых связей имеется по периметру окружающего сверхпроводящего пространства и, следовательно, тем меньше будет его критический ток. При условии, что концентрация слабых связей на единицу длины периметра одинакова для всех кластеров и все кластеры с равными периметрами имеют одинаковую силу пиннинга, этот критический ток I обратно пропорционален периметру P кластера нормальной фазы: $I \propto 1/P$, поскольку, чем больше периметр, тем выше вероятность попадания слабой связи. При этом полагается, что если вихрь, испытывающий действие силы Лоренца, попадает в слабую связь, соединяющую между собой кластеры нормальной фазы, то он проходит через нее со стопроцентной вероятностью. В данном случае магнитный поток переносится через сверхпроводящее пространство джозефсоновскими вихрями. Вероятность захвата такого вихря при его движении по слабой связи под действием силы Лоренца пренебрежимо мала, так как в рассматриваемых материалах джозефсоновская длина проникновения существенно превосходит размеры возможных неоднородностей вдоль слабой связи. В соответствии с этими предположениями, для нахождения функции распределения (1) необходимо изучить соотношение между периметром и площадью кластеров. Как впервые установлено в работе [8], фрактальные свойства границ кластеров нормальной фазы оказывают существенное влияние на динамику магнитного потока в сверхпроводниках. Для фрактальных кластеров соотношение между периметром и площадью [22] имеет вид

$$P \propto A^{\frac{D}{2}}, \quad (4)$$

где D — фрактальная размерность границы кластера.

Соотношение (4) согласуется с обобщенной теоремой Эвклида [23], согласно которой отношения соответствующих мер равны, когда они приведены к одной размерности. Следовательно, $P^{1/D} \propto A^{1/2}$, что справедливо как для эвклидовых кластеров (для периметра которых размерность Хаусдорфа–Безиковича равна топологической размерности линии: $D = 1$), так и для фрактальных кластеров (для границ которых размерность Хаусдорфа–Безиковича строго превосходит топологическую размерность: $D > 1$).

Отметим, что именно статистическое распределение площадей кластеров, а не их периметров является фундаментальным для последующего нахождения распределения критических токов. Поскольку размерность Хаусдорфа–Безиковича фрактальной линии превышает единицу, длина периметра фрактального кластера не является хорошо определенной величиной, а стремится к бесконечности при неограниченном возрастании точности измерений [22]. В то же время для площади кластера топологическая размерность совпадает с размерностью Хаусдорфа–Безиковича (обе равны двум). Таким образом, площадь, ограниченная фрактальной кривой, является конечной и хорошо определенной величиной.

Анализируя геометрические характеристики кластеров нормальной фазы, мы рассматриваем сечения протяженных столбчатых дефектов плоскостью, в которой протекает транспортный ток. Таким образом, хотя кластер нормальной фазы и является самоаффинным фракталом [24], можно ограничиться рассмотрением его геометрико-вероятностных свойств в плоскости этого сечения, где границы кластеров статистически самоподобны.

Теперь, используя соотношение (4) между фрактальным периметром и площадью, а также предположение об обратной пропорциональности критического тока кластера его периметру, получим выражение, связывающее критический ток с площадью кластера: $I = \alpha A^{-D/2}$, где α — фактор формы. В соответствии с исходными соотношениями (1) и (2) в общем случае гамма-распределения площадей кластеров (3) распределение критических токов имеет вид

$$F(i) = \frac{\Gamma(g + 1, Gi^{-\frac{2}{b}})}{\Gamma(g + 1)}, \quad (5)$$

где

$$G \equiv \frac{\theta^{\frac{2}{b}(g+1)+1}}{(\theta^{g+1} - \frac{D}{2} e^{\theta} \Gamma(g + 1, \theta))^{\frac{2}{b}}},$$

$$\theta \equiv \frac{D}{2} + g + 1,$$

$\Gamma(\nu, z)$ — дополнительная неполная гамма-функция, $i \equiv I/I_c$ — безразмерный электрический ток и $I_c = \alpha(A_0 G)^{-\frac{b}{2}}$ — критический ток перехода в резистивное состояние.

