

# Электромагнитное излучение подвижных дислокационных сегментов в ионном кристалле

© О.В. Чаркина, К.А. Чишко

Физико-технический институт низких температур Национальной академии наук Украины,  
61164 Харьков, Украина

E-mail: chishko@ilt.kharkov.ua

(Поступила в Редакцию 1 февраля 2001 г.)

Рассмотрена задача об электромагнитной эмиссии сегмента краевой дислокации, движущегося в ионной решетке со структурой типа NaCl. Предложенный механизм излучения связан с возникновением макроскопических переменных поляризационных токов вдоль края экстраплоскости краевой дислокации в процессе ее перемещения между соседними долинами рельефа Пайерлса. Получены выражения, описывающие поля электромагнитного излучения произвольно движущегося сегмента. Подробно рассмотрена задача об излучении сегмента, совершающего гармонические колебания в поле внешней квазистационарной упругой волны с частотой  $\Omega \ll c/l$  ( $l$  — длина сегмента,  $c$  — скорость звука). Найдена мощность излучаемого электромагнитного сигнала и коэффициент "акустоэлектромагнитного преобразования" — отношение мощности электромагнитного излучения к механической мощности, необходимой для приведения сегмента в движение.

Электромагнитные эффекты, сопровождающие движение дефектов в кристаллах, являются предметом интенсивного изучения в современной физике твердого тела. Среди достижений последних лет следует прежде всего отметить экспериментальное обнаружение [1–3] и теоретическое объяснение [3,4] магнитоэластического эффекта в ионных кристаллах и металлах, а также детальные экспериментальные исследования электромагнитной эмиссии дислокаций и трещин [5,6]. Важно подчеркнуть, что указанные явления имеют принципиально динамический характер и представляют таким образом значительный интерес для понимания природы пластической деформации твердых тел. Электромагнитные явления в деформируемых твердых телах в течение длительного времени изучаются как в фундаментальном плане [7], так и в связи с многообразными прикладными задачами, возникающими, например, в геофизике [8] и механике разрушения конструкционных материалов [9,10].

Одним из интересных динамических эффектов в деформируемых кристаллах является излучение электромагнитных волн, сопровождающее движение дислокаций, а также зарождение и развитие трещин. В принципе ясно, что, например, перемещение дислокаций вызывает возмущение как кристаллической решетки, так и электронной подсистемы кристалла. Первое, как известно, приводит к появлению в образце упругих волн, второе влечет за собой электромагнитную эмиссию, характер которой определяется как индивидуальными свойствами дислокации, так и свойствами среды, в которой распространяется электромагнитная волна. Наиболее удобными объектами для изучения электромагнитного излучения дислокаций представляются ионные кристаллы, поскольку они являются диэлектриками, и в них практически отсутствует поглощение электромагнитного сигнала вплоть до инфракрасного диапазона частот. С другой стороны, большинство типов дислокаций в таких кристаллах имеет заряженное ядро [11,12], так что их

перемещение естественным образом сопровождается некоторыми эффективными токами, следовательно, для них сравнительно просто могут быть найдены адекватные физические модели, интерпретирующие дислокацию как источник электромагнитных волн в кристалле.

В работе [13] был исследован механизм излучения электромагнитных волн подвижными дислокациями в ионных кристаллах, основанный на электроупругих эффектах в деформируемых решетках, состоящих из разноименных ионов. В [14] предложен альтернативный механизм электромагнитного излучения краевых дислокаций в ионных кристаллах, обусловленный возникновением макроскопических поляризационных токов вдоль линии движущейся прямолинейной дислокации. Оказалось, что интенсивность излучения в последнем случае на пять порядков выше, чем та, которая имеет место благодаря электроупругости. Таким образом, можно ожидать, что механизм [14] приведет к возникновению эффектов, реально доступных для наблюдения в эксперименте.

