

## ”Инверсионные спутники” уединенного осциллирующего вихря Пирл в тонкой пленке магнитного сверхпроводника

© А.И. Ломтев

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины,  
83114 Донецк, Украина

E-mail: lomtev@kinetic.ac.donetsk.ua

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 9 апреля 2001 г.)

Выведено уравнение электродинамики для магнитного поля движущегося по произвольному закону изолированного вихря Пирл в ультратонкой пленке магнитного сверхпроводника, справедливое при любом типе магнитного упорядочения в магнитной подсистеме. Исследована магнитная структура уединенного осциллирующего вихря Пирл в тонкой пленке магнитного сверхпроводника. Показано, что процесс осцилляций и магнитная подсистема существенно перенормируют поле вихря по сравнению с пирловским решением. Предсказаны новые явления ”инверсионных спутников” — ”инверсионного предвестника” впереди и ”инверсионного следа” позади вихря на расстояниях порядка  $10\lambda_{\text{eff}}$  от его центра, — которые можно реально наблюдать в магнитооптических экспериментах.

1. Известно большое число магнитных сверхпроводников, проявляющих неожиданные и нетривиальные свойства [1–3]. Установлено сосуществование сверхпроводимости и магнетизма в тройных соединениях [4], в ВТСП соединениях типа  $REBaCuO$ ,  $RECuO$  и других ( $RE$  — редкоземельный ион). Достаточно сильная антиферромагнитная корреляция спинов меди в  $CuO_2$ -плоскостях в сверхпроводящем состоянии является одной из важнейших черт ВТСП-материалов [5].

В объемные магнитные сверхпроводники второго рода внешнее магнитное поле проникает в виде вихрей Абрикосова [6] и индуцирует при этом намагничивание магнитной подсистемы на расстоянии порядка лондонской глубины проникновения  $\lambda$  вокруг нормального кора вихря. Постоянный или переменный во времени транспортный ток достаточно большой силы, пропускаемый через сверхпроводник, находящийся в разряженном смешанном состоянии, подавляя явление ”пиннинга”, вынуждает систему вихрей или почти изолированные вихри Абрикосова совершать равномерное движение либо осциллировать [7]. Поле СВЧ излучения большой мощности может также приводить к гармоническим колебаниям совокупности абрикосовских вихрей или уединенного вихря.

В [8] исследована магнитная структура медленно и равномерно движущегося изолированного вихря Абрикосова в объемном магнитном сверхпроводнике, толщина которого вдоль магнитного поля  $d \gg \lambda$ , и впервые предсказано явление ”инверсионного следа” на больших расстояниях (порядка  $10\lambda$ ) позади него. В [9] впервые предсказаны явления ”инверсионного предвестника” впереди и ”инверсионного следа” позади уединенного осциллирующего вихря Абрикосова в объемном магнитном сверхпроводнике, которые удалены от его центра на расстояния порядка  $10\lambda$ .

Движение вихрей, как это было впервые отмечено в работе [10], есть результат действия на них силы Лоренца со стороны сверхтекучей компоненты тока. В сильно

разряженном смешанном состоянии плотность вихрей мала, а расстояние между ними  $d_0 \gg \lambda$ . В этом случае нет транспортного тока в объеме сверхпроводника (из-за эффекта Мейсснера) и весь ток течет только в скин-слоях вблизи поверхностей границ раздела. Именно в этих скин-слоях и происходит действие силы Лоренца на вихрь. Из-за неразрывности вихревой нити в толще сверхпроводника вдали от его граничных поверхностей по оси  $OZ$  вихрь будет совершать равномерное движение или гармонические колебания, и задачи о таких движениях уже можно рассматривать как двумерные.

В связи с этим полученные в [8,9] решения двумерных задач справедливы и все их свойства будут выполняться лишь в толще сверхпроводника, а именно в областях, удаленных на расстояния  $L_0 \gg \lambda$  от границ раздела, где система приближенно может рассматриваться как двумерная. При приближении к границам раздела сверхпроводника с вакуумом эти решения будут трансформироваться; сохранятся ли явления ”инверсионных спутников” при строгом решении трехмерных задач — заранее не очевидно и требует дополнительного исследования. Очевидно другое: экспериментально очень сложно, если вообще возможно, наблюдать эффекты ”инверсионных спутников”, сопровождающих абрикосовский вихрь, в толще сверхпроводника. Этой проблемы, как будет ясно из дальнейшего, в случае тонкой сверхпроводящей пленки не возникает.

Отметим существенное отличие поведения распределения магнитного поля вихря Абрикосова со временем при равномерном движении [8] и при гармонических колебаниях [9]. В первом случае форма такого распределения с ”инверсионным следом” стационарна и не зависит от момента времени, тогда как во втором случае структура и ”инверсионного предвестника”, и ”инверсионного следа” нестационарна и существенно изменяет форму с течением времени за период колебаний.