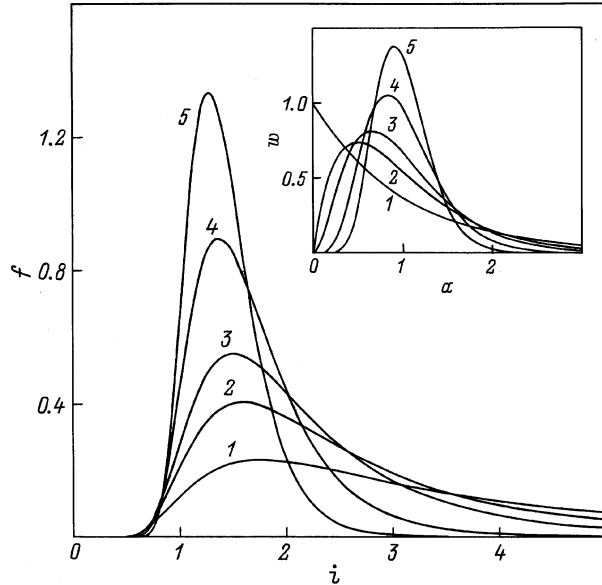


Рис. 1. Распределение критических токов для различных значений параметра гамма-распределения g при фиксированной фрактальной размерности границ кластеров ($D = 1.5$). Кривая 1 соответствует $g = 0$, 2 — 1, 3 — 2, 4 — 3, 5 — 4. На вставке: гамма-распределение кластеров нормальной фазы по площадям.

Найденная функция накопленной вероятности (5) дает полное описание воздействия транспортного тока на захваченный магнитный поток. По ней легко найти плотность вероятности $f(i) \equiv dF/di$ распределение критических токов депиннинга, которая в общем случае имеет вид

$$f(i) = \frac{2G^{g+1}}{D\Gamma(g + 1)} i^{-\frac{2}{b}(g+1)-1} \exp\left(-Gi^{-\frac{2}{b}}\right). \quad (6)$$

Плотность вероятности нормирована на единицу на всем интервале возможных положительных значений критических токов. Относительное изменение захваченного потока $\Delta\Phi/\Phi$, которое может быть непосредственно вычислено по формуле (5), определяет также плотность вихрей n , сорванных с центров пиннинга током i ,

$$n(i) = \frac{B}{\Phi_0} \int_0^i f(i') di' = \frac{B}{\Phi_0} \frac{\Delta\Phi}{\Phi}, \quad (7)$$

где B — магнитное поле, $\Phi_0 \equiv hc/(2e)$ — квант магнитного потока (h — константа Планка, c — скорость света, e — заряд электрона).

На рис. 1 показано, как параметр гамма-распределения g влияет на распределение критических токов кластеров. В качестве примера выбрано значение фрактальной размерности $D = 1.5$, которое достаточно близко к величине $D = 1.44 \pm 0.02$ фрактальной размерности границ кластеров нормальной фазы, играющих роль центров пиннинга в пленочных структурах на основе

YBCO [8]. С другой стороны, значение $D = 1.5$ является промежуточным между предельными значениями $D = 1$ для евклидовых кластеров и $D = 2$ для кластеров с максимально фрактальными границами. При столь заметно отличающихся от единицы фрактальных размерностях фрактальные свойства кластерной структуры сверхпроводника играют существенную роль. На вставке рис. 1 приведено распределение кластеров по площадям. Соответствующая плотность вероятности имеет вид

$$w(a) = \frac{(g+1)^{g+1}}{\Gamma(g+1)} a^g e^{-(g+1)a}, \quad (8)$$

где $a \equiv A/\bar{A}$ — безразмерная площадь кластера, причем $\bar{a} = 1$, $\sigma_a = 1/\sqrt{g+1}$. Функция накопленной вероятности для безразмерной площади связана с функцией (8) соотношением $W(a) = \int_0^a w(a') da'$ и может быть записана в следующей виде:

