Структура решетки вихрей Абрикосова в тонкой сверхпроводящей пленке в параллельном магнитном поле

© Д.А. Лужбин

Институт металлофизики Национальной академии наук Украины,
03680 Киев, Украина

E-mail: luzhbin@d24.imp.kiev.ua

(Поступила в Редакцию 10 января 2001 г.)

Исследована структура вихревой решетки в тонких ($d < \lambda$, d — толщина пленки, λ — лондоновская глубина проникновения) сверхпроводящих пленках в параллельном поверхности пленки магнитном поле. Показано, что устойчивой является конфигурация в виде дискретных вихревых рядов, число которых меняется дискретным образом при увеличении внешнего магнитного поля. Рассчитаны поля вхождения вихревых рядов $H_{c1}^{(N)}(d)$ для $N = 1, 2$. Показано, что структурный переход в вихревом ансамбле является фазовым переходом II рода. Предложен более простой метод (по сравнению с методом Монте-Карло) расчета параметров вихревой решетки.

1. Структура вихревой решетки в тонкой пленке сверхпроводника II рода в параллельном поверхности пленки постоянном магнитном поле существенным образом отличается от структуры вихревой решетки в бесконечном кристалле, где, как известно, вихри в отсутствие пиннинга упорядочиваются (в изотропном образце) в правильную двумерную треугольную решетку [1]. Как впервые было показано Абрикосовым [2,3], поле $H_{c1}^{(1)}(d)$, при котором энергетически выгодным станет появление вихрей, для пленки в параллельном поле существенно превышает поле $H_{c1}^{\rm bulk}$ для массивного образца и выражается формулой

$$H_{c1}^{(1)}(d) = \frac{H_{c1}^{\rm bulk} - \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2}\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n K_0(nd/\lambda)}{1 - 1/\operatorname{ch}(d/2\lambda)}, \qquad (1)$$

из которой следуют асимптотические выражения $H_{c1}^{(1)}(d) \approx H_{c1}^{\rm bulk}\big(1 + 2\exp(-d/2\lambda)\big)$ для $d > \lambda$ и $H_{c1}^{(1)}(d) \approx (2\Phi_0/\pi d^2)\ln(\gamma d/\pi\xi) \sim (\lambda/d)^2 H_{c1}^{\rm bulk}$ для $d \ll \lambda$. Здесь ξ — длина когерентности, $\gamma = e^c = 1.78$.

В поле $H \geqslant H_{c1}^{(1)}(d)$ вихревая структура представляет собой ряд вихрей, расположенный в центре пленки. При увеличении внешнего поля H единственным параметром, зависящим от поля, является расстояние между вихрями $a(H)$ (рис. 1, a). При дальнейшем увеличении поля H в полях $H_{c1}^{(N)}(d)$ происходит изменение структуры вихревой решетки: число рядов вихрей в пленке увеличивается на единицу. Это явление изучалось в [4,5] для изотропных пленок (путем суммирования модифицированных функций Бесселя) и в [6,7] для анизотропных образцов (методом Монте-Карло), где было показано, что структурный переход носит практически скачкообразный характер (при малом числе вихревых рядов, $N = 1, 2, 3, 4,$), т. е. интервал перехода $\Delta H \ll H_{c1}^{(N+1)} - H_{c1}^{(N)}$. Эта дискретность наблюдалась экспериментально в [7–9] в виде пиков на кривой обратимого магнитного момента пленки и на зависимости критического тока от магнитного поля [10]. В экспериментах на основе метода колеблющегося магнитометра (vibrating reed) наблюдалась [9,11] немонотонная зависимость измеряемых величин от внешнего магнитного поля, что позволяет считать дискретность изменения числа вихревых рядов в пленке экспериментально подтвержденным фактом.

В настоящей работе детально рассчитываются структура вихревого ансамбля для $N = 1, 2$ и переход между этими состояниями при увеличении внешнего постоянного магнитного поля. Предложен метод, который позволяет численно рассчитать параметры вихревой решетки, не прибегая к процедуре Монте-Карло или суммированию модифицированных функций Бесселя. Показано, что изменение свободной энергии Гиббса при структурном переходе от одного к двум рядам позволяет трактовать структурный переход в системе вихрей как фазовый переход II рода.