В работах [13,14] обсуждаемые эффекты рассмотрены на примере прямолинейных краевых дислокаций. Вместе с тем очевидно, что в реальном кристалле движущаяся через сетку стопоров дислокация представляет собой фактически набор колеблющихся сегментов. В этой связи представляется интересным решить задачу об электромагнитном излучении криволинейной дислокации, конфигурация которой является произвольной функцией времени. Анализ указанной задачи и обсуждение вклада такого механизма излучения в полную электромагнитную эмиссию составляет предмет настоящей работы.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим краевую дислокацию в кубической решетке типа NaCl, плоскость скольжения которой совпадает с одной из плоскостей системы {110}. Выберем декартову систему координат таким образом, чтобы дислокация

скользила в плоскости  $y = 0$ , а ее линия в отсутствие внешних возмущений совпадала бы с осью  $z$ . Предположим теперь, что в процессе движения дислокационная линия искривляется так, что ее конфигурация в лабораторной системе отсчета может быть описана в любой момент времени функцией  $x = x_0(z, t)$ , однозначной по отношению к координате  $z$ . Это означает в частности, что в процессе движения дислокация не может генерировать петли типа источника Франка–Рида. Таким образом, плотность заряда  $\rho(\mathbf{r}, t)$  на краю экстраплоскости искривленной дислокации (в ядре) может быть представлена в виде

$$\rho(\mathbf{r}, t) = e^* \delta(y) F(x) \delta(x - x_0(z, t)) \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{\delta(z - 2ma) - \delta[z - (2m + 1)a]\}. \quad (1)$$

Здесь  $e^*$  — эффективный заряд узла на краю экстраплоскости,  $2a$  — расстояние между ионами одного знака вдоль оси  $z$  (положительные заряды расположены в позициях  $z = 2ma$ , отрицательные — в позициях  $z = (2m + 1)a$ ), а функция  $F(x)$  имеет период  $2b$  в направлении движения дислокации ( $b$  — расстояние между соседними минимумами рельефа Пайерлса в направлении оси  $Ox$ ,  $|F(x)| \leq 1$ ). Сомножитель  $F(x)$  учитывает эффективную "перезарядку" узла, расположенного на линии дислокации при перемещении его в соседнюю долину рельефа Пайерлса [14]. Обратим внимание на то, что в отличие от прямолинейной дислокации [14], знак эффективного заряда на узле, через который проходит линия искривленного дислокационного сегмента, как видно из формулы (1), зависит от значений двух координат —  $x_0$  и  $z$ .

Очевидно, что эволюция заряда в ядре искривленной дислокации должна удовлетворять уравнению непрерывности

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2)$$

где  $\mathbf{j}$  — эффективная плотность тока в ядре дислокации. Продифференцировав (1) по времени, преобразуем его к виду

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -ae^* \delta(y) \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[ F(x) \frac{\partial}{\partial x} \delta(x - x_0(z, t)) V(z, t) \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(z - 2ma) \right] - F(x) \frac{\partial}{\partial z} \times \left[ V(z, t) \frac{\partial}{\partial x} \delta(x - x_0(z, t)) \right] \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(z - 2ma) \right\}. \quad (3)$$

Здесь использовано приближенное соотношение

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} [\delta(z - 2ma) - \delta[z - (2m + 1)a]] \simeq a \frac{\partial}{\partial z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(z - 2ma),$$

которое учитывает то обстоятельство, что в дальнейшем нас будут интересовать лишь микроскопические

величины, медленно меняющиеся на расстояниях порядка межатомных. Это соответствует обычной процедуре усреднения микроточек, принятой в электродинамике сплошных сред [15]. Сравнивая (3) с (2), можно видеть, что комбинация, входящая под знак полной производной по  $z$  в (3), представляет собой компоненту  $j_z$  плотности тока

$$j_z(\mathbf{r}, t) = \frac{e^*}{2} \delta(y) F(x) V(z, t) \frac{\partial}{\partial x} \delta(x - x_0(z, t)), \quad (4)$$

где  $V(z, t) = \partial x_0(z, t) / \partial t$  — распределение скоростей смещения точек дислокационного сегмента. Оставшуюся часть выражения (3) естественно ассоциировать с  $\partial j_x / \partial x$ . Производя в ней интегрирование по  $x$ , находим

$$j_x(\mathbf{r}, t) = -\frac{e^*}{2} \delta(y) \times \int_{-\infty}^{x_0(z, t)} dx' F(x') \frac{\partial}{\partial z} \left[ V(z, t) \frac{\partial}{\partial x'} \delta(x' - x_0(z, t)) \right] = -\frac{e^*}{2} \delta(y) \frac{\partial}{\partial z} \left[ V(z, t) \frac{\partial}{\partial x_0} F(x_0(z, t)) \Theta(x_0(z, t) - x) \right]. \quad (5)$$

При записи (4) и (5) произведено очевидное усреднение соответствующих слагаемых выражения (3) по координате  $x$ .