В тонкие пленки магнитных сверхпроводников (толщиной  $d \ll \lambda$ ) внешнее магнитное поле проникает в виде

двумерных вихрей Пирл [11–13], индуцируя при этом намагниченность магнитной подсистемы на расстояниях порядка эффективной пирловской глубины проникновения магнитного поля в пленку  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda^2/d \gg \lambda$  вокруг нормального кора вихря. Достаточно сильный постоянный или гармонически изменяющийся во времени транспортный ток, пропускаемый через сверхпроводящую пленку, находящуюся в разряженном смешанном состоянии, вынуждает почти изолированные вихри Пирл двигаться с постоянной скоростью  $v$  либо осциллировать с переменной во времени скоростью  $v(t)$ . Известно, что скорость движения вихря пропорциональна транспортному току, который создает магнитное поле. Заметим, что вследствие линейности уравнений Максвелла (когда справедлив принцип суперпозиции) поправки к полному магнитному полю пирловского вихря, порождаемые магнитным полем транспортного тока и пропорциональные скорости вихря  $v$  или  $v(t)$ , не изменят полученных решений. Эти поправки в силу условий  $v/c \ll 1$  и  $v(t)/c \ll 1$  пренебрежимо малы даже по сравнению с величиной магнитного поля "инверсионных спутников" пирловского вихря и могут поэтому не учитываться.

В недавней работе [14] на основании выведенного уравнения для векторного потенциала  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  исследована магнитная структура равномерно движущегося изолированного двумерного вихря Пирл в тонкой пленке магнитного сверхпроводника. Показано, что процесс движения и магнитная подсистема существенно перенормируют поле вихря по сравнению с пирловским решением. Предсказано новое явление "инверсионного следа" позади движущегося вихря на расстоянии порядка  $10\lambda_{\text{eff}}$  от его центра, которое можно наблюдать в магнитооптических экспериментах.

Естественно, представляет интерес исследование формы магнитного поля вихря Пирл при ином, более сложном виде движения, отличном от медленного и равномерного перемещения. Анализ магнитной структуры уединенного пирловского вихря, совершающего гармонические колебания в тонкой пленке магнитного сверхпроводника, до сих пор не проводился. Поэтому актуально проведенное в настоящей работе исследование магнитной структуры осциллирующего изолированного вихря Пирл в ультратонкой пленке магнитного сверхпроводника, толщина которой вдоль магнитного поля  $d \ll \lambda$ . В рассматриваемой геометрии такое исследование сводится к исследованию свойств пирловского вихря в бесконечно тонкой двумерной плоскости, когда зависимостью всех физических характеристик вихря (поля, тока и т.д.) от поперечной к плоскости пластины координаты  $z$  можно пренебречь.

Будем предполагать, что рассматриваемая система двумерна не только по сверхпроводящим, но и по магнитным свойствам. Тогда магнитная проницаемость пленки представима в виде  $\mu(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = \mu(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}', t - t')\delta(z - z')$ , где векторы  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ,  $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ , а  $\delta(z)$  — дельта-функция Дирака.

Геометрия задачи такова: плоскость пленки совпадает с плоскостью  $XOY$ , а магнитное поле вихря параллельно оси  $OZ$ .

Будем предполагать электромагнитное (дипольное) взаимодействие электронов проводимости и спиновой подсистемы, пренебрегая при этом спин-спиновым взаимодействием, обусловленным обменом. Как обычно, в лондоновском приближении не учитывается структура кора вихря в соответствии с условием  $\lambda \gg \xi$  и тем более  $\lambda_{\text{eff}} \gg \xi$  ( $\xi$  — корреляционная длина). Рассматривая изолированные вихри в тонкой пленке, мы фактически предполагаем, что в сильно разряженном смешанном состоянии в интервале внешнего поля  $H_{c1} < B < H_{c2}$ , где  $H_{c1}$  и  $H_{c2}$  — нижнее и верхнее критические поля сверхпроводника, соответственно расстояние между ними  $d_0 \gg \lambda_{\text{eff}}$ . Тем не менее в силу выполнения условия  $d \ll \lambda$  транспортный ток течет по всей толщине пленки.

При кинематическом подходе, используемом здесь, считается, что уравнения динамики с учетом "пиннинга" и всех механизмов диссипации [7, 15] для вихря Пирл уже решены и выбран именно тот класс их решений, который отвечает гармоническим колебаниям изолированной вихревой нити.

Отметим, что в принципе важен также учет деформации вихря в смешанном состоянии сверхпроводника [16]. Однако в сильно разряженном смешанном состоянии, которое здесь рассматривается, эта деформация будет мала в меру малости концентрации вихрей и не повлияет на явления "инверсионных спутников" — "инверсионного предвестника" и "инверсионного следа" осциллирующего вихря Пирл.

2. Исходим, следуя [17–19], из системы уравнений Максвелла, в которой магнитная индукция  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  определяется незатухающим сверхпроводящим током  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ , вектором намагниченности  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  и током смещения

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= 4\pi c^{-1} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + 4\pi \text{rot } \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) + c^{-1} \partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) / \partial t, \\ \text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -c^{-1} \partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) / \partial t. \end{aligned} \quad (1)$$

Для простоты будем считать, что электрическая индукция  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  связана с напряженностью электрического поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  локальным материальным соотношением  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ , в котором диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_0$  — некоторая константа.

Током смещения в первом уравнении системы (1), как правило, пренебрегают. Но, как будет видно из дальнейшего, учет тока смещения приводит к дополнительной зависимости перенормировки магнитного поля вихря Пирл от функционального вида магнитной проницаемости системы.