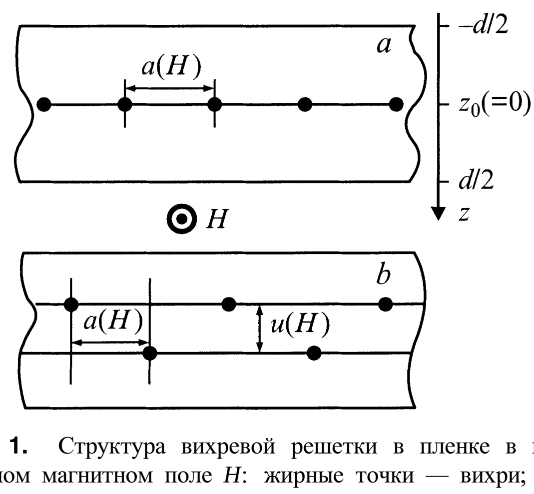

Рис. 1. Структура вихревой решетки в пленке в параллельном магнитном поле H: жирные точки — вихри; внешнее поле перпендикулярно плоскости рисунка. a — в поле $H_{c1}^{(1)}(d) < H \leqslant H_{c1}^{(2)}(d)$ существует один ряд вихрей в центре пленки; b — в поле $H_{c1}^{(2)}(d) < H \leqslant H_{c1}^{(3)}(d)$ происходит расщепление структуры на два вихревых ряда.

2. Для сверхпроводника II рода с $\varkappa \gg 1$ распределение поля вихревого ансамбля H_V определяется уравнением [12]

$$H_V + \lambda^2 \operatorname{rot}\operatorname{rot} H_V = \Phi_0 \sum_{n,m} \delta(r - R_{n,m}) \tag{2}$$

с граничными условиями

$$H_V\big|_{z=-d/2} = H_V\big|_{z=d/2} = 0, \tag{3}$$

которые эквивалентны физическому условию отсутствия тока через поверхность. Здесь $R_{n,m}$ — двумерный радиус-вектор с координатами $(x_{n,m}, z_{n,m})$. Этому условию можно удовлетворить введением бесконечного знакопеременного ряда изображений симметрично поверхностям пленки [4,12], и решать уравнение (1) в бесконечном сверхпроводнике с знакопеременными рядами вихрей. Физический смысл решение имеет, конечно, только в диапазоне $-d/2 \leqslant z \leqslant d/2$. Решением будет знакопеременная сумма модифицированных функций Бесселя K_0. Однако работать с ней неудобно, поэтому будем искать другое представление решения уравнения (2).

Эквивалентное решение (2), (3) в случае одного вихревого ряда ($x_{n,m} = ma$, $z_{n,m} = z_0$, $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$) можно представить в виде [12]

$$H_V(x,z) = \frac{\Phi_0}{d\lambda^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \exp\big(ik(x - ma)\big)$$
$$\times \frac{\cos\frac{n\pi}{d}(z - z_0) - \cos\frac{n\pi}{d}(d + z + z_0)}{k^2 + \frac{1}{\lambda^2} + \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2}, \tag{4}$$

где z_0 — координата ряда относительно центра пленки, $a = a(H)$ — расстояние между соседними вихрями (рис. 1, a).

Используя равенство $\sum\limits_n \exp(inp) = 2\pi \sum\limits_n \delta(p - 2\pi n)$ и [13]

$$\sum_n \frac{\exp(i\gamma n)}{n^2 + a^1} = \frac{\pi}{a}\, \frac{\operatorname{ch}\big((\pi - |\gamma|)a\big)}{\operatorname{sh}(\pi a)},$$

запишем решение (4) в виде

$$H_V(x,z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\frac{n\pi}{d}(z - z_0) - \cos\frac{n\pi}{d}(d + z + z_0)}{v_n}$$
$$\times \frac{\operatorname{ch}\left(v_n \frac{a-2x}{2\lambda}\right)}{\operatorname{sh}\left(v_n \frac{a}{2\lambda}\right)}, \tag{5}$$

справедливом при $-d/2 \leqslant z$, $z_0 \leqslant d/2$, $0 \leqslant x \leqslant a$, где $v_n = \sqrt{1 + (n\pi\lambda/d)^2}$. При наличии в пленке нескольких вихревых рядов суммарное поле, очевидно, есть сумма полей (5).

Структура вихревого ансамбля в пленке в заданном поле H определяется условием минимума энергии Гиббса. Как было показано в [14], свободная энергия вихревого ансамбля G определяется выражением

$$G = \sum_n \frac{H_n(0)\Phi_0}{8\pi} - \frac{H\Phi_n(0)}{4\pi}, \tag{6}$$

где суммирование идет по всем вихрям, $H_n(0)$ — поле в центре n-го вихря, созданное только вихревой системой, $\Phi_n(0)$ — поток n-го вихря. Согласно [2,3], равновесная структура для $N = 1$ представляет собой один ряд вихрей в центре пленки. Для $N = 2$ равновесная структура (вдали от поля перехода $H_{c1}^{(2)}(d)$) представляет собой два ряда вихрей на расстоянии $2u_{\max}$ друг от друга, при этом $a = a(H)$, $2u_{\max} = d/3$ и не зависит от H [7,8]. Непосредственно вблизи перехода, т. е. при $H \cong H_{c1}^{(2)}(d)$, естественно считать, что от величины поля H зависит как $a = a(H)$, так и $u = u(H)$, а переход соответствует изменению величины u от 0 до $u_{\max}$ (рис. 1, b).

