

## О мощности скоплений зернограничных дислокаций

© А.И. Пшеничнюк

Институт проблем сверхпластичности металлов Российской академии наук,  
450001 Уфа, Россия  
E-mail: aipsh@anrb.ru

(Поступила в Редакцию 16 января 2001 г.)

На модельных примерах показано, что учет взаимодействия скоплений зернограничных дислокаций, сформированных в окрестности тройных стыков границ зерен, в несколько раз повышает мощность этих скоплений.

1. Скопления зернограничных дислокаций (ЗГД), сформированные в окрестности тройных стыков границ зерен на начальной стадии пластической деформации мелкозернистых материалов, определяют такие важные физические процессы, как развитие кавитации в режиме ползучести, формирование трещины при высоких скоростях нагружения [1], перестройка конфигурации тройного стыка при напряжениях, характерных для режима сверхпластичности [2], неупругая релаксация материала после разгрузки [3]. Плотность краевых дислокаций в изолированном одностороннем скоплении, распределенном на интервале  $x_0 \leq x \leq x_s$ , под действием сдвиговых напряжений  $\tau$ , действующих в плоскости скольжения дислокаций, определяется известным уравнением [4]

$$\int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_0(x') dx'}{x' - x} = -\frac{\tau}{\mu_0 b}, \quad \mu_0 = \frac{\mu}{2\pi(1-\nu)}, \quad (1)$$

где  $\mu$  — модуль сдвига,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $b$  — модуль вектора Бюргерса ЗГД; рассматривается главное значение интеграла. Если дислокации испущены источником, расположенным в точке с координатой  $x = L/2$  и пороговым напряжением  $\tau_c \sim \mu b/l$ , то длина скопления определяется условием запирания источника обратным полем испущенных дислокаций

$$\tau + \mu_0 b \int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_0(x') dx'}{x' - L/2} = \tau_c. \quad (2)$$

Из соотношений (1), (2) следует [4], что

$$\rho_0(x) = \frac{\tau}{\pi \mu_0 b} \sqrt{\frac{x_s - x}{x - x_0}}, \quad (3)$$

$$x_s - x_0 = \left(\frac{L}{2} - x_0\right) \left(1 - \frac{\tau_c^2}{\tau^2}\right). \quad (4)$$

При этом число дислокаций в скоплении равно

$$N_0 = \int_{x_0}^{x_s} \rho_0(x) dx = \frac{\tau(x_s - x_0)}{2b\mu_0}. \quad (5)$$

Плотность (3) используется при анализе формирования трещины в тройном стыке [1], а выражение (5) — при

анализе неупругой релаксации сверхпластичного материала [3]. Однако для тройного стыка общего положения (сдвиговые напряжения действуют в каждой границе стыка) скопления ЗГД могут формироваться на всех трех границах, и их взаимодействие существенно модифицирует выражения (3)–(5). Для произвольного тройного стыка задача сводится к сложной системе трех интегральных уравнений. В качестве предварительной оценки эффекта взаимодействия скоплений рассматриваются два модельных примера, допускающих точное аналитическое решение.

2. Пусть в окрестности тройного стыка  $x = 0$  в дополнение к уже введенному скоплению присутствует второе скопление дислокаций противоположного знака, расположенных в интервале  $-x_s \leq x \leq -x_0$ , сформированное источником, находящимся в точке  $x = -L/2$ . Область  $|x| \leq x_0$  является препятствием для движения дислокаций и может рассматриваться как ядро тройного стыка, имеющее кристаллическое строение, отличающееся от строения границ. Поскольку из соображений симметрии плотность дислокаций одинакова в двух скоплениях, получаем уравнение для плотности

$$\int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_1(x') dx'}{x' - x} + \int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_1(x') dx'}{x' + x} = -\frac{\tau}{\mu_0 b} \quad (6)$$

и условие запирания источников

$$\tau + \mu_0 b \int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_1(x') dx'}{x' - L/2} + \int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_1(x') dx'}{x' + L/2} = \tau_c. \quad (7)$$

Выражение (6) при замене независимой переменной  $x^2 = y$  [5] сводится к уравнению типа (1) и имеет решение

$$\rho_1(x) = \frac{\tau}{\pi \mu_0 b} \sqrt{\frac{x_s^2 - x^2}{x^2 - x_0^2}}. \quad (8)$$

Тогда из (7) получаем

$$x_s^2 - x_0^2 = \left(\frac{L^2}{4} - x_0^2\right) \left(1 - \frac{\tau_c^2}{\tau^2}\right). \quad (9)$$

Число дислокаций в скоплении равно

$$N_1 = \frac{\tau x_s}{\pi \mu_0 b} [K(q) - E(q)], \quad (10)$$

где  $x_s$  определено соотношением (9),  $q = \sqrt{x_s^2 - x_0^2}/x_s$ ,  $K$  и  $E$  — полные эллиптические интегралы первого и второго рода [6].