Следствием уравнения Лондонов (при лондоновской калибровке потенциала  $\text{div } \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0$ ) является соотношение между током, векторным потенциалом и фазой параметра порядка  $\Theta(\mathbf{r}, t)$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \frac{c}{4\pi\lambda^2} [\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)], \quad (2)$$

где векторная функция  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t)$  определяется градиентом фазы параметра порядка

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) = \frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla \Theta(\boldsymbol{\rho}, t), \quad (3)$$

$\Phi_0$  — квант магнитного потока.

В свою очередь векторная функция  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t)$  удовлетворяет уравнению

$$\text{rot } \mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) = \hat{\mathbf{z}} \Phi_0 \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0(t)), \quad (4)$$

где  $\hat{\mathbf{z}}$  — орт (вдоль оси  $OZ$ ) поля вихря, находящегося в точке  $\boldsymbol{\rho}_0(t)$ .

При рассмотрении тонкой пленки магнитного сверхпроводника выражение (2) для плотности тока можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{I}(\boldsymbol{\rho}, t) \delta(z) = \mathbf{j}(\boldsymbol{\rho}, t) d\delta(z) \\ &= \frac{c}{4\pi\lambda_{\text{eff}}} [\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)] \delta(z). \end{aligned} \quad (5)$$

Из соотношений (1)–(5) получаем уравнение

$$\begin{aligned} \text{rot rot } \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \lambda_{\text{eff}}^{-1} \text{rot} \{ [\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)] \delta(z) \} \\ &\quad - \varepsilon_0 c^{-2} \partial^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) / \partial t^2, \end{aligned} \quad (6)$$

которое с учетом формулы  $\text{rot}(\varphi \mathbf{A}) = \varphi \text{rot } \mathbf{A} + \nabla \varphi \times \mathbf{A}$  и очевидного равенства  $\{ \nabla \delta(z) \times [\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}, t) - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)] \}_z = 0$  сводится к замкнутому специфическому уравнению для магнитного поля вихря Пирл, совершающего гармонические колебания около положения равновесия в тонкой пленке магнитного сверхпроводника

$$\begin{aligned} \text{rot rot } \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \lambda_{\text{eff}}^{-1} [\hat{\mathbf{z}} \Phi_0 \delta(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{a}_0 \sin \omega_0 t) \\ &\quad - \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] \delta(z) - \varepsilon_0 c^{-2} \partial^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) / \partial t^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь для осциллирующего вихря принята зависимость  $\boldsymbol{\rho}_0(t) = \mathbf{a}_0 \sin \omega_0 t$ , в которой  $\mathbf{a}_0$  и  $\omega_0$  — амплитуда и частота гармонических колебаний соответственно, а магнитная индукция связана с напряженностью магнитного поля интегральным материальным соотношением

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}, z, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} d\rho' \mu(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}', t - t') \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}', z, t'). \quad (8)$$

Заметим, что на классе полей  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{z}} H(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{z}} B(\mathbf{r}, t)$  не только  $\text{div } \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0$ , но и  $\text{div } \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0$ .

Преобразование Фурье по пространственным переменным из уравнения (7) для зависящей от времени Фурье-компоненты магнитного поля осциллирующего вихря Пирл получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} (q^2 + p^2) \mathbf{H}(\mathbf{q}, p, t) + \varepsilon_0 c^{-2} \partial^2 \mathbf{B}(\mathbf{q}, p, t) / \partial t^2 \\ + \lambda_{\text{eff}}^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{q}, t) = \hat{\mathbf{z}} \Phi_0 \lambda_{\text{eff}}^{-1} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{a}_0 \sin \omega_0 t), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$  — двумерный вектор,  $q = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$  — его модуль и

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} \mathbf{B}(\mathbf{q}, p, t). \quad (10)$$

Используя разложение экспоненты в ряды по функциям Бесселя целого порядка  $J_n(x)$  [20]

$$\begin{aligned} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{a}_0 \sin \omega_0 t) &= \cos(\mathbf{q}\mathbf{a}_0 \sin \omega_0 t) - i \sin(\mathbf{q}\mathbf{a}_0 \sin \omega_0 t) \\ &= J_0(\mathbf{q}\mathbf{a}_0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m}(\mathbf{q}\mathbf{a}_0) \cos(2m\omega_0 t) \\ &\quad - i2 \sum_{m=0}^{\infty} J_{2m+1}(\mathbf{q}\mathbf{a}_0) \sin[(2m+1)\omega_0 t], \end{aligned} \quad (11)$$

преобразованием Фурье по времени уравнение (9) с учетом связи (8) сводим к алгебраическому уравнению

$$\begin{aligned} [q^2 + p^2 - \varepsilon_0 \omega^2 c^{-2} \mu(\mathbf{q}, \omega)] \mathbf{H}(\mathbf{q}, p, \omega) \\ + \lambda_{\text{eff}}^{-1} \mu(\mathbf{q}, \omega) \mathbf{H}(\mathbf{q}, \omega) = \hat{\mathbf{z}} \Phi_0 \lambda_{\text{eff}}^{-1} I(\mathbf{q}, \omega) \end{aligned} \quad (12)$$

со следующим решением:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}, \omega) = \hat{\mathbf{z}} \Phi_0 \frac{I(\mathbf{q}, \omega)}{\mu(\mathbf{q}, \omega) + R(\mathbf{q}, \omega)}. \quad (13)$$