Теперь не представляет труда вычислить необходимые в дальнейшем компоненты вектора дипольного момента  $\mathbf{d}(t)$  дислокационного сегмента, который обычным образом [16] связан с плотностью тока  $\mathbf{j}$

$$\frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t} = \int \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) dV. \quad (6)$$

Для компоненты дипольного момента получаем с учетом (4), (6)

$$\frac{\partial d_z}{\partial t} = \frac{e^*}{2} \int dz' V(z', t) \frac{\partial}{\partial x_0} F(x_0(z', t)) = \frac{e^*}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int F(x_0(z', t)) dz'. \quad (7)$$

При вычислении  $dx$  после очевидного интегрирования (5) по  $y$  и  $z$  получаем

$$d_x = \frac{e^*}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left[ V(z_1, t) \frac{\partial}{\partial x_0} F(x_0(z_1, t)) \Theta(x_0(z_1, t) - x) - V(z_2, t) \frac{\partial}{\partial x_0} F(x_0(z_2, t)) \Theta(x_0(z_2, t) - x) \right], \quad (8)$$

здесь  $z = z_{1,2}$  — координаты концов дислокаций, формально можно полагать  $|z_{1,2}| \rightarrow \infty$ . Для вычисления интеграла (8) заметим, что движение искривленной дислокации можно рассматривать как суперпозицию смещений точек дислокации  $u(z, t)$  в некоторой "сопутствующей" системе отсчета и перемещение  $X(t)$  сопутствующей системы в пространстве,  $x_0(z, t) = X(t) + u(z, t)$ .

Другими словами, движение дислокации можно рассматривать как перемещение в среднем прямолинейной дислокации, на которое накладываются колебания точек дислокации  $u(z, t)$  относительно оси  $oX(t)$  сопутствующей системы координат. Выбор положения оси  $oX$  сопутствующей системы может быть определен, например, условием

$$\int_{z_1}^{z_2} u(z, t) dz = 0.$$

Не будем обсуждать здесь вопрос о том, является ли такой способ определения сопутствующей системы единственно возможным. Для наших целей достаточно того, что такая система в принципе существует. Ввиду наличия  $\delta$ -функции в подынтегральном выражении (8) область интегрирования в этом выражении фактически ограничена сверху значением  $x = X(t) + u(z, t)$ . При этом интеграл по промежутку  $-\infty < x < X(t)$  обращается в нуль, если принять, что при  $|z_{1,2}| \rightarrow \infty$  имеем  $V(z_1, t) = V(z_2, t) = dX/dt$  и концы дислокации одновременно находятся в долинах рельефа Пайерлса, т. е.  $F[x_0(z_1, t)] = F[x_0(z_2, t)]$ . В этом случае

$$d_x = -\frac{e^*}{2} u(z, t) [V(z_1, t) - V(z_2, t)] \frac{\partial}{\partial x_0} F(x_0(z_1, t)). \quad (9)$$

Наконец, в случае когда концы сегмента неподвижно закреплены на стопорах,  $V(z_1, t) = V(z_2, t) = 0$  и компонента дипольного момента  $d_x$  обращается в нуль. Именно такой случай будет рассмотрен далее.

## 2. Электромагнитная эмиссия дислокационного сегмента

В этом разделе получены формулы, описывающие электромагнитные поля, создаваемые в кристалле отдельным дислокационным сегментом с начальной длиной  $l$ , закрепленным в точках  $z = \pm l/2$ , лежащих на оси  $Oz$ . Будем считать по-прежнему, что скольжение дислокации происходит в плоскости  $y = 0$ . Для сегмента с закрепленными концами, как видно из (5), компонента плотности тока  $j_x$  обращается в нуль, так что эволюция полей излучения обусловлена только  $z$ -компонентой дипольного момента  $d_z(t)$ .

Поля излучения сегмента удобно выписать в сферических координатах  $r, \theta, \varphi$ , где азимутальный угол  $\theta$  отсчитывается от оси  $Oz$  декартовой системы координат. Интересующие нас формулы для напряженностей  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  электрического и магнитного полей элементарного диполя в волновой зоне приведены в [17]. Спектральные компоненты (Фурье-трансформанты по времени) полей излучения  $\mathbf{E}^\omega(r, \theta, \varphi) = (0, E_\theta^\omega(r, \theta, \varphi), 0)$  и  $\mathbf{H}^\omega(r, \theta, \varphi) = (0, 0, H_\varphi^\omega(r, \theta, \varphi))$  имеют вид

$$E_\theta^\omega(r, \theta, \varphi) = H_\varphi^\omega(r, \theta, \varphi) = \frac{\omega^2}{c^2 r} d_z^\omega \sin \theta \exp\left(i \frac{\omega r}{c}\right). \quad (10)$$

Введенные в (10) спектральные компоненты  $E_\theta^\omega, H_\varphi^\omega$  и  $d_z^\omega$  определены обычным образом, например

$$d_z^\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} dt d_z(t) \exp(-i\omega t)$$

(аналогично определяются спектральные компоненты всех остальных функций времени).

