

Эффекты решетки в спектре объемных магнонов ограниченного низкотемпературного антиферромагнетика

© С.В. Тарасенко

Донецкий физико-технический институт Академии наук Украины,
83114 Донецк, Украина

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 2 ноября 2000 г.)

На примере пластины низкотемпературного антиферромагнетика ($T_N < T_D$, где T_N и T_D — температуры Нееля и Дебая соответственно) показано, что влияние решетки на дипольно-обменную спиновую динамику магнитоупорядоченных кристаллов может приводить к формированию таких аномалий в спектре распространяющихся объемных магнонов, которые отсутствуют не только в модели неограниченного магнетика, но и в случае пластины высокотемпературного антиферромагнетика ($T_N > T_D$).

Традиционно теоретическое описание спин-волновых возбуждений в ограниченных ферро- и антиферромагнетиках (пластина толщиной $2d$) строится на основе последовательного учета только магнитодипольного и неоднородного обменного взаимодействий [1]. В случае преобладания одного из этих механизмов в ограниченном магнетике соответственно говорят о магнитостатической или обменной спиновой волне. Хотя как в том, так и в другом случае число мод ν образует бесконечное счетное множество ($\nu = 1, 2, \dots$), дисперсионные кривые $\omega = \Omega_{m\nu}(k_\perp)$ (k_\perp — волновое число, ω — частота спиновых колебаний), характерные для каждого из указанных типов магнонов, существенно различны и зависят как от поляризации спиновой волны и величины волнового числа k_\perp , так и от относительной ориентации векторов \mathbf{n} , \mathbf{l} , \mathbf{m} и $\mathbf{k}_\perp/|\mathbf{k}_\perp|$, где \mathbf{n} — нормаль к поверхности пластины, $\mathbf{l}(\mathbf{m})$ — равновесный вектор антиферромагнетизма (ферромагнетизма). Для достаточно больших значений ν/d дисперсионные свойства объемной спиновой волны формируются прежде всего за счет неоднородного обменного взаимодействия, вследствие чего при любом $k_\perp \neq 0$ ($k_\perp a \ll 1$, a — постоянная решетки) и поляризации магнона имеют место неравенства (обменное взаимодействие рассматривается в приближении ближайших соседей)

$$\partial\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp > 0, \quad \partial^2\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp^2 > 0. \quad (1)$$

По мере уменьшения величины ν/d структура спектра объемных магнонов все более зависит от эффекта гибридизации обоих типов спин-спинового взаимодействия. Это приводит к возможности формирования для дисперсионной кривой моды с номером ν ($\Omega_{m\nu}(k_\perp)$) спектра объемных дипольно-обменных спиновых волн целого ряда аномалий при $k_\perp \neq 0$. К числу особенностей спектра объемных магнонов, индуцированных дипольно-обменным взаимодействием, можно отнести точки перегиба ($\partial^2\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp^2 = 0$), точки кроссовера $\Omega_{m\nu}(k_\perp) = \Omega_{m\rho}(k_\perp)$ ($\nu \neq \rho$) и точки экстремума ($\partial\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp = 0$, $\partial^2\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp^2 > 0$). Характер формирования этих особенностей при заданных ω , k_\perp , ν и d зависит от относительной ориентации \mathbf{n} , $\mathbf{k}_\perp/|\mathbf{k}_\perp|$,

\mathbf{m} и \mathbf{l} . При произвольных граничных условиях вырождение $\Omega_{m\nu}(k_\perp) = \Omega_{m\rho}(k_\perp)$ снимается и соответствующие дисперсионные кривые (без учета диссипации) расталкиваются. Такая ситуация отвечает неоднородному дипольно-обменному спин-спиновому резонансу. Необходимым условием формирования указанных аномалий в спектре объемной дипольно-обменной магнонной моды с номером ν , частотой ω и волновым числом k_\perp является выполнение для магнитной пластины толщиной $2d$ магнитостатического критерия (c — скорость света): $\omega \ll c\nu/d$ для $\nu \neq 0$ и $\omega \ll ck_\perp$ для $\nu = 0$. В силу релятивистской природы магнитодипольного взаимодействия оптимальными условиями для реализации этих аномалий в первую очередь обладают те магнитные кристаллы, у которых в спектре нормальных спин-волновых колебаний имеются ветви с достаточно низкой энергией активации. В частности, это имеет место для слабо анизотропных магнетиков (например, кубических или легкоплоскостных) или в окрестности магнитных фазовых переходов типа мягкой моды. Во всех этих случаях, как известно, безразмерный параметр линейного магнон-фононного взаимодействия ξ становится порядка единицы [2] и корректное описание спектра низкочастотного магнона уже в модели неограниченного кристалла возможно только с учетом влияния упругой подсистемы даже вне условий магнитоакустического резонанса. Учитывая указанное, можно утверждать, что последовательное теоретическое описание низкочастотной спиновой динамики реального магнитного кристалла требует одновременного учета как минимум трех факторов: 1) конечных размеров реального магнитного образца, 2) нелокальных спин-спиновых взаимодействий (магнитодипольного, неоднородного обменного и т.д.), 3) взаимодействия спиновой и упругой подсистем.

Аналізу влияния решетки на объемную спиновую динамику магнитной пластины посвящено достаточно большое число работ [2–5], однако до сих пор наиболее интенсивно исследовалась в основном область дополнительных магнитоакустических резонансов (быстрые магнитоупругие волны [4]). Они возникают в магнитной пленке в окрестности точек вырождения спектра объемных дипольно-обменных магнонов $\Omega_{m\nu}(k_\perp)$ и бегущих

в том же направлении нормальных объемных упругих колебаний $\Omega_{ph\rho}(k_{\perp})$

$$\Omega_{m\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{ph\rho}(k_{\perp}) \quad (\nu \neq \rho). \quad (2)$$

Что же касается влияния магнитоупругого взаимодействия на структуру спектра дипольно-обменных объемных магнонов вне области магнитоакустического резонанса, то до сих пор, как правило, исследовалась только длинноволновая область спектра магнитоупругих волн. В результате считалось, что роль решетки в формировании магнотонного спектра сводится к образованию магнитоупругой щели в спектре спиновых волн и перенормировке константы магнитной анизотропии за счет эффектов спонтанной стрижки [2,3] и не зависит от соотношения температур Дебая T_D и Нееля T_N . Вместе с тем из [6] следует, что даже в рамках модели неограниченного кристалла структура спектра объемных магнитоупругих колебаний в коротковолновом пределе для высокотемпературных ($T_N > T_D$) и низкотемпературных ($T_N < T_D$) антиферромагнетиков качественно различна. В частности, для низкотемпературного антиферромагнетика при $k \gg k_{mph}$ (k_{mph} — волновой вектор, определяемый условиями магнитоакустического резонанса) влияние решетки на спиновую динамику может быть описано в рамках уравнений эластостатики ($\partial\sigma_{ik}/\partial x_k = 0$, σ_{ik} — тензор упругих напряжений), что отвечает случаю свободной решетки (для высокотемпературных антиферромагнетиков такое приближение невозможно). На основании этого в работах [7–10] было показано, что линейное магнон-фононное взаимодействие приводит в пластине низкотемпературного антиферромагнетика к косвенному спин-спиновому взаимодействию магнитных моментов через дальнедействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций и формированию вследствие этого нового типа распространяющихся безобменных спин-волновых возбуждений: эластостатических спиновых волн. Гибридизация эластостатического и неоднородного обменного механизмов спин-спинового взаимодействия индуцирует формирование бегущих вдоль магнитной пластины эласто-обменных спиновых волн. Как и в случае дипольно-обменных спиновых волн, структура спектра объемных эласто-обменных магнонов зависит от относительной ориентации векторов \mathbf{k}_{\perp} , \mathbf{n} и \mathbf{l} , номера моды ν и поляризации спиновой волны, однако характер фононных аномалий в спектре объемных обменных магнонов может качественно отличаться от ранее известных особенностей для спектра дипольно-обменных спиновых волн. Необходимым условием формирования эласто-обменного механизма дисперсии объемной спиновой волны с номером ν , частотой ω и волновым числом k_{\perp} в магнитной пластине толщиной $2d$ является выполнение эластостатического критерия

$$\begin{aligned} \omega &\ll s_i \pi \nu / d \quad \text{при } \nu \neq 0, \\ \omega &\ll s_r k_{\perp} \quad \text{при } \nu = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь s_r — минимальная фазовая скорость поперечных упругих колебаний, распространяющихся в задан-

ной плоскости бесконечного кристалла, рассчитанная без учета магнитоупругого взаимодействия. Поскольку $s_i/c \approx 10^{-5}$ (c — скорость света), то при выполнении (3) для объемной магнотонной моды с номером ν и минимальной фазовой скоростью c_m необходимо также и одновременное выполнение условия $s_i \gg c_m$, что имеет место, например, для низкотемпературных антиферромагнетиков ($T_N < T_D$). В этом случае бегущая объемная спиновая волна будет сопровождаться не только дальнедействующим магнитодипольным полем, но и дальнедействующим полем квазистатических магнитоупругих деформаций. Однако в [7–10] при расчетах учитывался тот факт, что в магнотонном спектре обменноколлинеарных антиферромагнетиков в магнитных полях, много меньших поля междоузельного обмена, одновременно имеют место эффекты обменного ослабления магнитодипольного и обменного усиления магнитоупругого взаимодействий. Это дало возможность при анализе магнотонного спектра ограниченных антиферромагнетиков, в основном состоянии которых для вектора ферромагнетизма \mathbf{m} и антиферромагнетизма \mathbf{l} имело место условие

$$|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}|, \quad (4)$$

в первом приближении пренебречь влиянием магнитодипольного взаимодействия по сравнению с магнитоупругим.