Здесь введены: спектральная функция  $I(\mathbf{q}, \omega)$

$$\begin{aligned} I(\mathbf{q}, \omega) &= 2\pi \left\{ J_0(\mathbf{q}\mathbf{a}_0) \delta(\omega) \right. \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m}(\mathbf{q}\mathbf{a}_0) [\delta(\omega + 2m\omega_0) + \delta(\omega - 2m\omega_0)] \\ &\quad - \sum_{m=0}^{\infty} J_{2m+1}(\mathbf{q}\mathbf{a}_0) [\delta(\omega + (2m+1)\omega_0) \\ &\quad \left. - \delta(\omega - (2m+1)\omega_0)] \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

функция дополнительной перенормировки  $R(\mathbf{q}, \omega)$

$$\begin{aligned} R(\mathbf{q}, \omega) &= R_1(\mathbf{q}, \omega) - iR_2(\mathbf{q}, \omega) \\ &= \lambda_{\text{eff}} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} [p^2 + q^2 - \varepsilon_0 \omega^2 c^{-2} \mu(\mathbf{q}, \omega)]^{-1} \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (15)$$

порождаемая током смещения, и определение

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} \mathbf{H}(\mathbf{q}, p, \omega). \quad (16)$$

Реальная и мнимая части функции дополнительной перенормировки (15) равны

$$R_1(\mathbf{q}, \omega) = 2\lambda_{\text{eff}}\{a(\mathbf{q}, \omega)/2 + [a^2(\mathbf{q}, \omega) + b^2(\mathbf{q}, \omega)]^{1/2}/2\}^{1/2},$$

$$R_2(\mathbf{q}, \omega) = 2 \text{sign}(\omega)\lambda_{\text{eff}}\{-a(\mathbf{q}, \omega)/2 + [a^2(\mathbf{q}, \omega) + b^2(\mathbf{q}, \omega)]^{1/2}/2\}^{1/2}. \quad (17)$$

Функции  $a(\mathbf{q}, \omega)$  и  $b(\mathbf{q}, \omega)$  связаны с реальной и мнимой частями магнитной проницаемости системы соотношениями

$$a(\mathbf{q}, \omega) = q^2 - \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \mu_1(\mathbf{q}, \omega),$$

$$b(\mathbf{q}, \omega) = \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \mu_2(\mathbf{q}, \omega). \quad (18)$$

3. Поскольку  $\lambda \gg a$  ( $a$  — постоянная кристаллической решетки), естественно использовать гидродинамическое описание магнитной подсистемы. Ограничиваясь парамагнитной областью температур, для магнитной проницаемости двумерной пленки имеем выражение [21]

$$\mu(\mathbf{q}, \omega) = \mu_1(\mathbf{q}, \omega) + i\mu_2(\mathbf{q}, \omega) = 1 + \frac{i4\pi\chi_0 D q^2}{\omega + iDq^2}, \quad (19)$$

где  $\chi_0$  — статическая магнитная восприимчивость, а коэффициент спиновой диффузии для двумерных гейзенберговских магнетиков равен [22]  $D = (1/3)(2\pi)^{1/2} \times Ja^2[s(s+1)]^{1/2}$  ( $J$  — параметр внутрислоевого обмена,  $s$  — спин).

Сверхпроводящие токи, строго говоря, экранируют длинноволновую часть обменного и электромагнитного взаимодействий, перенормируя параметры магнитной подсистемы [23]. Однако, рассматривая парамагнитную область температур и интересуясь лишь оценкой явлений по порядку величины, мы не будем учитывать это обстоятельство.

Введем безразмерные величины  $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{q}\lambda_{\text{eff}}$ ,  $\Omega = \omega\lambda_{\text{eff}}/v_0$ ,  $\Omega_0 = \omega_0\lambda_{\text{eff}}/v_0$ ,  $\tau = tv_0/\lambda_{\text{eff}}$ ,  $\eta = v_0/c$ , где характерная скорость  $v_0 = D/\lambda_{\text{eff}}$ .

Из соотношений (13)–(16) обратным Фурье-преобразованием по частоте находим зависимость от времени компоненты Фурье магнитного поля осциллирующего вихря Пирл

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\kappa}, \tau) = \mathbf{H}_0(\boldsymbol{\kappa}, \tau) + \mathbf{H}_1(\boldsymbol{\kappa}, \tau), \quad (20)$$

где

$$\mathbf{H}_0(\boldsymbol{\kappa}, \tau) = \hat{\mathbf{z}}\Phi_0 \frac{\exp(-i\kappa_x A_0 \sin \Omega_0 \tau)}{1 + 4\pi\chi_0 + 2\kappa}, \quad (21)$$

$$\mathbf{H}_1(\boldsymbol{\kappa}, \tau) = \mathbf{H}_{1\text{Re}}(\boldsymbol{\kappa}, \tau) - i\mathbf{H}_{1\text{Im}}(\boldsymbol{\kappa}, \tau), \quad (22)$$