Таким образом, проблема вычисления спектральных компонент дипольного момента сводится к вычислению интеграла (7) при возможно более общих предположениях о виде функции  $u(z, t)$  определяющих смещения точек дислокационного сегмента. Ясно, что вдали от точек закрепления смещения  $u$  могут достигать заметной величины  $\sim L$ . Во всяком случае очевидно, что для макроскопических сегментов ( $c_l > 10^{-6}$  см) практически для всех точек сегмента (за исключением малых окрестностей точек закрепления) имеет место неравенство  $|u(z, t)| \gg b$ . Это позволяет произвести оценку интеграла (7) по большому параметру  $|u(z, t)|/b \gg 1$ . Для упрощения дальнейших расчетов примем, как это сделано ранее в [13], что  $F(x) = -\cos(\pi x/b)$  и запишем  $d_z$  в виде

$$d_z = \frac{e^*}{2} \int_{-l/2}^{l/2} \cos\left(\frac{\pi}{b} u(z, t) dx\right). \quad (11)$$

Интеграл (11) содержит в аргументе косинуса большой параметр  $u(z, t)/b$  и может быть оценен методом стационарной фазы [18]. В результате получаем

$$d_z(t) = -e^* \left(\frac{b}{2l}\right)^{1/2} \times \sum_{\alpha} \frac{1}{\sqrt{u''_{zz}(z_{\alpha}, t)}} \cos\left(\frac{\pi}{b} u(z_{\alpha}, t) + \frac{\pi}{4}\right), \quad (12)$$

где  $z_{\alpha}$  — набор стационарных точек, определяемых условием  $u'_z = 0$  (здесь и далее производные функции  $u(z, t)$  будем обозначать штрихами, отмечая нижними индексами переменные, по которым производится дифференцирование). Таким образом, основной вклад в излучение вносят горизонтальные ( $u' = 0$ ) и слабо искривленные ( $u'' \rightarrow 0$ ) участки колеблющегося сегмента.

Для получения более определенного результата рассчитаем движение сегмента, воспользовавшись струнной моделью дислокации [19]. В этом приближении уравнение движения сегмента имеет вид

$$\rho_D u''_{tt} + B u'_t - G u''_{zz} = -b\sigma(z, t). \quad (13)$$

Здесь  $\rho_D = (\rho b^2/4\pi) \ln(l/b)$  и  $G = (\mu b^2/4\pi) \ln(l/b)$  — соответственно масса единицы длины и линейное натяжение дислокации,  $\rho$  — плотность, а  $\mu$  — модуль сдвига среды,  $B$  — коэффициент дислокационного трения,  $\sigma$  — внешнее напряжение. К уравнению (13) должны быть добавлены граничные условия на концах сегмента:

$u(\pm l/2, t) = 0$ , а также начальные условия, в качестве которых удобно будет выбрать  $u(z, 0) = 0$  и  $u'_t(z, 0) = 0$ .

Решение граничной задачи (13), записанное, как обычно, в виде ряда, мало пригодно для получения интересующих нас результатов в обозримом виде. Интересуясь прежде всего построением определенных качественных зависимостей, рассмотрим ситуацию, когда сегмент либо приводится в движение квазиоднородным (в масштабах порядка размеров сегмента) внешним полем, либо испытывает термофлуктуационные перемещения при низких температурах, когда вклад высших гармоник в конфигурацию дислокационной струны пренебрежимо мал. В этих приближениях закон движения дислокационного сегмента, необходимый для вычисления дипольного момента, может быть построен в рамках следующей схемы.