$$W(a) = \frac{\gamma(g+1, (g+1)a)}{\Gamma(g+1)}.$$

Как видно из рис. 1, с уменьшением параметра g распределение $f = f(i)$ расплывается вправо, захватывая все большие и большие значения критических токов. Можно ожидать, что наибольшая токнесущая способность сверхпроводника достигается в предельном случае при $g = 0$, когда гамма-распределение (8) сводится к экспоненциальному: $w(a) = \exp(-a)$. При этом кластеры малых размеров вносят максимальный вклад в результирующее распределение (кривая 1 на вставке рис. 1). При $g = 0$ выражения (5) и (6) упрощаются

$$F(i) = \exp\left(-\left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2}{b}+1} i^{-\frac{2}{b}}\right). \quad (9)$$

$$f(i) = \frac{2}{D} \left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2}{b}+1} i^{-(\frac{2}{b}+1)} \times \exp\left(-\left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2}{b}+1} i^{-\frac{2}{b}}\right), \quad (10)$$

где по-прежнему $i \equiv I/I_c$, а критический ток перехода в резистивное состояние может быть вычислен по более простой формуле: $I_c = \left(\frac{2}{2+D}\right)^{\frac{2+D}{2}} \alpha(A_0)^{-\frac{D}{2}}$.

На рис. 2 показано, как влияет фрактальная размерность границ кластеров на распределение критических токов депиннинга (10). Из рисунка отчетливо видно, как при увеличении фрактальной размерности размывается распределение критических токов, сдвигаясь в сторону их больших значений. Количественно этот сдвиг характеризуется зависимостями среднего критического тока \bar{i} и моды распределения токов депиннинга от фрактальной размерности, как это показано на вставке рис. 2. Мода распределения, т.е. значение критического тока, при котором плотность вероятности (10) достигает своего

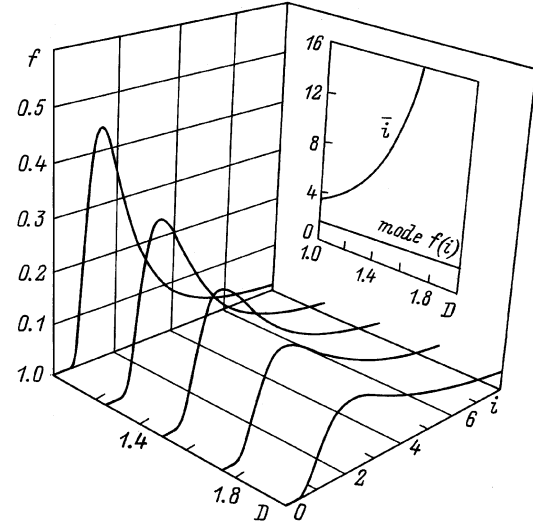


Рис. 2. Влияние фрактальной размерности границ кластеров нормальной фазы на распределение критических токов при $g = 0$. На вставке показано, как зависят от фрактальной размерности средний критический ток и мода этого распределения.

максимума, зависит от фрактальной размерности линейным образом: $\text{mode } f(i) = (2+D)/2$. Математическое ожидание подчиняется значительно более сильному суперлинейному закону, задаваемому гамма-функцией

$$\bar{i} = \left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2+D}{2}} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right). \quad (11)$$

Таким образом, геометрико-вероятностные свойства кластеров нормальной фазы определяют статистическое распределение токов депиннинга. Зная это распределение, по соотношению (1) можно найти относительное изменение захваченного потока при воздействии транспортного тока.