Для этого случая свободная энергия (6) (на единицу площади) имеет вид

$$G = \frac{1}{2}\left(\frac{H_V(0)\Phi_0}{8\pi} - \frac{H\Phi_0}{4\pi}\left[1 - \frac{\operatorname{ch}(u/\lambda)}{\operatorname{ch}(d/2\lambda)}\right]\right), \tag{7}$$

где $H_V(0)$, согласно (5), есть

$$H_V(0) = \frac{\Phi_0}{2d\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - (-1)^n \cos\frac{2\pi n u}{d}\right)\operatorname{ch}\left(v_n \frac{a-\xi}{\lambda}\right) + \left(\cos\frac{2\pi n u}{d} - (-1)^n\right)\operatorname{ch}\left(v_n \frac{\xi}{\lambda}\right)}{v_n \operatorname{sh}\left(v_n \frac{a}{\lambda}\right)} \tag{8}$$

(во избежание расходимости собственной энергии вихря использовано стандартное обрезание на расстоянии ξ от оси вихря). Случаю $u = 0$ соответствует, очевидно, структура с $N = 1$.

Для нахождения равновесных параметров вихревой решетки используем (следующий из условия минимальности свободной энергии) систему уравнений

$$\left(\frac{\partial G}{\partial u}\right)_a = \left(\frac{\partial G}{\partial a}\right)_u = 0, \tag{9}$$

что позволяет при заданной величине H численно рассчитывать равновесные параметры $u(H)$ и $a(H)$.

3. Для расчета брался образец с параметрами $d = 0.5\lambda$, $\varkappa = 100$, $\lambda = 10^{-5}$ cm, которые соответствуют характерным величинам ВТСП материалов.

Результаты численного решения системы (9) приведены на рисунках. На рис. 2 представлена зависимость расстояния между вихрями (в виде d/a) от магнитного поля; особенность в точке $H = H_{c1}^{(2)}(d)$ связана с переходом, при котором происходит расслоение в вихревой структуре от одной плоскости $z_0 = 0$ к двум плоскостям $z_0 = \pm u$ при неизменной плотности вихрей (рис. 1). На рис. 3 изображена зависимость расстояния между рядами вихрей $u(H)$ (в единицах $d/2$) от внешнего поля H. Величина $u(H)$ непрерывно изменяется от 0 до $u_{\max} \cong d/6$, согласно [7,8]. Соответственно поле перехода $H_{c1}^{(2)}(d)$ можно определить как решение системы

$$\left(\frac{\partial^2 G(u=0)}{\partial u^2}\right)_a = \left(\frac{\partial G}{\partial a}\right)_{u=0} = 0. \tag{10}$$

Для заданных параметров величина $H_{c1}^{(2)}(d) \approx \approx 2.35 \cdot H_{c1}^{(1)}(d)$.

Можно показать, что в области малых величин $u \ll u_{\max}$ для (7) справедливо разложение Ландау

$$G(H) \cong G(0) + G_1 u^2 + G_2 u^4, \tag{11}$$

где $G_2 \cong \mathrm{const}_{(H)}$, $G_1 \cong \left(H_{c1}^{(2)}(d) - H\right)\mathrm{const}_{(H)}$. Полевая зависимость свободной энергии (7) и ее второй производной изображена на рис. 4. Характер изменения свободной энергии при увеличении поля (непрерывность функции в окрестности $H_{c1}^{(2)}(d)$ и разрыв второй производной в этой же области), возможность разложения (10), в котором коэффициент при u^2 меняет знак в точке перехода $H = H_{c1}^{(2)}(d)$, позволяют сделать вывод,

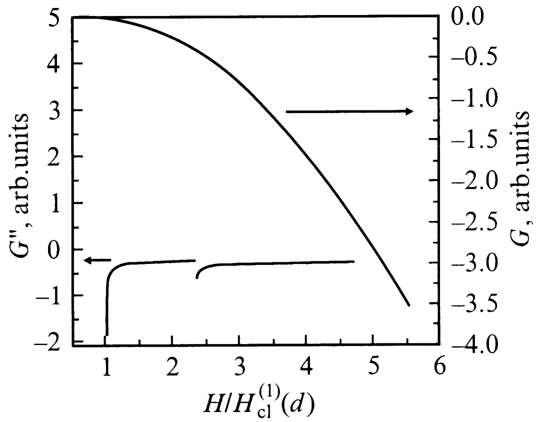

Рис. 4. Полевые зависимости свободной энергии пленки и ее второй производной по полю.