Построим приближенное решение уравнения (13), воспользовавшись прямой вариационной процедурой. Действие для дислокационной струны может быть записано в виде

$$S = \int dt \int_{-l/2}^{l/2} dz \mathcal{L}(u, u'_t, u'_z, t), \quad (14)$$

где  $\mathcal{L}$  — плотность лагранжиана, равная

$$\mathcal{L}(u, u'_t, u'_z, t) = \frac{\rho_D}{2} (u'_t)^2 - \frac{G}{2} (u'_z)^2 - bu\sigma(z, t). \quad (15)$$

Уравнение Эйлера, соответствующее данной вариационной задаче при наличии сил трения, есть

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u'_t} \right] + \frac{d}{dz} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u'_z} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} = - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u}. \quad (16)$$

Член в правой части (16) описывает силы трения, выраженные через диссипативную функцию

$$F = \int dt \int_{-l/2}^{l/2} dz \mathcal{F}(u'_t, z, t) \quad (17)$$

с плотностью

$$\mathcal{F} = \frac{B}{2} (u'_t)^2. \quad (18)$$

Легко убедиться, что сформулированная вариационная задача эквивалентна уравнению (13).

Примем во внимание, что в большинстве практически важных случаев внешнее поле напряжений, возбуждающее колебания сегмента, можно считать однородным в областях с размерами  $\sim l$ . В этом случае форма сегмента в каждый момент времени близка к параболической. В самом деле, в однородном статическом поле  $\sigma = \text{const}$  форма сегмента определяется из уравнения

$$Gu''_{zz} = -b\sigma,$$

решением которого при нулевых граничных условиях на концах (при  $z = \pm l/2$ ) будет функция

$$u(z) = \frac{\sigma bl^2}{2G} \gamma(z), \quad \gamma(z) = \left( \frac{1}{4} - \frac{z^2}{l^2} \right). \quad (19)$$

Очевидно, что в квазистационарном внешнем упругом поле колеблющийся сегмент имеет форму, близкую к (19), но величина прогиба будет изменяться со временем в силу временной зависимости напряжения  $\sigma$ .

Таким образом, для приближенного описания конфигурации сегмента, движущегося под действием переменной внешней нагрузки  $\sigma(z, t)$ , в любой момент времени мы будем решать прямую вариационную задачу на семействе пробных функций вида

$$u(z, t) = U(t)\gamma(z). \quad (20)$$

Подставляя (20) в (14) и производя интегрирование по координате  $z$ , найдем "усредненную" функцию Лагранжа

$$\begin{aligned} \ell(U'_t, U, t) &= \int_{-l/2}^{l/2} dz \mathcal{L}(u, u'_t, u'_z, t) \\ &= \frac{l}{6} \left\{ \frac{\rho_D}{10} (U'_t)^2 - \frac{G}{l^2} U^2(t) - b\bar{\sigma}(t)U(t) \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь введено обозначение

$$\bar{\sigma}(t) = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} dz \sigma(z, t).$$

После варьирования действия  $S = \int dt \ell(U'_t, U, t)$  по  $U$  приходим к уравнению

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = f(t), \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= (B/2\rho_D), \quad \omega_0^2 = (10G/\rho_D l^2), \\ f(t) &= (5b\bar{\sigma}(t)/\rho_D). \end{aligned}$$

Таким образом, задача о движении сегмента сведена к уравнению движения эффективного гармонического осциллятора под действием переменной внешней силы.

Решение уравнения (22) может быть выписано для произвольной правой части  $f(t)$ , после чего, подставляя (20) в (11) и производя интегрирование по координате  $z$ , получаем дипольный момент в виде

$$\begin{aligned} d_z(t) &= -e^* l \left( \frac{\pi}{8s(t)} \right)^{1/2} \\ &\times \left[ \cos(s(t))C(s(t)) + \sin(s(t))S(s(t)) \right], \end{aligned} \quad (23)$$

где  $s(t) = \pi U(t)/4b$ , а  $C(s)$  и  $S(s)$  — интегралы Френеля [20]. С использованием (23) обычным образом [16] выписываются поля излучения в дипольном приближении.

Здесь более подробно рассмотрим тот важный частный случай движения сегмента, когда он совершает гармонические колебания под действием синусоидального внешнего напряжения частоты  $\Omega$ ,

$$\bar{\sigma}(t) = \sigma_0 \cos(\Omega t + \delta).$$

Решение уравнения (22) в этом случае удобно представить в виде

$$U(t) = A \cos(\Omega t + \Delta). \quad (24)$$

Здесь

$$A = \frac{5b\sigma_0}{\rho_D} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}},$$

$$\Delta = \delta + \delta', \quad \operatorname{tg} \delta' = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Дипольный момент сегмента, совершающего гармонические колебания, может быть получен из (23) с учетом (24). Для этого случая представляет интерес также получение формул, описывающих спектральный состав излучения. Именно, представим дипольный момент в виде ряда Фурье

$$d_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n \exp(in\Omega t). \quad (25)$$