В общем случае в реальном магнетике наряду с эластостатическим и неоднородным обменным взаимодействием, как правило, присутствует также и магнитодипольное взаимодействие, однако до сих пор анализ влияния решетки на объемную дипольно-обменную спиновую динамику пластины низкотемпературного антиферромагнетика при $0 \leq \xi^2 \leq 1$ и выполнении критерия эластостатичности (3) не проводился. В связи с этим цель данной работы — изучение в условиях (3) индуцированных решеткой дополнительных аномалий спектра объемных дипольно-обменных магнонов, бегущих вдоль пластины антиферромагнетика с $T_N < T_D$.

1. Основные соотношения

В качестве примера магнитной среды, следуя [8], рассмотрим двухподрешеточную ($\mathbf{M}_{1,2}$ — намагниченности подрешеток, $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$) модель антиферромагнетика с ромбической магнитной [11] и упругой анизотропией. В рамках феноменологического подхода плотность лагранжиана рассматриваемой модели антиферромагнетика, учитывающая взаимодействие спиновой и упругой подсистем и выражаемая через векторы ферромагнетизма (\mathbf{m}) и антиферромагнетизма (\mathbf{l}), может

быть представлена в виде [6,8]

$$L = M_0^2 \left(\frac{\alpha}{2c_m^2} \left(\frac{\partial l}{\partial t} \right)^2 - \frac{\alpha}{2} (\nabla l)^2 - 0.5\beta_x l_x^2 - 0.5\beta_z l_z^2 - B_{iklm} l_i l_k u_{lm} \right) - c_{klm} u_{ik} u_{lm} + 0.5\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right)^2, \quad (5)$$

$$c^2 \equiv \alpha \delta \omega_s^2 / 4,$$

где u_{ik} — тензор упругих деформаций, $\mathbf{m} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, $\mathbf{l} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$, δ и α — константы однородного и неоднородного обмена соответственно, B и c — тензоры константы магнитоэлектрики и упругости соответственно, $\beta_{x,z}$ — константы магнитной анизотропии, ρ — плотность, g — гиромангнитное отношение.

Всюду в дальнейшем будем предполагать выполненным соотношение $\omega \ll \omega_E$, где ω_E — обменная частота. В результате, следуя [6], можно показать, что в условиях (4) как линейная, так и нелинейная спиновая динамика рассматриваемой модели магнетика, учитывающая как магнитоупругое, так и магнитодипольное взаимодействие, может быть описана с помощью замкнутой системы динамических уравнений, связывающих между собой вектор антиферромагнетизма \mathbf{l} , вектор упругих смещений решетки \mathbf{u} и магнитоэлектрический потенциал ϕ . Такая редуцированная система справедлива при произвольной величине отклонения вектора антиферромагнетизма \mathbf{l} от равновесной ориентации. Будем в дальнейшем считать выполненным соотношение

$$|\beta_z| \gg \beta_x > 0 \quad \beta_z < 0. \quad (6)$$

Такое условие характерно для легкоплоскостных антиферромагнетиков, его использование позволяет [2,3,6] при анализе магнитоакустических эффектов в случае $0 \leq \xi^2 \leq 1$ ограничиться изучением только низкочастотной спин-волновой динамики рассматриваемого кристалла ($l \parallel OX$) и пренебречь косвенным взаимодействием высоко ($\tilde{l}_z \neq 0$, $\tilde{m}_y \neq 0$) и низкочастотной ($l_y \neq 0$, $\tilde{m}_z \neq 0$) ветвей магнотонного спектра неограниченного антиферромагнетика (5), (6) через магнитодипольное и магнитоупругое поле.¹

В результате дисперсионное уравнение, описывающее спектр нормальных магнитоупругих колебаний ($\tilde{l}_y \neq 0$, $\tilde{m}_z \neq 0$) бесконечного антиферромагнетика (5), (6) с учетом магнитодипольного, магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий при произвольном $\mathbf{k}_\perp / |\mathbf{k}_\perp|$, можно представить в виде

$$(\omega_m^2 - \omega^2)G - \omega_{me}^2 (c_{66} k_y^2 G_{11} + k_x^2 G_{22} - 2k_x k_y G_{12}) = 0, \quad (7)$$

где $G \equiv \det[\Gamma_{ik}]$, $\Gamma_{ik} \equiv \Lambda_{ik} - \rho \omega^2 \delta_{ik}$, $i, k = 1, 2, 3$, G_{ik} — алгебраическое дополнение элемента (i, k) в определителе G , $\hat{\Lambda}$ — тензор Кристоффеля [12], $\omega_0^2 \equiv c_m^2 \beta_x / \alpha$, $\mathbf{k}^2 \equiv k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$, $\omega_m^2 \equiv \omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c_m^2 \mathbf{k}^2$. Если

¹ Обозначение \tilde{A} — амплитуда малых колебаний величины A вблизи равновесного значения.

плоскость распространения волны совпадает с одной из основных координатных плоскостей, то, как следует из (7), структура спектра магнитоупругих колебаний с участием только низкочастотной магнотонной моды ($\tilde{l}_y \neq 0$, $\tilde{m}_z \neq 0$) как при $\mathbf{k} \in XZ$ ($k_y = 0$), так и при $\mathbf{k} \in YZ$ ($k_x = 0$) совпадает с точностью до замены $k_x \rightarrow k_y$ ($c_{44} \rightarrow c_{55}$). Например, для $\mathbf{k} \in XZ$ ($k_y = 0$)

$$(\omega_m^2 - \omega^2)(c_{66} k_x^2 + c_{44} k_z^2 - \omega^2 \rho) - \xi^2 c_{66} k_x^2 \omega_m^2 = 0, \quad (8)$$

$$\xi^2 \equiv \omega_{me}^2 / \omega_m^2.$$

Следует отметить, что распространяющаяся в этой плоскости магнитоупругая волна сопровождается квазистатическим магнитодипольным полем, т.е. является магнитодипольно-активной. Если же $\mathbf{k} \in XY$ ($k_z = 0$), то, как следует из (7), соответствующая нормальная магнитоупругая волна не является магнитодипольно-активной

$$(c_{11} k_x^2 + \bar{c}_{66} k_y^2 - \omega^2 \rho)(\bar{c}_{66} k_x^2 + c_{22} k_y^2 - \omega^2 \rho) - (c_{12} + \bar{c}_{66})^2 k_x^2 k_y^2 = 0, \quad (9)$$

$$\bar{c}_{66} \equiv c_{66} (\omega_m^2 - \omega^2 - \omega_{me}^2) (\omega_m^2 - \omega^2)^{-1}.$$

В дальнейшем ограничимся изучением только случая $\mathbf{k} \in XY$, поскольку, как следует из (9), в этой геометрии влияние решетки на магнотонный спектр будет наиболее эффективным. Отметим, что для рассматриваемой модели антиферромагнетика (5) недипольноактивный характер магнитоупругой волны при $\mathbf{k} \in XY$ ($\mathbf{l} \parallel OX$) не связан с используемым приближением (6). Сделать магнитоупругую волну с $\mathbf{k} \in XY$ и $\tilde{l}_y \neq 0$, $\tilde{m}_x \neq 0$ ($\mathbf{l} \parallel OX$) магнитодипольно-активной можно, например, за счет взаимодействия Дзялошинского типа $D(m_x l_y - m_y l_x)$ уже при $|\mathbf{H}| = 0$. В результате соответствующее дисперсионное уравнение для спектра нормальных магнитоупругих колебаний структурно совпадает с (7), (9), однако теперь

$$\omega_m^2 \rightarrow \omega_{m^*}^2 \equiv \omega_0^2 + \omega_D^2 k_x^2 k^{-2} + \omega_{me}^2 + c_m^2 \mathbf{k}^2. \quad (10)$$