что структурный переход от одного к двум вихревым рядам является в то же время фазовым переходом II рода. Отметим, что сама схема решения предполагала фазовый переход II рода (так как считалось, что величина $u(H)$, которая может служить параметром порядка, изменяется непрерывно от 0 до $u_{\max}$ и, следовательно, возможно дифференцирование по u в (9)). Если бы это предположение оказалось неверным, то система (9) не имела бы решения при малых значениях u.

Таким образом, используя предложенный подход, можно рассчитать равновесные параметры вихревой решетки во всем диапазоне полей $H \leqslant H_{c1}^{(3)}(d)$ и сделать утверждение, что структурная перестройка вихревой решетки в параллельном поле, соответствующая дискретному изменению числа вихревых рядов [4–7], является фазовым переходом второго рода.

Автор выражает глубокую признательность А.Л. Касаткину и И.М. Дубровскому за обсуждение работы.

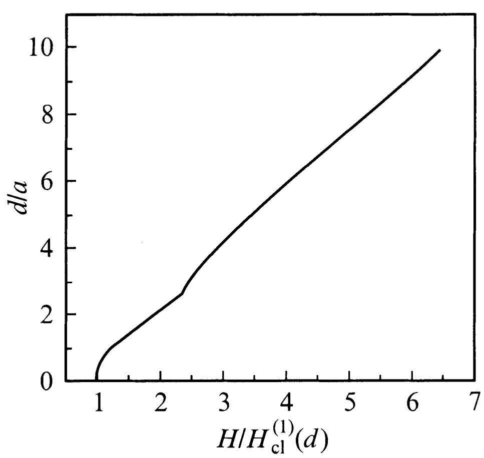

Рис. 2. Зависимость расстояния между соседними вихрями $a(H)$ от внешнего поля H.

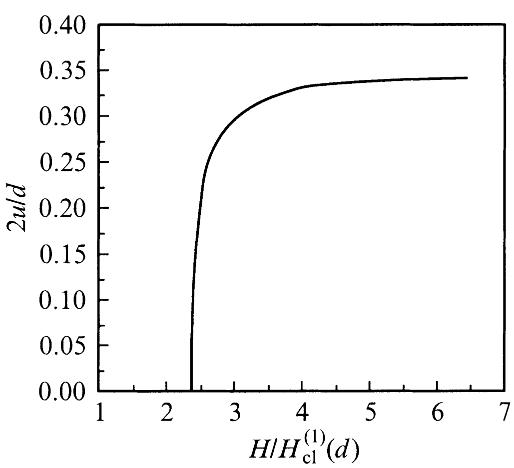

Рис. 3. Зависимость расстояния между вихревыми рядами $u(H)$ от магнитного поля H.

Список литературы

[1] E.H. Brandt. Rep. Prog. Mod. Phys. **58**, *11*, 1465 (1995).
[2] А.А. Абрикосов. ЖЭТФ **46**, *4*, 1464 (1964).
[3] А.А. Абрикосов. Основы теории металлов. Наука, М. (1987). 520 с.
[4] C. Carter. Canad. J. Phys. **47**, *14*, 1447 (1969).
[5] S. Takács. Czech. J. Phys. **B28**, *11*, 1260 (1978).
[6] G. Garneiro. Phys. Rev. **B57**, *10*, 6077 (1998).
[7] S.H. Brongersma. PhD. Dissertation. Vrije Universiteit, Amsterdam (1996). 138 p.
[8] S.H. Brongersma, E. Verweij, N.J. Koeman, D.G. de Groot, R. Griessen. Phys. Rev. Lett. **71**, *14*, 2319 (1993).
[9] A. Pan, M. Ziese, R. Höhne, P. Esquinazi. S. Knappe. Physica **C301**, 72 (1998).
[10] Y. Mawatari, K. Yamafuji. Physica **C228**, 336 (1994).
[11] M. Ziese, P. Esquinazi, P. Wagner, H. Adrian, S.H. Brongersma, R. Griessen. Phys. Rev. **B53**, *13*, 8658 (1996).
[12] В.В. Шмидт, Г.С. Мкртчян. УФН **112**, *3*, 459 (1974).
[13] И.С. Рыжик, И.М. Градштейн. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ГИТТЛ, М. (1951). 464 с.
[14] В.В. Шмидт. ЖЭТФ **61**, *7*, 398 (1971).