Фурье-амплитуды  $d_n$  гармоник дипольного момента с частотами  $\omega_n = n\Omega$  равны

$$d_n = \frac{e^*}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\tau \int_0^{l/2} dz \exp(-in\tau) \cos \left[ \frac{\pi A}{b} \gamma(z) \cos(\tau + \Delta) \right]$$

$$= \frac{e^*}{2} \exp \left[ -in \left( \Delta - \frac{\pi}{2} \right) \right] \int_0^{l/2} dz [J_n(p(z)) + J_n(-p(z))], \quad (26)$$

где

$$p(z) = \frac{\pi A}{b} \gamma(z),$$

а  $J_n(x)$  — функция Бесселя первого рода  $n$ -го порядка [20]. В результате находим, что отличными от нуля в рассматриваемом случае оказываются только амплитуды четных гармоник

$$d_{2n} = -e^* \exp \left[ -2in \left( \Delta - \frac{\pi}{2} \right) \right] \int_0^{l/2} J_{2n}(p(z)) dz$$

$$= \frac{\pi e^* l}{2\sqrt{2}} \exp \left[ -2in \left( \Delta - \frac{\pi}{2} \right) \right] J_{n+\frac{1}{2}} \left( \frac{\alpha}{2} \right) J_{n-\frac{1}{2}} \left( \frac{\alpha}{2} \right),$$

$$\alpha = \frac{\pi A}{4b}, \quad (27)$$

а  $d_{2n-1} = 0$  (интеграл, входящий в (27), преобразуется с использованием известных представлений [21]).

Типичная ситуация с колебаниями дислокационных сегментов, очевидно, такова, что амплитуда этих колебаний велика по сравнению с вектором Бюргерса, т.е.  $\alpha \gg 1$ . Учет этого обстоятельства позволил бы несколько упростить выражения для полей электромагнитного излучения путем вычисления соответствующих асимптотик при  $\alpha \rightarrow \infty$ . Такую процедуру однако

нельзя выполнить непосредственно в (27), поскольку Фурье-амплитуды  $d_{2n}$  входят в бесконечные суммы, а вид асимптотик содержащихся в них функций Бесселя произвольного индекса [20] существенно зависит от соотношений между величинами индекса и аргумента. Таким образом, для получения формул, описывающих пространственно-временную форму полей излучения, необходимо подставить (27) в (10) и выполнить точное суммирование по гармоникам  $\omega_n = n\Omega$ . В результате находим

$$E_\theta(r, \theta, \varphi) = -\frac{\pi e^*}{\sqrt{2}c^2 r} \sin \theta \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{n+\frac{1}{2}} \left( \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\times J_{n-\frac{1}{2}} \left( \frac{\alpha}{2} \right) \cos 2n\tau = -\frac{\sqrt{\pi} e^* l}{\sqrt{2} \alpha c^2 r} \sin \theta \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

$$\times \frac{\cos(\alpha \cos \tau) C(\alpha \cos \tau) + \sin(\alpha \cos \tau) S(\alpha \cos \tau)}{\sqrt{\cos \tau}}, \quad (28)$$

где

$$\tau = \Omega \left( t - \frac{r}{c} \right) - \Delta.$$

Выражение (29) для полей электромагнитного излучения остается конечным, в частности, при  $\cos \tau \rightarrow 0$ , поскольку в этом случае стремятся к нулю также и значения интегралов Френеля [20].

В асимптотическом пределе  $\alpha \rightarrow \infty$  выражение (28) может быть упрощено только за счет удержания старших по параметру  $\alpha$  слагаемых после дифференцирования по времени; интегралы Френеля  $C(\alpha \cos \tau)$  и  $S(\alpha \cos \tau)$  не могут быть заменены соответствующими асимптотиками, поскольку их аргументы не обязательно велики (вследствие произвольности значения  $\cos \tau$ ). Таким образом, при  $\alpha \gg 1$

$$E_\theta(r, \theta, \varphi) \simeq \frac{\sqrt{\pi} e^* l \alpha^{3/2} \Omega^2 \sin \theta}{\sqrt{2} c^2 r} \frac{\sin^2 r}{\sqrt{\cos \tau}}$$

$$\times \left[ \cos(\alpha \cos \tau) C(\alpha \cos \tau) + \sin(\alpha \cos \tau) S(\alpha \cos \tau) \right]. \quad (30)$$

Отметим также, что полученные в результате достаточно сложных вычислений формулы (29), (30) по своей структуре весьма близки к представленному выше результату (23).