Поскольку нас интересует спиновая динамика ограниченного антиферромагнетика при одновременном учете магнитоупругого, магнитоэлектрического и неоднородного обменного взаимодействий, для пластины антиферромагнетика толщиной $2d$ система динамических уравнений должна быть дополнена соответствующими краевыми условиями. Будем считать, что нормаль к поверхности пленки \mathbf{n} может быть направлена вдоль одной из координатных осей в плоскости XY . В случае полного пиннинга магнитных моментов на поверхности пленки обменные граничные условия могут быть представлены в виде [13] (ζ — координата вдоль направления \mathbf{n} , $2d$ — толщина пленки)

$$\tilde{l}_y = 0, \quad \zeta = \pm d. \quad (11)$$

Что касается упругой краевой задачи, то как при $\mathbf{n} \parallel OX$, так и при $\mathbf{n} \parallel OY$ ($\mathbf{k} \in XY$) для упрощения расчетов будем полагать, что на обеих поверхностях пластины

выполнены условия, соответствующие границе с тангенциальным проскальзыванием [14]

$$(\dot{u}n) = 0, \quad [ns] = 0, \quad s_i = \sigma_{ik}n_k, \quad \zeta = \pm d. \quad (12)$$

Физически это соотношение соответствует выполнению условий полностью некогерентного сопряжения [15] на границе раздела двух сред, одна из которых (среда 2) является абсолютно жесткой. Если при $\zeta > d$ и $\zeta < -d$ магнитная пластина разделяет два идентичных сверхпроводящих полупространства с лондоновской глубиной проникновения λ , соответствующее электродинамическое граничное условие для магнитоэлектрического потенциала ϕ может быть представлено в виде

$$\partial\phi/\partial\xi + b\phi = 0, \quad b = k_{\perp}\text{th}(k_{\perp}\lambda), \quad \zeta = \pm d. \quad (13)$$

2. Структура магнитоупругого спектра антиферромагнитной пластины

Для решения поставленной краевой задачи можно воспользоваться подходом, ранее развитым в работах [16,17] для анализа влияния магнитодипольного взаимодействия на спектр обменных магнонов в тонкой ферромагнитной пленке. При $\mathbf{k} \in XY$ ($\mathbf{n} \parallel OY$) функция Грина

$$\Theta(\zeta, t) \equiv \begin{cases} \text{ch}(k_{\perp}(t - d + \zeta_*)) \\ \times \text{ch}(k_{\perp}(\zeta + d + \zeta_*))/\Delta, & -d \leq \zeta \leq t, \\ \text{ch}(k_{\perp}(t + d + \zeta_*)) \\ \times \text{ch}(k_{\perp}(\zeta - d + \zeta_*))\Delta, & t \leq \zeta \leq d, \end{cases}$$

$$k_{\perp}\text{th}(\zeta_*k_{\perp}) = b, \quad \Delta \equiv k_{\perp}\text{sh}(2k_{\perp}d), \quad (14)$$

для уравнений магнитоэлектрики ($\omega/c \rightarrow 0$) с граничным условием (13) определяет связь между амплитудой магнитоэлектрического потенциала ϕ и амплитудой колебания y -компоненты вектора антиферромагнетизма \mathbf{I} (пространственное распределение намагниченности внутри пластины считается заданной функцией). Используя это обстоятельство, с помощью (14) можно исключить из дальнейшего рассмотрения переменные, связанные с магнитоэлектрическим потенциалом ϕ . В результате необходимо будет решать краевую магнитоупругую задачу только с обменными (11) и упругими (12) граничными условиями для системы из трех уравнений, одно из которых является интегро-дифференциальным. Как при $\mathbf{n} \parallel OY$, так и при $\mathbf{n} \parallel OX$ ($\mathbf{k} \in XY$) решение такой магнитоупругой граничной задачи будем искать в виде ряда по собственным функциям обменной краевой задачи (11) (η — координата вдоль направления распространения спиновой волны, $\kappa_{\nu} \equiv \pi\nu/d$, $\nu = 1, 2, \dots$)

$$\tilde{I}_y = \sum_{\nu} A_{\nu} \sin(\kappa_{\nu}\zeta) \exp(i\omega t - ik_{\perp}\eta). \quad (15)$$

В результате дисперсионное уравнение, описывающее в магнитоэлектрическом приближении спектр объемных магнитоупругих колебаний рассматриваемой пленки антиферромагнетика при $\mathbf{k} \in XY$ ($\tilde{I}_y, \tilde{m}_z \neq 0$), с граничными

условиями (11), (12) может быть представлено в виде бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд A_{ν} . В частности, для $\mathbf{n} \parallel OY$ она имеет вид

$$(W_{\nu\nu}(k_{\perp}) - \omega^2)A_{\nu} - W_{\nu\rho}(k_{\perp})A_{\rho} = 0, \\ \nu \neq \rho, \quad \nu, \rho = 1, 2, \dots, \quad (16)$$

$$W_{\nu\nu}(k_{\perp}) = \omega_0^2 + \omega_{me}^2 R_{\nu} + \omega_D^2 P_{\nu\nu} + c_m^2(k_{\perp}^2 + \kappa_{\nu}^2),$$

$$W_{\nu\rho}(k_{\perp}) = \omega_D^2 P_{\nu\rho},$$

$$R_{\nu} \equiv 1 - c_{66}(\kappa_{\nu}^2 G_{11}^* + k_{\perp} G_{22}^* - 2G_{12}^* \kappa_{\nu} k_{\perp})/(\rho G^*),$$

$$R_{\nu\nu} = k_{\perp}^2 \int_{-d}^d dy \sin(\kappa_{\nu}y) \int_{-d}^d dt \Theta(y, t) \sin(\kappa_{\nu}t),$$

$$P_{\nu\rho} = k_{\perp}^2 \int_{-d}^d dy \sin(\kappa_{\rho}y) \int_{-d}^d dt \Theta(y, t) \sin(\kappa_{\nu}t). \quad (17)$$

Здесь $G_{ik}^* \equiv G_{ik}$, а $G^* \equiv G$ при условии, что $k_x = k_{\perp}$, $k_y = \kappa_{\nu}$, $k_z = 0$. Условием существования нетривиального решения системы уравнений (16), (17) относительно A_{ν} является равенство нулю главного определителя системы. Анализ показывает, что при $b = 0$ (идеальный сверхпроводник или супердиамагнетик [18]) и произвольных ν, ρ и k_{\perp} $W_{\nu\rho} = 0$, если $D = 0$ (как для $\mathbf{n} \parallel OX$, так и для $\mathbf{n} \parallel OY$). Если $D \neq 0$, то по-прежнему имеет место $W_{\nu\rho} = 0$ при произвольных ν, ρ и k_{\perp} , однако теперь только для $\mathbf{n} \parallel OY$ ($b = 0$, $\mathbf{k} \in XY$). Во всех этих случаях спектр объемных магнитоупругих колебаний, распространяющихся вдоль рассматриваемой антиферромагнитной пластины, определяется из (16), (17) следующими соотношениями:

$$\omega^2 - W_{\nu\nu}(k_{\perp}) = 0, \quad \nu = 1, 2, \dots \quad (18)$$

Если безразмерный параметр магнитоупругой связи мал ($\xi^2 \ll 1$), то в нулевом приближении по ξ^2 и при произвольных ν и k_{\perp} соотношения (17), (18) определяют два набора дисперсионных кривых

$$\Omega_{m\nu}^2 = \omega_0^2 + \omega_D^2 k_x^2 k_{\perp}^{-2} + c_m^2 k_{\perp}^2, \quad (19)$$

$$(c_{11}k_x^2 + c_{66}k_y^2 - \omega^2\rho)(c_{66}k_x^2 + c_{22}k_y^2 - \omega^2\rho) - (c_{12} + c_{66})^2 k_x^2 k_y^2 = 0. \quad (20)$$

При этом в (19), (20) $k_x = \kappa_{\nu}$, $k_y = k_{\perp}$ для $\mathbf{n} \parallel OX$ и $k_x = k_{\perp}$, $k_y = \kappa_{\nu}$, если $\mathbf{n} \parallel OY$ ($\mathbf{k} \in XY$).

Соотношение (19) отвечает спектру объемных дипольно-обменных мод с $\tilde{I}_y, \tilde{m}_z \neq 0$, бегущих вдоль рассматриваемой магнитной пластины ($\mathbf{k} \in XY$). Спектр распространяющихся нормальных упругих волн, поляризованных в сагиттальной плоскости пластины ромбического кристалла, на обеих поверхностях которой заданы упругие граничные условия (12), определяется с помощью (20).