$$\mathbf{H}_{1\text{Re}}(\boldsymbol{\kappa}, \tau) = 2\hat{\mathbf{z}}\Phi_0 \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m}(\kappa_x A_0) \times \left[ \frac{F_1(\boldsymbol{\kappa}, \tau, m)}{F_2(\boldsymbol{\kappa}, m)} - \frac{\cos(2m\Omega_0 \tau)}{1 + 4\pi\chi_0 + 2\kappa} \right], \quad (23)$$

$$\mathbf{H}_{1\text{Im}}(\boldsymbol{\kappa}, \tau) = 2\hat{\mathbf{z}}\Phi_0 \sum_{m=0}^{\infty} J_{2m+1}(\kappa_x A_0) \times \left[ \frac{F_3(\boldsymbol{\kappa}, \tau, m)}{F_4(\boldsymbol{\kappa}, m)} - \frac{\sin((2m+1)\Omega_0 \tau)}{1 + 4\pi\chi_0 + 2\kappa} \right]. \quad (24)$$

Здесь за направление осцилляций принята ось  $Ox$ ,  $A_0 = a_0/\lambda_{\text{eff}}$  — безразмерная амплитуда, а функции  $F_1, F_2, F_3, F_4$  имеют следующий вид:

$$F_1(\boldsymbol{\kappa}, \tau, m) = [\mu_1(\boldsymbol{\kappa}, 2m\Omega_0) + R_1(\boldsymbol{\kappa}, 2m\Omega_0)] \cos(2m\Omega_0 \tau) - [\mu_2(\boldsymbol{\kappa}, 2m\Omega_0) - R_2(\boldsymbol{\kappa}, 2m\Omega_0)] \sin(2m\Omega_0 \tau),$$

$$F_2(\boldsymbol{\kappa}, m) = [\mu_1(\boldsymbol{\kappa}, 2m\Omega_0) + R_1(\boldsymbol{\kappa}, 2m\Omega_0)]^2 + [\mu_2(\boldsymbol{\kappa}, 2m\Omega_0) - R_2(\boldsymbol{\kappa}, 2m\Omega_0)]^2,$$

$$F_3(\boldsymbol{\kappa}, \tau, m) = [\mu_2(\boldsymbol{\kappa}, (2m+1)\Omega_0) - R_2(\boldsymbol{\kappa}, (2m+1)\Omega_0)] \times \cos[(2m+1)\Omega_0 \tau] + [\mu_1(\boldsymbol{\kappa}, (2m+1)\Omega_0) + R_1(\boldsymbol{\kappa}, (2m+1)\Omega_0)] \sin[(2m+1)\Omega_0 \tau],$$

$$F_4(\boldsymbol{\kappa}, m) = [\mu_1(\boldsymbol{\kappa}, (2m+1)\Omega_0) + R_1(\boldsymbol{\kappa}, (2m+1)\Omega_0)]^2 + [\mu_2(\boldsymbol{\kappa}, (2m+1)\Omega_0) - R_2(\boldsymbol{\kappa}, (2m+1)\Omega_0)]^2. \quad (25)$$

Согласно формулам (15), (17) и (18), функция перенормировки равна

$$R_1(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) = 2\{\alpha(\boldsymbol{\kappa}, \Omega)/2 + [\alpha^2(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) + \beta^2(\boldsymbol{\kappa}, \Omega)]^{1/2}/2\}^{1/2}, \quad (26)$$

$$R_2(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) = 2 \text{sign}(\Omega)\{-\alpha(\boldsymbol{\kappa}, \Omega)/2 + [\alpha^2(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) + \beta^2(\boldsymbol{\kappa}, \Omega)]^{1/2}/2\}^{1/2}, \quad (27)$$

где

$$\alpha(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) = \kappa^2 - \varepsilon_0 \eta^2 \Omega^2 \mu_1(\boldsymbol{\kappa}, \Omega),$$

$$\beta(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) = \varepsilon_0 \eta^2 \Omega^2 \mu_2(\boldsymbol{\kappa}, \Omega), \quad (28)$$

а реальная и мнимая части магнитной проницаемости принимают вид

$$\mu_1(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) = 1 + 4\pi\chi_0 \kappa^4 / (\Omega^2 + \kappa^4),$$

$$\mu_2(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) = 4\pi\chi_0 \Omega \kappa^4 / (\Omega^2 + \kappa^4). \quad (29)$$

Соотношения (20)–(28) справедливы при любом типе магнитного упорядочения в магнитной подсистеме, т.е. при любом функциональном виде дисперсии магнитной проницаемости  $\mu(\mathbf{q}, \omega)$ .

Отметим существенное отличие этих формул для Фурье-компоненты магнитного поля осциллирующего вихря Пирл в двумерном сверхпроводнике от соответствующего выражения (7) работы [9] для компоненты Фурье магнитного поля осциллирующего вихря Абрикосова в трехмерном сверхпроводнике. Оно заключается, во-первых, в иной функциональной зависимости от двумерного волнового вектора  $\mathbf{q}$  и, во-вторых, в наличии различных характерных пространственных масштабов

изменения поля: если в трехмерном сверхпроводнике это  $\lambda$ , то в двумерном сверхпроводнике это  $\lambda_{\text{eff}} \gg \lambda$ .