Амплитудное значение напряженности электрической компоненты поля излучения получается из (30) при  $\cos \tau = 0$

$$E_\theta \sim \frac{e^* l \Omega^2}{\sqrt{2} c^2 r} \left( \frac{\pi A}{4b} \right)^2 \sin \theta. \quad (31)$$

Приведем оценки напряженности полей излучения системы дислокационных сегментов в некотором типичном случае. Для отдельного сегмента длиной  $l \sim 10^4 b \sim 10^{-4}$  см, колеблющегося с амплитудой  $A \sim 10^2 b$  и частотой  $\Omega \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$  (накачка в килогерцевом диапазоне частот,  $\Omega \ll \Omega_0$ ), находим  $E \sim 10^{-17}$  В/м на расстояниях  $r \sim 1$  см. При умеренной плотности дислокаций в кристалле ( $\sim 10^8 \text{ cm}^{-2}$ ) в образце

с объемом  $1 \text{ cm}^3$  содержится  $\sim 10^{12}$  дислокационных сегментов, и полная напряженность поля излучения сегментов равна  $E \sim 10 \mu\text{V/m}$ , что вполне доступно для регистрации с помощью аппаратуры стандартного среднего класса (с чувствительностью  $\sim 1 \mu\text{V/m}$ ). Кроме того, очевидно, что амплитуда электромагнитной эмиссии резко ( $\sim \Omega^2$ ) возрастает с увеличением частоты накачки. Таким образом, очевидно, что рассматриваемые эффекты представляют собой явление, непосредственно доступное для экспериментального наблюдения.

Спектральная интенсивность излучения (интенсивность излучения на  $2n$ -й гармонике) равна

$$dI_{2n} = \frac{4n^4 \Omega^4 |d_{2n}|^2}{\pi c^3} \sin^3 \theta d\theta d\varphi. \quad (32)$$

Полная интенсивность (мощность) излучения сегмента получается из (28) интегрированием по углам и суммированием по частотам

$$I = \frac{4\pi^2 e^{*2} l^2 \Omega^4}{3c^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^4 J_{n+\frac{1}{4}}^2 \left(\frac{\alpha}{2}\right) J_{n-\frac{1}{4}}^2 \left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad (33)$$

В случае  $\alpha \gg 1$  справедлива оценка

$$I \sim \frac{2e^{*2} l^2}{3c^3} \Omega^4 \left(\frac{\pi A}{4b}\right)^4. \quad (34)$$

Подставляя в формулу (34) значения входящих в нее величин, использованные выше при оценке амплитуды излучения, находим  $I \sim 10^{-25} \text{ erg/s}$ .

Наконец, найдем коэффициент "акустоэлектромагнитного преобразования" как отношение мощности электромагнитного излучения дислокаций к механической мощности, необходимой для приведения сегментов в движение ( $\sigma_0/\mu \sim 10^{-5}$ )

$$\eta \simeq \frac{2\pi e^{*2} \Omega^3}{15 c^3 \sigma_0 l} \left(\frac{l}{b}\right)^2 \sim 10^{-31}. \quad (35)$$

Как видно, лишь ничтожная доля механической мощности, затрачиваемой на деформацию кристалла, преобразуется в энергию электромагнитного излучения дислокаций, однако, как видно из приведенных выше результатов, напряженности электромагнитных полей, генерируемых дислокациями, оказываются все же вполне достаточными для экспериментальной регистрации обсуждаемых эффектов.

### 3. Обсуждение результатов

Результаты, полученные в настоящей работе, показывают, что любые перемещения дислокаций в ионных кристаллах должны сопровождаться электромагнитной эмиссией, интенсивность которой может быть достаточно велика даже при умеренной ( $\sim 10^8 \text{ cm}^{-2}$ ) плотности дислокаций в образце. Обсуждаемый в работе механизм излучения связан с наличием переменных макротоков

поляризации в ядре движущейся дислокации и не предполагает наличия на ее линии каких-либо статических зарядов типа заряженных ступеней [11,12]. Таким образом предложенный механизм может быть реализован в любом непьезоэлектрическом ионном кристалле, дислокации в котором имеют краевые компоненты. В принципе электромагнитной эмиссией сопровождается любое движение дислокационных сегментов, в частности, термические флуктуации дислокационных линий, и, как показывают сделанные в работе оценки, такая эмиссия может быть зарегистрирована в должным образом поставленном эксперименте. Коэффициент преобразования механической энергии дислокаций в электромагнитное излучение ничтожно мал, однако интенсивность электромагнитной эмиссии быстро растет с увеличением частоты и амплитуды колебаний дислокационных сегментов.