Из анализа спектра объемных дипольно-обменных колебаний (19) следует, что в зависимости от относительной ориентации векторов \mathbf{n} и \mathbf{l} в плоскости XY возможно формирование при $k_{\perp} \neq 0$ ($\mathbf{k} \in XY$): 1) одной (при $\mathbf{l} \parallel \mathbf{n}$ или двух ($\mathbf{l} \perp \mathbf{n}$) точек перегиба дисперсионной кривой ($\partial\Omega_{mv}^2(k_{\perp})/\partial k_{\perp}^2 = 0$), 2) точки максимума при $k_{\perp} \neq 0$: $\partial\Omega_{mv}^2(k_{\perp})/\partial k_{\perp} = 0$ ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$), 3) при $b = 0$ и $\mathbf{l} \perp \mathbf{n}$ точки кроссовера (вырождения) объемных дипольно-обменных мод с номерами ν и ρ ($\nu \neq \rho$): $\Omega_{mv}(k_{\perp}) = \Omega_{m\rho}(k_{\perp})$. Кроме того, из (16)–(20) следует, что в рассматриваемом приближении ($\xi^2 = 0$) как при $\mathbf{n} \parallel OY$, так и при $\mathbf{n} \parallel OX$ спектр объемных магнитоупругих колебаний (16), (17) обладает при $k_{\perp} \neq 0$ и точками вырождения типа $\Omega_{mv}(k_{\perp}) = \Omega_{ph\rho}(k_{\perp})$.

Таким образом, рассматривая спектр объемных магнитоупругих колебаний (16), (17) в рамках метода связанных мод, можно утверждать, что в общем случае недиагональные элементы $W_{\nu\rho} \neq 0$ в (16), (17) представляют собой возмущение по отношению к нулевому приближению по $W_{\nu\rho} \neq 0$, определяемому (18)–(20). Наличие $W_{\nu\rho} \neq 0$ приводит к взаимодействию между модами спектра объемных магнитоупругих волн с номерами ν и ρ . В результате, если для заданных ν и ρ в (18) имело место вырождение мод, при $W_{\nu\rho} \neq 0$ точки кроссовера будут отсутствовать, а в окрестности конкретной точки кроссовера, определяемой при $W_{\nu\rho} = 0$ из (18) соотношениями $\Omega_{mv}(k_{\perp}) = \Omega_{m\rho}(k_{\perp})$ или $\Omega_{mv}(k_{\perp}) = \Omega_{ph\rho}(k_{\perp})$, структуру спектра объемных магнитоупругих колебаний с учетом соотношений (17) можно представить следующим образом:

$$(W_{\nu\nu} - \omega^2)(W_{\rho\rho} - \omega^2) - W_{\nu\rho}^2 = 0 \quad (\nu \neq \rho). \quad (21)$$

Из соотношений (19)–(21) следует, что для фиксированного номера моды спектра объемных магнитоупругих колебаний ν условием отсутствия при любом k_{\perp} точки вырождения спектров (19) и (20) является выполнение одного из следующих ниже соотношений

$$\omega_0^2 d^2 \gg (s_t^2 - c_m^2) \pi^2 \nu^2, \quad (22)$$

$$\omega_0^2 d^2 \ll (s_t^2 - c_m^2) \pi^2 \nu^2. \quad (23)$$

С точки зрения влияния решетки на динамику моды с номером ν рассматриваемой антиферромагнитной пластины соотношение (22) отвечает приближению "замороженной решетки" [2] и имеет место не только для высокотемпературных антиферромагнетиков ($T_N > T_D$) при произвольных d и ν , но и для некоторых мод спектра низкотемпературного антиферромагнетика ($T_N < T_D$) при условии, что для заданного номера моды ν отношение $\omega_0 d / \nu$ достаточно велико. В этом случае для спектров (19), (20) будет выполнено соотношение $\Omega_{mv}^2(k_{\perp}) \gg \Omega_{ph\rho}^2(k_{\perp})$. Что же касается условия (23), то оно может быть выполнено только для магнонов в низкотемпературном антиферромагнетике, причем величина отношения $\omega_0 d / \nu$ в (23) должна быть достаточно мала. Этот предельный случай отвечает случаю "свободной решетки" [2] и для него для спектров (19), (20)

будет иметь место $\Omega_{mv}^2(k_{\perp}) \ll \Omega_{ph\rho}^2(k_{\perp})$. Отметим, что в отличие от случая неограниченного магнетика возможность реализации того или иного предельного случая в магнитоупругой динамике пластины при $\nu \neq 0$ необязательно связана с длиной волны, а может быть достигнута за счет выбора толщины пластины как при $c_m < s_t$, так и при $c_m > s_t$.²

Таким образом, соотношения (22), (23) могут служить основой для анализа, вне условий магнитоакустического резонанса $\Omega_{mv}(k_{\perp}) = \Omega_{ph\rho}(k_{\perp})$ влияния решетки на спектр объемных магнонов с $\mathbf{k} \in XY$ ($\mathbf{n} \parallel OX$ или $\mathbf{n} \parallel OY$), бегущих вдоль пластины (11)–(13) как высоко-, так и низкотемпературного антиферромагнетика. В результате магнонный спектр пластины антиферромагнетика (5) с достаточной хорошей степенью точности как при $\mathbf{n} \parallel OX$, так и при $\mathbf{n} \parallel OY$ определяется из (16), (17) условием

$$\Omega_{mv}^2(k_{\perp}) = W_{\nu\nu}. \quad (24)$$

Отметим, что пренебрежение наличием точек вырождения типа $\Omega_{mv}(k_{\perp}) = \Omega_{ph\rho}(k_{\perp})$ хорошо выполняется при любом k_{\perp} для тех наиболее низких номеров мод спектра дипольно-обменных спин-волновых колебаний пластины низкотемпературного антиферромагнетика (19), при которых частота возбуждения ω удовлетворяет условию

$$\omega < s_t / d. \quad (25)$$

В этом случае вдоль рассматриваемой магнитной пластины в силу выбранных упругих граничных условий (12) возможно распространение только нулевой моды спектра объемных продольных упругих колебаний (волны дилатации), а она, как известно, практически не взаимодействует с объемными спиновыми волнами рассматриваемого антиферромагнитного кристалла (5) [2,3]. Таким образом, при выполнении (22), (23) из (16), (17) следует, что для $\mathbf{n} \parallel OX$ или $\mathbf{n} \parallel OY$ ($\mathbf{k} \in XY$) и при любой величине волнового числа k_{\perp} одновременный учет магнитоупругого, магнитодипольного и неоднородного обменного взаимодействий приводит к следующим выражениям для спектра объемных магнонов в антиферромагнитной пластине с граничными условиями (11)–(13):

в случае (22)

$$\Omega_{mv}^2 = \omega_0^2 + \omega_{me}^2 + \omega_D^2 k_x^2 \mathbf{k}^{-2} + c_m^2 \mathbf{k}^2 \quad (T_N > T_D), \quad (26)$$

в случае (23)

$$\Omega_{mv}^2 = \omega_0^2 + \omega_{me}^2 k_x^2 k_y^2 (pk_x^4 + qk_y^4 + 2rk_x^2 k_y^2)^{-1} + \omega_D^2 k_x^2 \mathbf{k}^{-2} + c_m^2 \mathbf{k}^2, \quad (T_N < T_D),$$

$$p \equiv c_{11}c_{66}/(c_{11}c_{22} - c_{12}^2), \quad q \equiv c_{22}c_{66}/(c_{11}c_{22} - c_{12}^2),$$

$$2r \equiv 1 - 2c_{22}c_{66}/(c_{11}c_{22} - c_{12}^2). \quad (27)$$

При этом в (26), (27) по-прежнему $k_x = \kappa_{\nu}$, $k_y = k_{\perp}$ для $\mathbf{n} \parallel OX$ и $k_x = k_{\perp}$, $k_y = \kappa_{\nu}$, если $\mathbf{n} \parallel OY$ ($\mathbf{k} \in XY$).

² В дальнейшем, говоря о спиновой динамике пластины высокотемпературного или низкотемпературного антиферромагнетика, будем считать выполненным условие (22) или (23) соответственно.

Чтобы более детально исследовать роль негеизенберговских механизмов спин-спинового взаимодействия в формировании структуры спектра объемных магнонов, бегущих вдоль антиферромагнитной пластины, проанализируем выражения (26), (27) в частном случае $\alpha \rightarrow 0$. Это отвечает безобменному приближению, т.е. пренебрежению эффектами, связанными с неоднородным обменным взаимодействием [13].

3. Спиновая динамика антиферромагнитной пленки в безобменном приближении

Прежде всего изучим случай, когда кристалл является упругоизотропным в сагитальной плоскости ($\mathbf{k}_\perp, \mathbf{n} \in XY$). В этом случае, как известно, имеют место соотношения $c_{11} = c_{22}$ и $c_{11} - c_{12} = 2c_{66}$ и из (26), (27) следует, что в пределе $\alpha \rightarrow 0$ спектр безобменных объемных магнонов тонкой антиферромагнитной пленки, определенный на основе одновременного учета магнитодипольного и эластостатического механизмов спин-спинового взаимодействия, в зависимости от соотношения между температурами Нееля (T_N) и Дебая (T_D) при $\mathbf{k} \in XY$ ($k_x = 0$) и $D \neq 0$ как при $\mathbf{n} \parallel OY$, так и при $\mathbf{n} \parallel OX$ может быть представлен в виде

$$\Omega_{m\nu}^2(k_\perp) = \omega_0^2 + \omega_{me}^2 + \omega_D^2 k_x^2 k^{-2}, \quad (T_N > T_D), \quad (28)$$

$$\Omega_{m\nu}^2(k_\perp) = \omega_0^2 + 4\omega_{me}^2 k_x^2 k_y^2 k^{-4} + \omega_D^2 k_x^2 k^{-2}, \quad (T_N < T_D). \quad (29)$$

В (28), (29) $k_x = \kappa_\nu$, $k_y = k_\perp$ для $\mathbf{n} \parallel OX$ и $k_x = k_\perp$, $k_y = \kappa_\nu$, при $\mathbf{n} \parallel OY$ ($\mathbf{k} \in XY$), $\omega_{me}^2 \equiv \omega_{me}^2(1 - c_{66}/c_{11})$.