2. Динамика магнитного потока, захваченного в кластерах нормальной фазы с фрактальными границами

Воздействие транспортного тока на захваченный магнитный поток продемонстрировано на рис. 3. Изменение захваченного потока вычислялось по формуле (1) для экспоненциально-гиперболического распределения критических токов (9). Кривые 1 и 5, соответствующие предельным случаям евклидовых ($D = 1$) и максимально-фрактальных ($D = 2$) кластеров, ограничивают область изменений захваченного потока для всех возможных значений фрактальной размерности. Функция $F = F(i)$ обладает важным свойством: она исключительно "плоская" вблизи начала координат. Легко можно показать, что

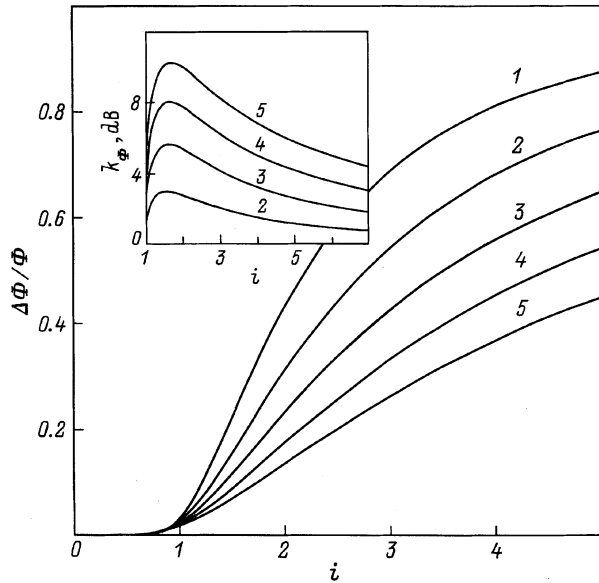


Рис. 3. Воздействие транспортного тока на магнитный поток, захваченный во фрактальных кластерах нормальной фазы ($g = 0$). Кривая 1 — $D = 1$, 2 — 1.25, 3 — 1.5, 4 — 1.75, 5 — 2. На вставке: коэффициент усиления пиннинга при различной фрактальной размерности границ кластеров.

все ее производные в точке ($i = 0$) обращаются в нуль

$$\frac{d^k}{di^k} F(0) = 0 \quad \text{для любого значения } k.$$

Поэтому даже разложение функции в ряд Тэйлора в окрестности начала координат сходится к нулевому значению, а не к величине самой F . Это математическое свойство имеет ясный физический смысл: столь малые транспортные токи не оказывают никакого воздействия на захваченный магнитный поток, так как в статистическом распределении отсутствуют центры пиннинга с такими малыми критическими токами. Изменение магнитного потока становится заметным лишь в окрестности точки перехода в резистивное состояние ($i = 1$). Использование экспоненциально-гиперболического распределения критических токов (9) естественным образом исключает произвол, неизбежно возникающий при отбрасывании нефизических отрицательных значений токов депиннинга, как это происходит, например, при использовании нормального распределения [25–27].

Как видно из рис. 3, срыв вихрей наблюдается главным образом при $i > 1$, когда образец переходит в резистивное состояние. Рисунок демонстрирует важное в практическом отношении свойство сверхпроводящей структуры с фрактальными кластерами нормальной фазы: фрактальность способствует захвату магнитного потока, затрудняя его срыв с центров пиннинга, и повышает тем самым критический ток, который образец способен выдержать, оставаясь в сверхпроводящем состоянии. В самом деле, транспортный ток величиной $i = 2$ срывает 43% суммарного захваченного магнитного потока с

обычных евклидовых кластеров ($D = 1$, кривая 1), тогда как эта величина равна лишь 13.5% для фрактальных кластеров нормальной фазы с максимально возможной размерностью периметра ($D = 2$, кривая 5). Это эквивалентно возрастанию пиннинга на 218% во втором случае. Усиление пиннинга за счет фрактальности может быть охарактеризовано коэффициентом усиления