Наиболее рациональный способ обнаружения электромагнитной эмиссии дислокаций в ионных кристаллах должен включать в себя одновременное и согласованное возбуждение большого числа дислокационных сегментов для получения электромагнитного сигнала достаточной амплитуды. Такое возбуждение может быть достигнуто при приложении к кристаллу знакопеременного внешнего напряжения с известной частотой (как это делается, например, в опытах по внутреннему трению). При этом появляется также возможность исследования амплитуды, интенсивности и спектрального состава электромагнитного излучения в зависимости от частоты и амплитуды механической накачки. Экспериментальная проверка предсказываемых зависимостей интенсивности излучения (33) от частоты и амплитуды внешней накачки представляет существенный интерес в плане проверки адекватности предлагаемых дислокационных моделей электромагнитной эмиссии деформируемых кристаллов. Здесь следует еще раз подчеркнуть, что проблема электромагнитной эмиссии твердых тел достаточно широко обсуждается в связи с разнообразными приложениями в материаловедении и геофизике, но реальная разработка физических аспектов связанных с ней явлений находится в настоящее время по существу в зачаточном состоянии (как в плане экспериментальных исследований, так и в плане адекватного теоретического описания механизмов электромагнитной эмиссии деформируемых твердых тел). Настоящей работой продолжен цикл исследований, направленных на решение указанных выше интересных и важных физических проблем.

### Список литературы

- [1] В.И. Альшиц, Е.В. Даринская, О.Л. Казакова. ФТТ **40**, 1, 81 (1998).
- [2] Ю.И. Головин, Р.Б. Миронов. ФТТ **37**, 7, 2118 (1995).
- [3] В.И. Альшиц, Е.В. Даринская, И.В. Гектина, Ф.Ф. Лаврентьев. Кристаллография **35**, 4, 1014 (1990).
- [4] М.И. Молоцкий. ФТТ **33**, 10, 3112 (1991).
- [5] Ю.И. Головин, А.А. Шибков. ФТТ **28**, 11, 3492 (1986).
- [6] Ю.И. Головин, А.В. Горбунов, А.А. Шибков. ФТТ **30**, 7, 1931 (1988).

- [7] В. Новацкий. Электромагнитные эффекты в твердых телах. Мир, М.(1986). 157 с.
- [8] М.Б. Гохберг, В.А. Моргунов, О.А. Похотелов. Сейсмoeлектромагнитные явления. Наука, М. (1988). 174 с.
- [9] А.И. Гончаров, В.П. Корявов, В.М. Кузнецов, В.Я. Либин, Л.Д. Лившиц, А.А. Семерчан, А.Г. Фомичев. ДАН СССР **225**, 4, 821 (1980).
- [10] Ю.П. Малышков, В.Ф. Гордеев, В.П. Дмитриев, В.А. Смирнов, Т.В. Фурса, В.И. Ульченко. ЖТФ **54**, 2, 336 (1980).
- [11] R.W. Whitworth. Adv. Phys. **24**, 203 (1975).
- [12] R.W. Whitworth. Phil. Mag. **11**, 109, 83 (1965).
- [13] А.М. Косевич, И.Г. Маргвелашвили. Украинский физ. журн. **12**, 12, 2007 (1967).
- [14] К.А. Чишко, О.В. Чаркина. ФТТ **38**, 9, 2775 (1996).
- [15] Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. Электродинамика сплошных сред. ГИФМЛ, М. (1959). 532 с.
- [16] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория поля. Наука, М. (1965). 504 с.
- [17] И.Е. Тамм. Основы теории электричества. ГИТТЛ, М. (1954). 620 с.
- [18] А. Эрдейи. Асимптотические разложения. ГИФМЛ, М. (1962). 127 с.
- [19] A. Granato, K. Lücke. J. Appl. Phys. **27**, 2, 583 (1956).
- [20] Е. Янке, Ф. Эмде, Ф.Леш. Специальные функции. Наука, М. (1968). 344 с.
- [21] А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. Интегралы и ряды. Специальные функции. Наука, М. (1983). 750 с.