Из сопоставления (28), (29) следует, что дополнительные по отношению к (28) аномалии в спектре безобменных спиновых колебаний тонкой пленки низкотемпературного антиферромагнетика (29) связаны с тем, что в этом случае наряду с магнитодипольным механизмом формирования дисперсии магнонов имеется также и косвенное спин-спиновое взаимодействие через действующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций. Это приводит к возможности формирования в безобменном приближении дисперсионных свойств рассматриваемого типа спин-волновых колебаний ($\tilde{l}_y \neq 0$, $\mathbf{k}_\perp, \mathbf{n} \in XY$) тонкой пленки ромбического антиферромагнетика (5) даже в том случае, если $D = 0$ (т.е. мода не является магнитодипольно-активной). Анализ соотношений (28), (29) при $D = 0$ показывает, что в выбранной геометрии при $T_N < T_D$ и (23) эластостатический механизм спин-спинового взаимодействия приводит к формированию аномалий в законе дисперсии распространяющихся объемных магнонов, отсутствующих как в случае высокотемпературного антиферромагнетика, так и в других геометриях пленки рассматриваемого легкоплоскостного антиферромагнетика с $T_N < T_D$. В частности, для заданного номера моды ν исследуемый тип безобменных спиновых колебаний (29) как при $\mathbf{n} \parallel OX$,

так и при $\mathbf{n} \parallel OY$ является волной прямого типа ($\partial\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp > 0$) для $k_\perp < k_{*\nu}$, а при $k_\perp > k_{*\nu}$ — обратного типа ($\partial\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp < 0$), тогда как при $k_\perp = k_{*\nu} \neq 0$ ($\partial\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp = 0$) на дисперсионной кривой данной моды магнитных колебаний имеется максимум. Если $\nu < \rho$, для $k_\perp < k_{*\nu}$ выполняется условие $\Omega_{m\nu}(k_\perp) > \Omega_{m\rho}(k_\perp)$, тогда как для $k_\perp > k_{*\nu}$ имеет место соотношение $\Omega_{m\nu}(k_\perp) < \Omega_{m\rho}(k_\perp)$. Кроме того, в отличие от случая (28) эластостатический механизм формирования дисперсии безобменных магнонов приводит к тому, что уже в тонкой пленке низкотемпературного антиферромагнетика становится возможным возникновение при $k_\perp = k_{\nu\rho}$ точки пересечения дисперсионных кривых мод (29) с заданными номерами ν и ρ : $\Omega_{m\nu}(k_{\nu\rho}) = \Omega_{m\rho}(k_{\nu\rho})$. Если $\nu < \rho$, $k_{*\nu} < k_{\nu\rho} < k_{*\rho}$. При этом в области точки кроссовера $k_\perp \approx k_{\nu\rho}$ мода с номером ν является волной прямого типа, а мода с номером ρ — обратного. Точки сгущения спектра (29) для $D = 0$ как при $k_\perp \rightarrow 0$, так и при $k_\perp \rightarrow \infty$ равны ω_0 , т.е. в обоих этих пределах $|\Omega_{m\nu}(k_\perp) - \Omega_{m\rho}(k_\perp)| \rightarrow 0$. Из (29) следует, что если для $\mathbf{n} \parallel OX$ или $\mathbf{n} \parallel OY$ выполнено условие $4\omega_{me}^2 > \omega_D^2$, наличие в кристалле одновременно как эластостатического, так и магнитодипольного механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия качественно не изменяет описанную выше структуру спектра безобменных объемных магнонов, характерную для пластины низкотемпературного антиферромагнетика (29) при $D = 0$ ($\mathbf{l} \parallel OX$). Единственным новым моментом является то, что при $D \neq 0$ точки сгущения магнонного спектра (29) при $k_\perp \rightarrow 0$ и $k_\perp \rightarrow \infty$ не совпадают: при $\mathbf{l} \perp \mathbf{n}$ $\Omega_{m\nu}(k_\perp \rightarrow 0) < \Omega_{m\nu}(k_\perp \rightarrow \infty)$, тогда как при $\mathbf{l} \parallel \mathbf{n}$ $\Omega_{m\nu}(k_\perp \rightarrow 0) > \Omega_{m\nu}(k_\perp \rightarrow \infty)$. Для $4\omega_{me}^2 < \omega_D^2$ структура спектра рассматриваемого типа безобменных объемных магнонов не зависит от соотношения между температурами Нееля и Дебая антиферромагнитного кристалла.

Если учесть анизотропию упругих модулей в сагитальной плоскости XY ($D \neq 0$), структура спектра безобменных объемных магнонов для пластины ромбического антиферромагнитного кристалла вместо (29) примет вид (как и в случае (28), (29) $k_x = \kappa_\nu$, $k_y = k_\perp$ при $\mathbf{n} \parallel OX$ и $k_x = k_\perp$, $k_y = \kappa_\nu$, при $\mathbf{n} \parallel OY$ ($\mathbf{k} \in XY$))

$$\Omega_{m\nu}^2 = \omega_0^2 + \omega_{me}^2 k_x^2 k_y^2 (pk_x^4 + qk_y^4 + 2rk_x^2 k_y^2)^{-1} + \omega_D^2 k_x^2 k^{-2}. \quad (30)$$

Анализ (30) показывает, что для $\mathbf{n} \parallel OY$ или $\mathbf{n} \parallel OX$ одновременный учет эластостатического и магнитодипольного механизмов формирования спектра безобменных объемных магнонов с $\mathbf{k} \in XY$ ($\tilde{l}_y, \tilde{m}_z \neq 0$) делает возможным в общем случае одновременное формирование при $k_\perp \neq 0$ для моды с номером ν не только максимума (как при $D = 0$), но и минимума. Соответствующие волновые числа $k_{\nu\pm}$ являются вещественными положительными корнями уравнения $\partial\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp = 0$, где $\Omega_{m\nu}(k_\perp)$ задается (30). Такая форма дисперсионной кривой для объемной магнонной моды с номером ν (30) имеет

место, в частности, при выполнении условий

$$\begin{aligned} q, 2r \ll p \quad (\mathbf{n} \parallel OY), \\ p, 2r \ll q \quad (\mathbf{n} \parallel OX). \end{aligned} \quad (31)$$

Анализ соотношений для $k_{\nu\pm}^2$ показывает, что при $D \rightarrow 0$ в случае $\mathbf{n} \parallel OY$ $k_{\nu+} \rightarrow \infty$, $k_{\nu-} \rightarrow k_{\nu^*}$, тогда как при $\mathbf{n} \parallel OX$ имеет место $k_{\nu-} \rightarrow 0$, $k_{\nu+} \rightarrow k_{\nu^*}$.

Кроме того, из (30) следует, что при $\alpha \rightarrow 0$ одновременный учет обоих механизмов формирования дисперсии безобменных магнонов в тонкой пленке низкотемпературного антиферромагнетика (магнитодипольного и эластостатического) приводит к тому, что для фиксированных номеров мод ν и ρ спектра безобменных объемных спиновых колебаний (29) возможно существование двух точек кроссовера мод при $k_{\perp} \neq 0$. Соответствующие значения волновых чисел k_{\pm} могут быть определены из (30) с помощью соотношения $\Omega_{m\nu}(k_{\nu\rho}) = \Omega_{m\rho}(k_{\nu\rho})$. При формальном предельном переходе $D \rightarrow 0$ (пренебрежение взаимодействием Дзялошинского) при $\mathbf{n} \parallel OY$ $k_{-} \rightarrow k_{\nu\rho}$, $k_{+} \rightarrow \infty$, тогда как при $\mathbf{n} \parallel OX$ имеет место $k_{+} \rightarrow k_{\nu\rho}$, $k_{-} \rightarrow 0$.

Если между упругими константами магнетика реализуется соотношение обратное по отношению к (30), то как при $\mathbf{n} \parallel OY$, так и при $\mathbf{n} \parallel OX$ для любого фиксированного номера моды ν спектра безобменных магнонов (30) соответствующая дисперсионная кривая будет иметь при $k_{\perp} \neq 0$ только одну точку экстремума (максимум), а для мод с заданными номерами ν и ρ будет существовать только одна точка кроссовера.