$$k_{\Phi} \equiv 20 \lg \frac{\Delta\Phi(D = 1)}{\Delta\Phi(D)}, \text{ dB,}$$

равным относительному уменьшению доли магнитного потока, срываемого с фрактальных кластеров с размерностью D , по сравнению с евклидовыми кластерами ($D = 1$). На вставке рис. 3 приведены зависимости коэффициента усиления пиннинга от транспортного тока и фрактальной размерности. Наибольшее усиление достигается, когда границы кластеров обладают максимально возможной фрактальностью ($D = 2$): $\max_D k_{\Phi} = \exp((4i - 3.375)/i^2)$, причем зависимость k_{Φ} от транспортного тока имеет максимум при $i = 1.6875$. Отметим, что коэффициент усиления пиннинга характеризует свойства сверхпроводника в диапазоне транспортных токов, соответствующих резистивному состоянию ($i > 1$). При меньших токах захваченный магнитный поток практически не меняется, так как отсутствуют центры пиннинга со столь малыми критическими токами (рис. 1, 2) и срыв вихрей еще не начался. Наличие конечного сопротивления ведет к тому, что протекание тока сопровождается рассеянием энергии. Как и для любого жесткого сверхпроводника (второго рода, с центрами пиннинга), наличие диссипации в резистивном состоянии еще не означает разрушения фазовой когерентности. Некоторая диссипация сопутствует любому движению магнитного потока, которое может наблюдаться в жестком сверхпроводнике и при малых транспортных токах. Поэтому критический ток в таких материалах не определяется как наибольший бездиссипативный ток. Сверхпроводящее состояние разрушается, лишь когда диссипация лавинообразно возрастает вследствие развития термомагнитной неустойчивости.

Причина усиления пиннинга за счет фрактальности границ кластеров нормальной фазы лежит в фундаментальных свойствах статистического распределения критических токов (рис. 2). В случае евклидовых кластеров среднее значение критического тока, вычисленное по формуле (11), равно $\bar{i}(D = 1) = (3/2)^{3/2} \sqrt{\pi} = 3.2562$, тогда как для кластеров с максимально фрактальными границами — $\bar{i}(D = 2) \rightarrow \infty$. Как видно из рис. 2, при увеличении фрактальной размерности возрастает вклад, который вносят в общее статистическое распределение кластеры с большими критическими токами депиннинга, что и приводит к усилению захвата магнитного потока.

В резистивном состоянии жесткий сверхпроводник адекватно описывается своей вольт-амперной характеристикой. Зная фрактальное распределение критических токов (6), можно найти электрическое поле, которое

возникает при движении магнитного потока после срыва вихрей с центров пиннинга. Поскольку каждый кластер нормальной фазы вносит свой вклад в суммарное распределение критических токов, напряжение на сверхпроводнике $V = V(i)$ является откликом на сумму воздействий каждого из кластеров. Такой отклик может быть выражен через интеграл свертки вида

$$V = R_f \int_0^i (i - i') f(i') di', \quad (12)$$

где R_f — сопротивление течения потока. Подобное представление для напряжения на образце часто используется при рассмотрении пиннинга связок вихревых нитей в сверхпроводнике [28], при анализе критического скэйлинга вольт-амперных характеристик [27], т.е. во всех случаях, где имеется распределение критических токов депиннинга. В последующем анализе сосредоточимся на следствиях, вытекающих из свойств экспоненциально-гиперболического распределения (10), и не будем рассматривать вопросы, связанные с возможной зависимостью сопротивления течения потока R_f от транспортного тока.

В простейшем случае, если бы все центры пиннинга имели одинаковый критический ток i_c , все вихри освободились бы одновременно при $i = i_c$, и их плотность, согласно уравнению (7), имела бы вид

$$n = \frac{B}{\Phi_0} \int_0^i \delta(i' - i_c) di' = \frac{B}{\Phi_0} h(i - i_c),$$

где $\delta(i)$ — дельта-функция Дирака, $h(i) \equiv \begin{cases} 1 & i \geq 0 \\ 0 & i < 0 \end{cases}$ — функция Хэвисайда. Захваченный поток изменился бы при этом сразу на 100%: $\Delta\Phi/\Phi = h(i - i_c)$.