Используя выражения (20)–(29), обратным Фурье-преобразованием по двумерному волновому вектору  $\mathbf{q}$  получаем интегральное представление для распределения магнитного поля осциллирующего уединенного двумерного вихря Пирл в тонкой пленке магнитного сверхпроводника

$$\mathbf{H}(x, y, t) = \mathbf{H}_0(x, y, t) + \mathbf{H}_1(x, y, t), \quad (30)$$

$$\mathbf{H}_0(x, y, t) = \frac{\hat{\mathbf{z}}\Phi_0}{(\pi\lambda_{\text{eff}})^2} \times \int_0^\infty d\kappa_x \int_0^\infty d\kappa_y \frac{\cos[\kappa_x(X - A_0 \sin(\Omega_0\tau))] \cos(\kappa_y Y)}{1 + 4\pi\chi_0 + 2\kappa}, \quad (31)$$

$$\mathbf{H}_1(x, y, t) = \mathbf{H}_{1S}(x, y, t) + \mathbf{H}_{1A}(x, y, t), \quad (32)$$

$$\mathbf{H}_{1S}(x, y, t) = \frac{1}{(\pi\lambda_{\text{eff}})^2} \times \int_0^\infty d\kappa_x \int_0^\infty d\kappa_y \mathbf{H}_{1\text{Re}}(\boldsymbol{\kappa}, \tau) \cos(\kappa_x X) \cos(\kappa_y Y), \quad (33)$$

$$\mathbf{H}_{1A}(x, y, t) = \frac{1}{(\pi\lambda_{\text{eff}})^2} \times \int_0^\infty d\kappa_x \int_0^\infty d\kappa_y \mathbf{H}_{1\text{Im}}(\boldsymbol{\kappa}, \tau) \sin(\kappa_x X) \cos(\kappa_y Y), \quad (34)$$

где введены безразмерные координаты  $X = x/\lambda_{\text{eff}}$ ,  $Y = y/\lambda_{\text{eff}}$ .

Согласно выражениям (30)–(34), главный положительный вклад в структуру магнитного поля осциллирующего вихря Пирл определяется функцией  $\mathbf{H}_0(x, y, t)$  (31), центрированной в точке  $x_C(t) = a_0 \sin \omega_0 t$ . Вся же информация об "инверсионных спутниках" содержится в интегралах (33), (34), которые центрированы в начале координат. Функция  $\mathbf{H}_{1S}(x, y, t)$  симметрична по переменным  $x$  и  $y$ , тогда как функция  $\mathbf{H}_{1A}(x, y, t)$  симметрична по переменной  $y$ , но антисимметрична по переменной  $x$ . Обсудим, как формируются области инверсии магнитного поля в направлении оси осцилляций  $OX$ . Особенно четко это проявится в моменты времени  $t_n \approx \pm n\pi\omega_0^{-1}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), когда точка центрирования функции  $\mathbf{H}_0(x, y, t)$   $x_C(t_n)$  близка к началу координат. При этом хорошо локализованная функция  $\mathbf{H}_0(x, y, t)$ , оставаясь положительной, быстро убывает до нуля. Функции же  $\mathbf{H}_{1S}(x, y, t)$  и  $\mathbf{H}_{1A}(x, y, t)$ , являясь менее локализованными по сравнению с функцией  $\mathbf{H}_0(x, y, t)$ , могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Поэтому "инверсионный предвестник" определяется суперпозицией отрицательного минимума функции  $\mathbf{H}_{1S}(x, y, t)$  и положительного максимума функции  $\mathbf{H}_{1A}(x, y, t)$ , тогда как "инверсионный след" формируется суперпозицией двух отрицательных минимумов этих функций.

Типичное для антиферромагнетиков значение  $\chi_0 \propto 10^{-3} - 10^{-5}$ . Характерная скорость  $v_0 \propto Jsa(a/\lambda_{\text{eff}})$  в  $(\lambda_{\text{eff}}/a) \propto 10^3 - 10^4$  раз меньше скорости спиновых волн  $v_s \propto Jsa$ . Для  $\text{CuO}_2$ -слоев из-за большой величины внутрислоевого обмена скорость спиновых волн довольно высока:  $v_s \propto (0.5 - 1.3) \cdot 10^7 \text{ cm/s}$  [3], т.е.  $v_0 \propto 10^3 - 10^4 \text{ cm/s}$ . Заметим, что экспериментально наблюдаемые максимальные скорости движения вихрей Абрикосова в объемных сверхпроводниках имеют тот же порядок  $v_A \approx 6.6 \cdot 10^3 \text{ cm/s}$  [24].

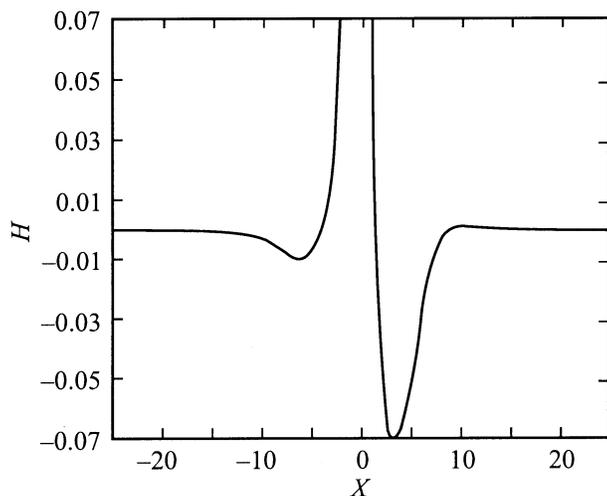
Максимальная скорость осциллирующего вихря  $V_0 = a_0\omega_0$  много меньше скорости релаксации магнитной подсистемы, которая порядка  $v_s$ . Следовательно, в нашем случае магнитная подсистема практически мгновенно подстраивается под поле осциллирующего вихря Пирл, перенормируя его за счет временной и пространственной дисперсии магнитной проницаемости и приводя к новым явлениям — "инверсионному предвестнику" впереди и к "инверсионному следу" позади него на больших расстояниях от центра.