Для достаточно больших величин D структура дисперсионных кривых мод магнонного спектра с одним и тем же ν как высокотемпературного антиферромагнетика (28), так и низкотемпературного (30) будет совпадать при заданной относительной ориентации векторов \mathbf{n} и \mathbf{l} .

4. Эффекты неоднородного обменного взаимодействия

До сих пор при анализе дисперсионных соотношений (26), (27) мы пренебрегали эффектами, связанными с неоднородным обменным взаимодействием ($\alpha \rightarrow 0$). Из (26) следует, что если $\alpha \neq 0$ ($c_m \neq 0$), то в случае высокотемпературного легкоплоскостного антиферромагнетика в спектре распространяющихся объемных магнонов $\Omega_{m\nu}(k_{\perp})$ при $\mathbf{k} \in XY$ ($D \neq 0$) наряду с магнитодипольным имеется также и вклад, обусловленный гейзенберговским механизмом нелокального спин-спинового взаимодействия. Это обстоятельство при $\mathbf{n} \parallel OY$ может приводить к формированию при $k_{\perp} \neq 0$ двух точек кроссовера $\Omega_{m\nu}(k_{\nu\rho}) = \Omega_{m\rho}(k_{\nu\rho})$ для дисперсионных кривых мод с заданными номерами ν и ρ . Эти точки в спектре объемных спин-волновых возбуждений $\Omega_{m\nu}(k_{\perp})$ пластины антиферромагнетика с $\mathbf{n} \parallel OY$ имеют место только при одновременном учете как магнитодипольного, так и неоднородного обменного

механизмов спин-спинового взаимодействия (т.е. для $D \neq 0$ и $\alpha \neq 0$). При этом для любых k_{\perp} и ν имеет место условие $\partial\Omega_{m\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp} > 0$. Если же $\mathbf{n} \parallel OX$, то, как следует из (26), совместный учет магнитодипольного и гейзенберговского механизмов спин-спинового обмена может приводить к формированию при $k_{\perp} \neq 0$ минимума на дисперсионной кривой моды с номером ν , принадлежащей спектру дипольно-обменных спин-волновых возбуждений. Кроме того, при $\mathbf{n} \parallel OY$ и $\mathbf{n} \parallel OX$ возможно формирование при $k_{\perp} \neq 0$ соответственно двух и одной точек перегиба дисперсионной кривой, определяемой из (26) условием $\partial^2\Omega_{m\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp}^2 = 0$.

В случае пленки низкотемпературного антиферромагнетика анализ соотношения (27) показывает, что уже без учета магнитодипольного взаимодействия (что формально соответствует переходу в (27) к $D = 0$) одновременный учет наряду с эластостатическим и гейзенберговского механизма спин-спинового взаимодействия приводит к существенной трансформации спектра объемных магнонов по сравнению с безобменным ($\alpha \rightarrow 0$) пределом (29), (30): 1) наличию двух точек кроссовера дисперсионных кривых эласто-обменных спин-волновых возбуждений с номерами ν и ρ , 2) формированию при $k_{\perp} \neq 0$ двух точек экстремума, одна из которых отвечает максимуму, а вторая — минимуму дисперсионной кривой $\Omega_{m\nu}(k_{\perp})$ (27). Наличие при $D \neq 0$ в (27) наряду с эластостатическим и гейзенберговским также и магнитодипольного механизма нелокального спин-спинового взаимодействия в свою очередь индуцирует при $\mathbf{k} \in XY$ ($k_x = 0$) формирование дополнительных аномалий в спектре спин-волновых возбуждений по сравнению с исследованным выше предельным случаем чисто эласто-обменных магнонов (т.е. при $D = 0$). Анализ показывает, что наличие уже слабого неоднородного обменного взаимодействия приводит к исчезновению точек сгущения спектра безобменных объемных спин-волновых возбуждений при $k_{\perp} \rightarrow 0$ и $k_{\perp} \rightarrow \infty$ в (28)–(30) и к образованию вместо них для мод с номерами ν и ρ дополнительной точки кроссовера. Для этого необходимо, чтобы при $\alpha = 0$ и $\nu < \rho$ в этой точке при $\nu < \rho$ имело место соотношение $\Omega_{m\nu}(k_{\perp}) > \Omega_{m\rho}(k_{\perp})$. В тех случаях, когда в безобменном пределе в соотношениях (28)–(30) в окрестности коротковолновой точки сгущения дисперсионная кривая моды объемных спин-волновых колебаний относилась к волне обратного типа ($\partial\Omega_{m\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp} < 0$), учет неоднородного обменного взаимодействия может приводить к формированию минимума на соответствующей дисперсионной кривой. Если же в пределе $\alpha \rightarrow 0$ в окрестности коротковолновой точки сгущения дисперсионная кривая моды объемных спин-волновых колебаний (28)–(30) относилась к волне прямого типа ($\partial\Omega_{m\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp} > 0$), учет неоднородного обменного взаимодействия может приводить к формированию дополнительной точки перегиба ($\partial^2\Omega_{m\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp}^2 = 0$) на соответствующей дисперсионной кривой.

Как показывает анализ соотношений (26) и (27), при $\alpha \neq 0$ для достаточно большого значения номера моды ν или малой толщины магнитной пленки $2d$ соответствующая дисперсионная кривая $\Omega_{m\nu}(k_{\perp})$, описываемая соотношениями (26) и (27), при любой величине волнового числа k_{\perp} будет волной прямого типа ($\partial\Omega_{m\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp} > 0$), не имеющей ни точек перегиба ($\partial^2\Omega_{m\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp}^2 = 0$), ни точек кроссовера ($\Omega_{m\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{m\rho}(k_{\perp})$). В частности, для кристалла, упругоизотропного в своей сагиттальной плоскости, условие одновременного существования при $k_{\perp} \neq 0$ точек экстремума (максимума и минимума) на дисперсионной кривой моды с номером ν спектра объемных магнонов $\Omega_{m\nu}(k_{\perp})$ рассматриваемой антиферромагнитной пластины при одновременном учете эластостатического, магнитодипольного и неоднородного обменного взаимодействий имеет вид $16\omega_{me}^2 c_m^2 \kappa_{\nu}^2 < (4\omega_{me}^2 + \omega_D^2)^3/27$ для $\mathbf{n} \parallel OX$ и $16\omega_{me}^2 c_m^2 \kappa_{\nu}^2 < (4\omega_{me}^2 - \omega_D^2)^3/27$ при $\mathbf{n} \parallel OY$.

Как известно из кристаллооптики [19], при анализе условий отражения и преломления рассматриваемого объемного нормального колебания на границе раздела сред важную роль играет форма поверхности рефракции такой нормальной волны. Естественно, что локальная геометрия поверхности волновых векторов рассматриваемого типа нормальных объемных колебаний должна существенно влиять и на структуру спектра нормальных колебаний в случае кристалла конечных размеров, поскольку пространственное распределение амплитуды нормальных объемных колебаний является результатом интерференции падающих и отраженных от границ образца объемных волн. В связи с этим анализу влияния магнитодипольного, эластостатического и неоднородного обменного взаимодействий на форму поверхности рефракции нормальных спин-волновых колебаний в неограниченном магнетике и связи ее локальной геометрии с найденными выше аномалиями спектра объемных магнонов в тонкой пленке высокотемпературного или низкотемпературного антиферромагнетика посвящен следующий раздел работы.

5. Связь с формой поверхности рефракции

Поскольку волновой вектор рассматриваемой волны в соотношениях (26), (27) лежит в плоскости XY , для решения поставленной задачи необходимо с помощью (9), (10) при условии, что $\omega/s_t|\mathbf{k}| \rightarrow 0$, изучить форму сечения изочастотной поверхности рассматриваемой спиновой волны ($\omega = \text{const}$, $\tilde{l}_y, \tilde{m}_z \neq 0$) в \mathbf{k} -пространстве сагиттальной плоскостью $k_x k_y$. Соответствующие выражения могут быть представлены в виде ($k_x^2/k^2 \equiv \cos^2 \theta$, $\mathbf{k}^2 \equiv k_x^2 + k_y^2$, $\mathbf{l} \parallel OX$, $D \neq 0$)

$$c_m^2 \mathbf{k}^2 = \omega^2 - \omega_0^2 - \omega_D^2 \cos^2 \theta - \omega_{me}^2, \quad T_N > T_D, \quad (32)$$

$$c_m^2 k^2 = \omega^2 - \omega_0^2 - \omega_D^2 \cos^2 \theta - \omega_{me}^2 (1 - R(\theta)), \quad T_N < T_D, \quad (33)$$

$$R(\theta) \equiv c_{66}(\sin^2 \theta \bar{\Lambda}_{11} + \cos^2 \theta \bar{\Lambda}_{22} - 2\bar{\Lambda}_{12} \sin 2\theta) \times (\bar{\Lambda}_{11} \bar{\Lambda}_{22} - \bar{\Lambda}_{12}^2)^{-1}.$$

Здесь $\bar{\Lambda}_{ik} \equiv \Lambda_{ik}(k_x \equiv k \cos \theta, k_y \equiv k \sin \theta)$.