Таким образом, согласно уравнению (12), для дельта-образного распределения критических токов в режиме вязкого течения магнитного потока напряжение на сверхпроводнике подчиняется простой линейной зависимости: $V = R_f(i - i_c)h(i - i_c)$. Соответствующая вольт-амперная характеристика показана на рис. 4 штриховой линией a . На этом же рисунке приведена вольт-амперная характеристика сверхпроводника в еще более простом приближении — в модели критического состояния (штриховая линия b). В этом случае реакцией на любое внешнее воздействие, приводящее к появлению в жестком сверхпроводнике электрического поля, является протекание тока, равного критическому $i = i_c$, независимо от величины напряжения на образце. (Безразмерный критический ток тождественно равен единице благодаря выбранной ранее нормализации: $i \equiv I/I_c$).

Для фрактального распределения критических токов ситуация кардинально меняется, поскольку срыв вихрей происходит теперь в широком диапазоне транспортных токов. Далее будем рассматривать случай экспоненциального распределения площадей кластеров ($g = 0$),

в котором токнесущая способность сверхпроводника максимальна. После подстановки распределения (10) в уравнение (12) с последующим интегрированием напряжения на образце может быть выражено через функцию накопленной вероятности (9)

$$V = R_f \int_0^i F(i') di',$$

интегрирование которой дает

$$V = R_f \left[i \exp\left(-\left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2}{b}+1} i^{-\frac{2}{b}}\right) - \left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2+D}{2}} \times \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}, \left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2}{b}+1} i^{-\frac{2}{b}}\right) \right]. \quad (13)$$

В предельных случаях для $D = 1$ и 2 выражение (13) может быть упрощено.

Для евклидовых кластеров ($D = 1$) напряжение на сверхпроводнике имеет вид

$$V = R_f \left[i \exp\left(-\frac{3.375}{i^2}\right) - \sqrt{3.375\pi} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{3.375}}{i}\right) \right], \quad (14)$$

где дополнительная неполная гамма-функция выражена через дополнительную функцию ошибок: $\Gamma(1/2, z) = \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(\sqrt{z})$.

Для кластеров с максимально-фрактальными границами ($D = 2$) после подстановки представления для дополнительной неполной гамма-функции $\Gamma(0, z) = -\operatorname{Ei}(-z)$ выражение (13) для напряжения принимает свой окончательный вид

$$V = R_f \left[i \exp\left(-\frac{4}{i}\right) + 4\operatorname{Ei}\left(-\frac{4}{i}\right) \right], \quad (15)$$

где $\operatorname{Ei}(z)$ — интегральная показательная функция.

На рис. 4 представлены вольт-амперные характеристики сверхпроводника, содержащего фрактальные кластеры нормальной фазы. Заметное падение напряжения на образце для всех значений фрактальной размерности наблюдается начиная со значения транспортного тока $i = 1$, что совпадает с током перехода в резистивное состояние, найденным ранее для распределений критических токов (5) и (9). Формулы (14) и (15) описывают зависимости напряжения от транспортного тока для предельных значений фрактальной размерности. Какими бы ни были геометрико-вероятностные свойства кластеров нормальной фазы, вольт-амперные характеристики сверхпроводника с такими кластерами будут лежать в области, ограниченной этими зависимостями (кривые 1 и 5 на рис. 4). Из рисунка видно, что фрактальность существенно снижает электрическое поле, возникающее в сверхпроводнике при движении магнитного потока.