Среднее за период осцилляций стационарное распределение поля вихря существенно отличается от стандартного и определяется интегралом

$$\mathbf{H}_{\text{MEAN}}(x, y) = \frac{\hat{\mathbf{z}}\Phi_0}{2\pi^3\lambda_{\text{eff}}^2} \times \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \int_0^\infty d\kappa_x \int_0^\infty d\kappa_y \frac{\cos[\kappa_x(X - A_0 \sin \varphi)] \cos(\kappa_y Y)}{1 + 4\pi\chi_0 + 2\kappa}. \quad (35)$$

Численный анализ показал, что при  $\chi_0 \propto 10^{-3} - 10^{-4}$ , что сравнимо с восприимчивостью медной подсистемы ВТСП материалов, частоте  $\Omega_0 \propto 10^3$ , амплитуде  $a_0 = 5\lambda_{\text{eff}}$ ,  $\varepsilon_0 = 30$ , параметре  $\eta \propto 10^{-5} - 10^{-6}$  и в момент времени  $\tau_0 = \pi$  минимумы поля "инверсионного предвестника" и "инверсионного следа" симметрично расположены относительно его центра и находятся от него на расстояниях  $r_{01,2} \approx 5\lambda_{\text{eff}}$ , причем величины  $H_{\text{min}1,2} = H(r_{01,2}, \tau_0)(\pi\lambda_{\text{eff}})^2/\Phi_0 \propto 10^{-3} - 10^{-4}$ . Для  $\chi_0 \propto 10^{-2}$  (такие значения магнитной восприимчивости имеют тройные, а также ВТСП соединения, содержащие редкоземельные ионы, вблизи температуры магнитного упорядочения  $T_N \propto 1 \text{ K}$ ) и при  $\Omega_0 = 1$ ,  $a_0 = 5\lambda_{\text{eff}}$ ,  $\tau = \pi$ ,  $\eta = 10^{-5}$ ,  $\varepsilon_0 = 30$  распределение приведенного магнитного поля вихря  $H = (\pi\lambda_{\text{eff}})^2 H(X, 0, \tau = \pi)/\Phi_0$  вдоль оси  $X$  (от переменной  $X$ ) при  $Y = 0$  имеет два минимума: при  $r_{01} \propto 5\lambda_{\text{eff}}$  поле  $H_{\text{min}1} \propto -10^{-2}$  — "инверсионный предвестник" и при  $r_{02} \propto 3\lambda_{\text{eff}}$  поле  $H_{\text{min}2} \propto -7 \cdot 10^{-2}$  — "инверсионный след" (см. рисунок). Заметим, что при фазе осцилляций  $\omega_0 t = \Omega_0 \tau = \pi$  вихрь движется влево, а максимум его магнитного поля проходит в этот момент точку  $X = 0$ . Здесь безразмерная величина поля в максимуме распределения порядка 8.

Согласно выражению (35), распределение среднего за период осцилляций магнитного поля вихря существенно зависит от величины амплитуды  $A_0$ , везде положительно



Распределение мгновенного приведенного магнитного поля осциллирующего вихря Пирл  $H = (\pi\lambda_{\text{eff}})^2 H(X, 0, \tau = \pi) / \Phi_0$  вдоль оси  $OX$  (от переменной  $X$ ) при  $Y = 0$ , в котором минимумы соответствуют "инверсионному предвестнику" впереди и "инверсионному следу" позади его центра.

и значительно отличается от стандартного распределения магнитного поля неподвижного вихря Пирл. Стационарное распределение среднего за период осцилляций приведенного магнитного поля пирловского вихря  $2\pi^3 \lambda_{\text{eff}}^2 H_{\text{MEAN}}(X, 0) / \Phi_0$  вдоль оси  $OX$  (от переменной  $X$ ) при  $Y = 0$  и  $2\pi^3 \lambda_{\text{eff}}^2 H_{\text{MEAN}}(0, Y) / \Phi_0$  вдоль оси  $OY$  (от переменной  $Y$ ) при  $X = 0$  имеет вид, аналогичный распределению среднего за период осцилляций приведенного магнитного поля вихря Абрикосова, представленного на рис. 2 и 3 работы [9] для пяти различных значений амплитуды  $a_0$ . Отличия состоят лишь в следующем: во-первых, характерный пространственный масштаб для вихря Абрикосова  $\lambda$  необходимо заменить на характерный пространственный масштаб для вихря Пирл  $\lambda_{\text{eff}}$  и, во-вторых, экспоненциальное совпадение поля абрикосовского вихря до нуля необходимо заменить на спадание по степенному закону для пирловского вихря.