Анализ экстремальных точек кривых (32), (33) и их сопоставление с результатами проведенного выше анализа формы дисперсионных кривых (26), (27) показывает, что наличие точек кроссовера или локального экстремума на дисперсионной кривой с заданным номером моды ν исследуемого волноводного магнона связано с формованием в неограниченном кристалле на сечении поверхности рефракции нормальной спиновой волны той же поляризации (32), (33) плоскостью векторов \mathbf{n} и \mathbf{k}_{\perp} участков с $\partial\omega/\partial k_{\perp} = 0$ или $\partial\omega/\partial k_n = 0$ ($k_n \equiv (\mathbf{k}\mathbf{n})$), (рис. 1, 2 для высокотемпературного антиферромагнетика (5), (6) и рис. 3, 4 для низкотемпературного антиферромагнетика (5), (6)).³

Пусть по-прежнему направления векторов \mathbf{n} и \mathbf{k}_{\perp} совпадают с координатными осями (в рассматриваемом случае с осью OX или OY). В этом случае точки пересечения прямых $k_y = \text{const}$ или $k_x = \text{const}$ и поверхности рефракции (32), (33) дают информацию о структуре спектра соответствующего волноводного магнона с заданным волновым числом k_{\perp} , частотой ω , а также номером моды ν в пластине легкоплоскостного антиферромагнетика с $T_N > T_D$ или $T_N < T_D$ (в данном случае кривых (26) или (27)). В частности, если направление нормали к поверхности пленки n в плоскости волновых векторов k_x, k_y совпадает с осью ординат ($\mathbf{n} \parallel OY$), то наличие общих точек прямой $k_x = k_{\perp}$ и кривой (32), (33) является необходимым условием для существования точки кроссовера в спектре (26), (27). Число точек пересечения прямой $k_x = k_{\perp}$ и кривой (32), (33) определяет максимальное число мод спектра объемных спин-волновых колебаний (26), (27), которые могут распространяться вдоль оси OX исследуемой антиферромагнитной пленки толщиной $2d$ с одинаковым волновым числом k_{\perp} и частотой ω . В этой же геометрии наличие общих точек кривой (32), (33) и прямой $k_y = \kappa_{\nu}$ позволяет определить, с какими волновыми числами k_{\perp} может распространяться вдоль тонкой пленки толщиной $2d$ исследуемого антиферромагнетика данный тип волноводного магнона с фиксированным номером моды ν и частотой ω . Поскольку внешняя нормаль к поверхности рефракции совпадает с направлением групповой скорости волны [14,19], то, как следует из анализа (26), (27), исследование локальной геометрии сечения изочастотной поверхности (32), (33) позволяет судить о том, к какому типу волны (прямому или обратному) относится соответствующий участок

³ На рис. 1–4 предполагалось $\mathbf{k} \in XY$, $W_{\nu\rho} \rightarrow 0$ ($\nu \neq \rho$); для мод $\Omega_{m\nu}(k_{\perp})$ при $\nu \geq 3$ выполнено соотношение (1).

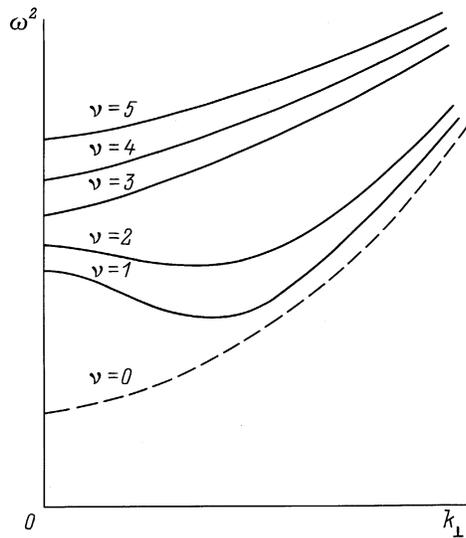


Рис. 1. Структура спектра объемных дипольно-обменных спиновых волн в пластине легкоплоскостного упругоизотропного антиферромагнетика ($T_N > T_D$) (5), (6), (11)–(13) с $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$.

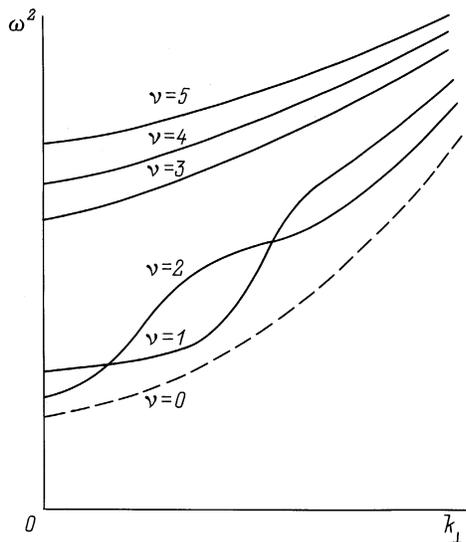


Рис. 2. Структура спектра объемных дипольно-обменных спиновых волн в пластине легкоплоскостного упругоизотропного антиферромагнетика ($T_N > T_D$) (5), (6), (11)–(13) с $\mathbf{n} \perp \mathbf{l}$.

дисперсионной кривой волноводного магнона, определяемый из (26), (27) заданными ω , κ_ν и k_\perp . В частности, в рассматриваемом случае $\mathbf{k} \in XY$ распространяющаяся вдоль пленки ($\mathbf{n} \parallel OY$) объемная спиновая волна (26), (27) будет волной обратного типа, если проекция внешней нормали к поверхности рефракции на ось OX в точке пересечения этой поверхности с прямой $k_y = \kappa_\nu$ имеет отрицательный знак; если же проекция положительна, то соответствующая волна при заданных k_\perp , ω и κ_ν будет волной прямого типа.

Если же при некотором $k_\perp \neq 0$ эта проекция на ось OX равна нулю, то такая ситуация имеет место в

случае, когда на дисперсионной кривой моды с номером ν объемных колебаний, бегущих вдоль поверхности пленки толщиной $2d$, для соответствующей частоты ω и волнового числа k_\perp имеется экстремум. Будет эта точка максимумом или минимумом, определяется знаком локальной кривизны кривой (32), (33) в этой точке (рис. 5, 6). В частности, для максимума знак локальной кривизны отрицательный.

В данной работе в основном анализировались соотношения (16), (17) в нулевом приближении по $W_{\nu\rho}$. Следует отметить, однако, что если в точке вырождения $\Omega_{m\nu}(k_\perp) = \Omega_{m\rho}(k_\perp)$ или $\Omega_{m\nu}(k_\perp) = \Omega_{p\rho}(k_\perp)$ пересекались дисперсионные кривые для волны прямого типа и обратного, то вследствие (21) это вырождение снимается

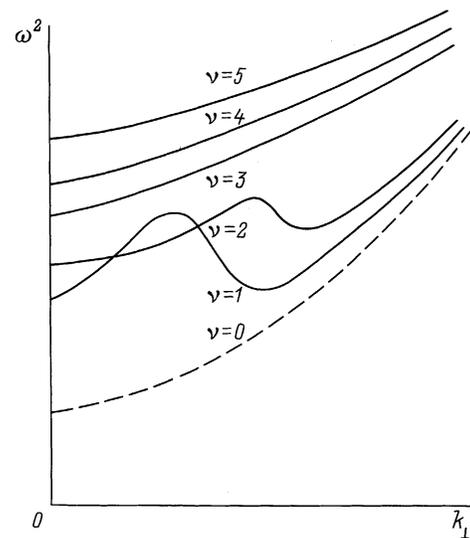


Рис. 3. Структура спектра объемных дипольно-обменных спиновых волн в пластине легкоплоскостного упругоизотропного антиферромагнетика ($T_N < T_D$) (5), (6), (11)–(13) с $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$.

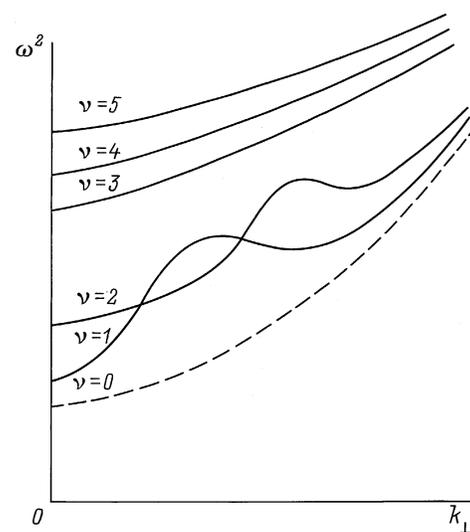


Рис. 4. Структура спектра объемных дипольно-обменных спиновых волн в пластине легкоплоскостного упругоизотропного антиферромагнетика ($T_N < T_D$) (5), (6), (11)–(13) с $\mathbf{n} \perp \mathbf{l}$.