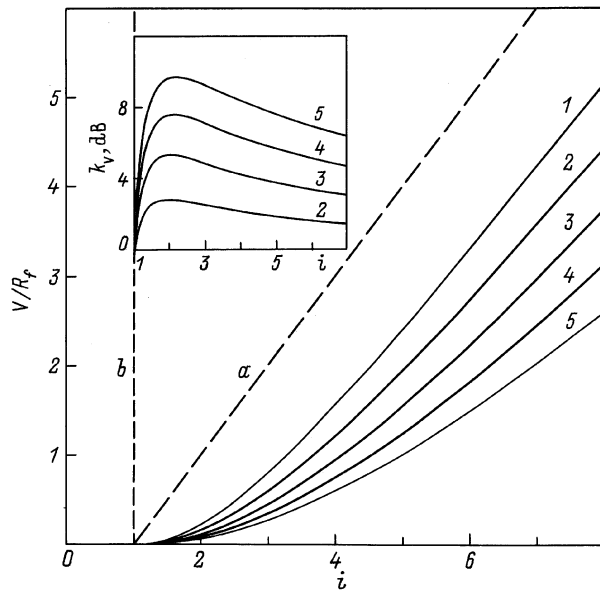


Рис. 4. Вольт-амперные характеристики сверхпроводящих структур с фрактальными кластерами нормальной фазы ($g = 0$). Кривая 1 — $D = 1$, 2 — 1.25, 3 — 1.5, 4 — 1.75, 5 — 2. Штриховая линия a соответствует вязкому течению магнитного потока в случае дельта-образного распределения критических токов; штриховая линия b описывает сверхпроводник в критическом состоянии. На вставке: коэффициент ослабления диссипации при различной фрактальной размерности границ кластеров.

На вставке рис. 4 приведены зависимости коэффициента ослабления диссипации

$$k_V \equiv 20 \lg \frac{V(D=1)}{V(D)}, \text{ dB}$$

от транспортного тока при различных значениях фрактальной размерности границ кластеров. Уменьшение электрического поля с ростом фрактальности особенно заметно в диапазоне токов $1 < i < 3$, где усиление пиннинга также максимально (рис. 3). Оба этих эффекта имеют одинаковую природу; их причина — в свойствах фрактального распределения критических токов депиннинга. Как видно из рис. 2, увеличение фрактальности ведет к значительному уширению хвоста распределения $f = f(i)$. Это означает, что в игру вовлекается все больше кластеров малого размера, способных наиболее эффективно захватывать магнитный поток. Вследствие этого снижается плотность вихрей, срываемых силой Лоренца с центров пиннинга, и меньшая часть магнитного потока обретает способность двигаться, создавая при этом соответственно электрическое поле меньшей величины. В свою очередь чем меньше будет электрическое поле, тем меньше будет рассеиваться энергии при пропускании транспортного тока, а снижение тепловыделения, которое могло бы вызвать переход в нормальное состояние, ведет к повышению токонесущей способности сверхпроводника с такими фрактальными кластерами.

Таким образом, рис. 4, так же как и рис. 3, наглядно демонстрирует важный практический результат, фрактальность границ кластеров нормальной фазы, являющихся центрами пиннинга, препятствует разрушению сверхпроводимости транспортным током и, следовательно, увеличивает критический ток, который способен выдерживать сверхпроводник.

Фрактальные свойства кластеров нормальной фазы оказывают существенное влияние на динамику захваченного в сверхпроводнике магнитного потока. В основе этого влияния лежит радикальное изменение распределения критических токов депиннинга при увеличении фрактальной размерности границ кластеров. Наиболее важным результатом является то, что фрактальность границ кластеров нормальной фазы усиливает пиннинг и замедляет разрушение сверхпроводимости транспортным током, увеличивая тем самым токонесущую способность сверхпроводника. Это открывает принципиально новые возможности для повышения критических токов композитных сверхпроводников путем оптимизации их геометрико-морфологических свойств.