4. Отметим существенное отличие поведения распределения магнитного поля вихря Пирл со временем при равномерном движении [14] и при гармонических колебаниях. В первом случае форма распределения с "инверсионным следом" стационарна и не зависит от момента времени, тогда как во втором случае структура и "инверсионного предвестника", и "инверсионного следа" нестационарна и существенно изменяет форму с течением времени за период колебаний.

Как известно [25,26], инверсия продольной компоненты магнитного поля вызывает притяжение вихрей друг к другу. Поэтому в тонких пленках магнитных сверхпроводников движущиеся вихри будут выстраиваться в цепочки. Это явление может оказать существенное влияние на функционирование переключающих устройств или устройств памяти, основанных на вихрях Пирл.

Обычно стационарная или нестационарная доменная структура, лабиринтная структура ЦМД или блоховских линий, структура движущейся вихревой решетки или уединенного движущегося вихря хорошо визуализируются и наблюдаются на поверхности образца, например, с помощью магнитооптических экспериментов. Поэтому в отличие от явления "инверсионного следа" равномерно движущегося вихря Абрикосова [8] или от явлений "инверсионных предвестника и следа" осциллирующего вихря Абрикосова [9] в 3D магнитном сверхпроводнике предсказываемые в работе эффекты "инверсионных предвестника и следа" осциллирующего поверхностного двумерного вихря Пирл в 2D магнитном сверхпроводнике возможно наблюдать в магнитооптических экспериментах, проводимых на тонких пленках магнитных сверхпроводников.

Из результатов работы [14] и проведенных в настоящей работе исследований можно сделать следующий вывод. Чем сложнее вид движения вихря и тип магнитного упорядочения, связанный с особенностями магнитной проницаемости  $\mu(\mathbf{k}, \omega)$ , тем богаче и разнообразнее картина "инверсионных спутников", сопровождающих движущийся вихрь Пирл в тонкой пленке магнитного сверхпроводника.

В заключение выражаю благодарность Ю.Е. Кузовлеву за возможность использования его программы KGCP для численных исследований и признательность Ю.В. Медведеву за интерес к работе, внимание и поддержку.

## Список литературы

- [1] А.И. Буздин, Л.Н. Булаевский, М.Л. Кулич, С.В. Панюков. УФН **144**, 4, 597 (1984).
- [2] А.И. Буздин, Л.Н. Булаевский. УФН **149**, 1, 45 (1986).
- [3] Ю.А. Изюмов, Н.М. Плакида, Ю.Н. Скрыбин. УФН **159**, 4, 621 (1989).
- [4] Сверхпроводимость тройных соединений / Под ред. М. Мейпла, Э. Фишера. Мир, М. (1985). Т. 2. 392 с.
- [5] Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников / Под ред. Д.М. Гинзберга. Мир, М. (1990). Гл. 4, 6. 543 с.
- [6] А.А. Абрикосов. ЖЭТФ **32**, 6, 1442 (1957).
- [7] Л.П. Горьков, Н.Б. Копнин. УФН **116**, 3, 413 (1975).
- [8] В.Н. Криворучко. Письма в ЖЭТФ **55**, 5, 285 (1992).
- [9] А.И. Ломтев. ФТТ **42**, 9, 1542 (2000).
- [10] P.G. de Gennes, J. Matrikon. Rev. Mod. Phys. **36**, 1, 45 (1964).
- [11] J. Pearl. Appl. Phys. Lett. **5**, 4, 65 (1964).
- [12] П. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. Мир, М. (1968). Гл. 3. 280 с.
- [13] А.А. Абрикосов. Основы теории металлов. Наука, М. (1987). Гл. 18. 520 с.
- [14] А.И. Ломтев. Письма в ЖЭТФ **71**, 10, 618 (2000).
- [15] В.Н. Криворучко, Ю.А. Димашко. СФХТ **5**, 6, 967 (1992).
- [16] E.V. Sonin, A.K. Tagantsev, K.V. Traito. Phys. Rev. **B46**, 9, 5830 (1992).
- [17] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Статистическая физика. Часть 2. Наука, М. (1978). Гл. 5. 448 с.

- [18] X. Умэдзава, X. Мацумото, M. Татики. Термополевая динамика и конденсированные состояния. Мир, М. (1985). Гл. 11. 504 с.
- [19] М. Тинкхам. Введение в сверхпроводимость. Атомиздат, М. (1980). Гл. 5. 310 с.
- [20] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. Наука, М. (1979). Гл. 9. 832 с.
- [21] V.I. Halperin, P.C. Hohenberg. Phys. Rev. **188**, 2, 898 (1969).
- [22] P.M. Richards, M.B. Salamon. Phys. Rev. **B9**, 1, 32 (1974).
- [23] А.И. Буздин. Письма в ЖЭТФ **40**, 5, 193 (1984).
- [24] А.Н. Самусь, А.Ф. Попков, В.И. Махов, И.Б. Крынецкий, И.В. Золотухин, А.К. Звездин. СФХТ **4**, 7, 1324 (1991).
- [25] А.М. Гришин, А.Ю. Мартынович, С.В. Ямпольский. ЖЭТФ **97**, 6, 1930 (1990).
- [26] А.И. Буздин, А.Ю. Симонов. ЖЭТФ **98**, 6(12), 2074 (1990).