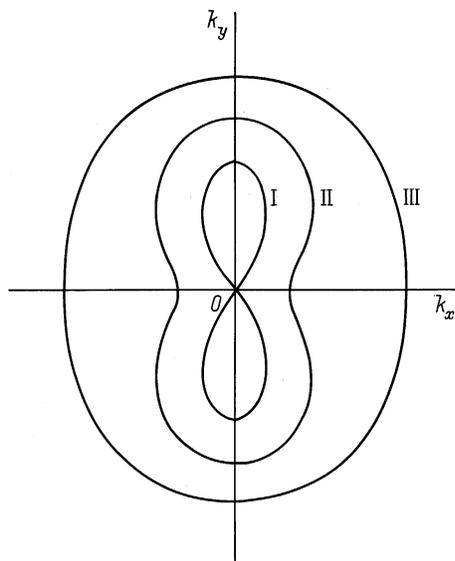


Рис. 5. Форма сечения изочастотной поверхности нормальной спиновой волны (26) плоскостью XY в неограниченном легкоплоскостном упругоизотропном антиферромагнетике ($T_N > T_D$) (5), (6), $\mathbf{l} \parallel OX$: I — $\omega_0^2 < \omega^2 - \omega_{me}^2 < \omega_0^2 + \omega_d^2$, II — $\omega_0^2 + \omega_d^2 < \omega^2 - \omega_{me}^2 < \omega_0^2 + 2\omega_d^2$, III — $\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + 2\omega_d^2 < \omega^2$.

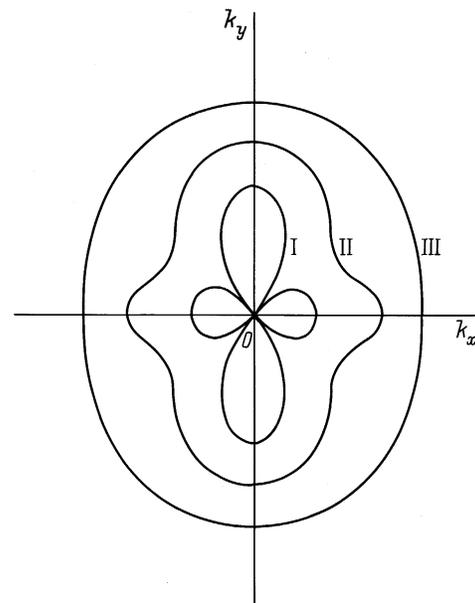


Рис. 6. Форма сечения изочастотной поверхности нормальной спиновой волны (27) плоскостью XY в неограниченном легкоплоскостном упругоизотропном антиферромагнетике ($T_N < T_D$) (5), (6), $\mathbf{l} \parallel OX$: I — $\omega_0^2 < \omega^2 < \omega_0^2 + \omega_{me^*}^2$, II — $\omega_0^2 + \omega_{me^*}^2 < \omega^2 < \omega_0^2 + 5\omega_{me^*}^2$, III — $\omega_0^2 + 5\omega_{me^*}^2 < \omega^2$.

и в результате возникают две дополнительные точки экстремума, отвечающие соответственно локальному максимуму и локальному минимуму дисперсионной кривой.

Как следует из (23), (27), необходимым условием для экспериментального проявления индуцированных решеткой аномалий для дисперсионной кривой моды с номером ν , принадлежащей спектру объемных дипольно-обменных магнонов пластины низкотемпературного антиферромагнетика, является выполнение неравенства

$$\omega_{me}^2, \omega_0^2 \gg c_m^2 \pi^2 \nu^2 / d^2. \quad (34)$$

Если $\omega_{me} \approx 10^9$ Hz, а $c_m \approx 10^5$ cm/s [2,3], то при $\omega_0 \ll \omega_{me}$ (вблизи границы устойчивости данного магнитного состояния) рассмотренные выше аномалии будут иметь место для пластины с $d \gg 10^{-3} \nu$ cm. Отметим, что чем ниже температура Нееля ($T_N < T_D$), тем лучше выполняется (34).

Таким образом, в данной работе на примере тонкой антиферромагнитной пленки определены необходимые условия, при выполнении которых влияние решетки приводит к формированию в спектре распространяющихся объемных спин-волновых возбуждений ранее неизвестных аномалий. Для их существования принципиально важным является одновременный учет не только конечных размеров реального образца, но и соотношения между температурами Нееля и Дебая. К числу найденных в данной работе индуцированных магнитоупругим взаимодействием особенностей спектра объемных дипольно-обменных магнонов относятся следующие.

1) Наличие для заданного номера моды ν уже в безобменном приближении нескольких участков дисперсион-

ной кривой $\Omega_{m\nu}(k_\perp)$ с $\partial\Omega_{m\nu}(k_\perp)/\partial k_\perp = 0$ при $k_\perp = 0$. При этом указанные точки могут соответствовать как локальному максимуму, так и локальному минимуму такой дисперсионной кривой.

2) Возможность существования при $k_\perp \neq 0$ точек кроссовера дисперсионных кривых, соответствующих модам с номерами ν и ρ в спектре объемных нормальных колебаний $\Omega_{m\nu}(k_\perp)$ тонкой антиферромагнитной пленки не только с учетом неоднородного обменного взаимодействия, но и в безобменном приближении (за счет гибридизации эластостатического и магнитоэластического механизмов спин-спинового взаимодействия).

3) Наличие взаимоднозначного соответствия между локальной геометрией поверхности рефракции нормальных спин-волновых колебаний неограниченного магнитного кристалла и структурой спектра этого типа волноводных колебаний в случае тонкой пленки из того же материала. Найденная корреляция между формой поверхности рефракции нормальной волны, структурой спектра волноводных колебаний и их типом (прямая или обратная волна), безусловно, реализуется и для других типов нормальных колебаний неограниченного кристалла (фононов, экситонов и т.д.).

В данной работе рассматривался только случай $|\mathbf{H}| = 0$. Несложно показать, что при $\mathbf{H} \parallel OY$ и $D = 0$ все полученные выше результаты для $\mathbf{l} \parallel OX$, $\mathbf{k}_\perp, \mathbf{n} \in XY$, $\tilde{l}_y, \tilde{m}_z \neq 0$ остаются в силе с точностью до замены $\omega_D \rightarrow \omega_H$, $\omega_0^2 \rightarrow \omega_0^2 + \omega_H^2$. Эффекты вращательной инвариантности будут рассмотрены в отдельной работе.

В заключение автор хотел бы выразить глубокую признательность Е.П. Стефановскому, Т.Н. Тарасенко и И.Е. Драгунову за поддержку идеи данной работы и плодотворные обсуждения.

Список литературы

- [1] С. Patton. Phys. Rep. **103**, 5, 251 (1984).
- [2] Е.А. Туров, В.Г. Шавров. УФН **130**, 3, 429 (1983).
- [3] И.Е. Дикштейн, Е.А. Туров, В.Г. Шавров. В кн.: Динамические и кинетические свойства магнетиков. Наука, М. (1986). 248 с.
- [4] Ю.В. Гуляев, П.Е. Зильберман, Изв. вузов. Физика **31**, 11, 6 (1988).
- [5] Ю.В. Гуляев, И.Е. Дикштейн, В.Г. Шавров. УФН **167**, 7, 735 (1997).
- [6] В.И. Ожогин, В.Л. Преображенский. УФН **155**, 4, 593 (1988).
- [7] С.В. Тарасенко. Письма в ЖТФ **14**, 22, 2041 (1988).
- [8] А.Л. Сукстанский, С.В. Тарасенко. ЖЭТФ **105**, 4, 928 (1994).
- [9] С.В. Тарасенко. ФТТ **33**, 10, 3021 (1991).
- [10] С.В. Тарасенко. ЖЭТФ **110**, 10, 1411 (1996).
- [11] Е.А. Туров. Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. Наука, М. (1963). 224 с.
- [12] М.П. Балакирев, И.А. Гилинский. Волны в пьезокристаллах. Наука, Новосибирск (1982). 224 с.
- [13] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Наука, М. (1994). 462 с.
- [14] В.А. Красильников, В.В. Крылов. Введение в физическую акустику. Наука, М. (1984). 399 с.
- [15] А.Г. Хачатурян. Теория фазовых превращений и структура твердых растворов. Наука, М. (1974). 384 с.
- [16] О.Г. Вендик, Д.Н. Чаргорижский. ФТТ **12**, 5, 1538 (1970).
- [17] Б.А. Калиникос. Изв. вузов. Физика **24**, 8, 42 (1981).
- [18] V.I. Alshits, A.N. Darinskii, J. Lothe. Wave Motion **16**, 265 (1992).
- [19] Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. Основы кристаллофизики. Наука, М. (1979). 639 с.