Список литературы

- [1] T. Higuchi, S.I. Yoo, M. Murakami. Phys. Rev. **B59**, 1514 (1999).
- [2] L. Krusin-Elbaum, G. Blatter, J.R. Thompson, D.K. Petrov, R. Wheeler, J. Ullmann, C.W. Chu. Phys. Rev. Lett. **81**, 3948 (1998).
- [3] S.N. Dorogovtsev, Yu.I. Kuzmin. Phys. Lett. **A170**, 245 (1992).
- [4] R. Surdeanu, R.J. Wijngaarden, B. Dam, J. Rector, R. Griessen, C. Rossel, Z.F. Ren, J.H. Wang. Phys. Rev. **B58**, 12 467 (1998).
- [5] E. Mezzetti, R. Gerbaldo, G. Ghigo, L. Gozzelino, B. Minetti, C. Camerlingo, A. Monaco, G. Cuttone, A. Rovelli. Phys. Rev. **B60**, 7623 (1999).
- [6] M.R. Beasley. In: Percolation, Localization and Superconductivity / Ed. by A.M. Goldman, S.A. Wolf. NATO ASI Series, Ser. **B109**. Plenum Press, N.Y. (1984). P. 115.
- [7] C.J. Olson, C. Reichhardt, F. Nori. Phys. Rev. Lett. **80**, 2197 (1998).
- [8] Yu.I. Kuzmin. Phys. Lett. **A267**, 66 (2000).
- [9] Ю.И. Кузьмин. Письма в ЖТФ **26**, 81 (2000).
- [10] L. Krusin-Elbaum, L. Civale, G. Blatter, A.D. Marwick, F. Holtzberg, C. Feild. Phys. Rev. Lett. **72**, 1914 (1994).
- [11] Ю.И. Кузьмин, И.В. Плешаков. Письма в ЖТФ **25**, 30 (1999).
- [12] Ю.И. Кузьмин, И.В. Плешаков, С.В. Разумов. ФТГ **41**, 1739 (1999).
- [13] D. Stauffer. Phys. Reports **54**, 2 (1979).
- [14] V.V. Bryksin, A.V. Goltsev, S.N. Dorogovtsev, Yu.I. Kuzmin, A.N. Samukhin. J. Phys.: Condens Matter **4**, 1791 (1992).
- [15] M.J.M.E. De Nivelle, G.J. Gerritsma, H. Rogalla. Phys. Rev. Lett. **70**, 1525 (1993).
- [16] D.J. Scalapino. Phys. Reports **250**, 329 (1995).
- [17] R. Haslinger, R. Joynt. Phys. Rev. **B61**, 4206 (2000).
- [18] H.R. Kerchner, D.P. Norton, A. Goyal, J.D. Budai, D.K. Christen, D.M. Kroegeer, M. Paranthaman, D.F. Lee, F.A. List, R. Feenstra, E.H. Brandt. Phys. Rev. **B60**, 6878 (1999).

- [19] A.I. Rykov, S. Tajima, F.V. Kusmartsev, E.M. Forgan, Ch. Simon. Phys. Rev. **B60**, 7601 (1999).
- [20] I. Maggio-April, C. Renner, A. Erb, E. Walker, O. Fisher. Nature **390**, 487 (1997).
- [21] J.E. Sonier, R.F. Kiefl, J.H. Brewer, D.A. Bonn, S.R. Dunsiger, W.N. Hardy, R. Liang, R.I. Miller, D.R. Noakes, C.E. Stronach. Phys. Rev. **B59**, R729 (1999).
- [22] B.B. Mandelbrot. Fractals: Form, Chance, and Dimension. Freeman, San Francisco (1977).
- [23] B.B. Mandelbrot. The Fractal Geometry of Nature. Freeman, San Francisco (1982).
- [24] Б. Мандельброт. В кн.: Фракталы в физике / Под ред. Л. Пьетронеро, Э. Тозатти. Мир, М. (1988). С. 9.
- [25] Yu.I. Kuzmin, A.P. Paugurt, I.V. Pleshakov, S.V. Rasumov. Supercond. Science and Technol. **7**, 41 (1994).
- [26] R. Wördenweber. Phys. Rev. **B46**, 3076 (1992).
- [27] B. Brown. Phys. Rev. **B61**, 3267 (2000).
- [28] W.H. Warnes, D.C. Larbalestier. Appl. Phys. Lett. **48**, 1403 (1986).