3. Если считать, что  $L$  — длина границы зерна, то в точке  $x = L$ , так же как и в точке  $x = 0$ , расположен тройной стык, являющийся препятствием для распространения дислокаций. При этом источник, расположенный в точке  $x = L/2$ , формирует не только скопление в интервале  $x_0 \leq x \leq x_s$ , но и скопление дислокаций противоположного знака в интервале  $L - x_s \leq x \leq L - x_0$ . Взаимодействие этих скоплений может как ослаблять, так и усиливать эффект притяжения скоплений, рассмотренных в первом примере (см. п. 2), и, следовательно, изменять величину концентрации напряжений в области тройного стыка  $|x| \leq x_0$ . Для оценки эффекта рассмотрим второй модельный пример.

Пусть на прямой в точках  $x_i = \pm nL$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  расположены препятствия для движения дислокаций, а в точках  $x_m = \pm mL/2$ ,  $m = 1, 3, 5, \dots$  — источники с одинаковым пороговым напряжением. Тогда плотность дислокаций в любом скоплении удовлетворяет уравнению

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_2(x') dx'}{x' + x - nL} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_2(x') dx'}{x' - x - nL} = -\frac{\tau}{\mu_0 b},$$

которое с учетом  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\xi - n\alpha} = \frac{\pi}{\alpha} \operatorname{ctg} \frac{\pi \xi}{\alpha}$  принимает вид

$$\frac{2\pi}{L} \int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_2(x') \sin \frac{2\pi x'}{L}}{\cos \frac{2\pi x}{L} - \cos \frac{2\pi x'}{L}} dx' = -\frac{\tau}{\mu_0 b}. \quad (11)$$

Условие запираания источников определяется уравнением

$$\tau - \frac{2\pi \mu_0 b}{L} \int_{x_0}^{x_s} \frac{\rho_2(x') \sin \frac{2\pi x'}{L}}{1 + \cos \frac{2\pi x'}{L}} dx' = \tau_c. \quad (12)$$

Как и в первом примере, выражение (11) при замене независимой переменной  $\cos(2\pi x/L) = y$  сводится к уравнению типа (1) с решением

$$\rho_2(x) = \frac{\tau}{\pi \mu_0 b} \sqrt{\frac{\cos(2\pi x/L) - \cos(2\pi x_s/L)}{\cos(2\pi x_0/L) - \cos(2\pi x/L)}}. \quad (13)$$

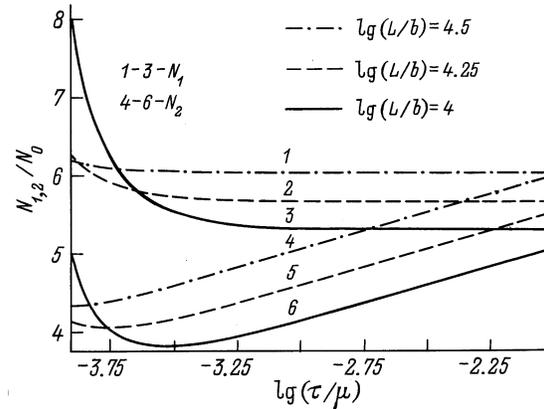
Из (12) следует

$$\cos \frac{\pi x_s}{L} = \frac{\tau_c}{\tau} \cos \frac{\pi x_0}{L}. \quad (14)$$

И наконец, число дислокаций в скоплении будет равно

$$N_2 = \frac{\tau L}{\pi^2 \mu_0 b} \sqrt{\frac{1 - \nu_s}{1 + \nu_0}} \left[ K(t) - \frac{1 - \nu_0}{1 - \nu_s} \Pi(\pi/2, n, t) \right], \quad (15)$$

где  $\nu_0 = \cos(2\pi x_0/L)$ ,  $\nu_s = \cos(2\pi x_s/L)$ ,  $n = \frac{\nu_0 - \nu_s}{1 - \nu_s}$ ,  $t = \sqrt{\frac{2(\nu_0 - \nu_s)}{(1 - \nu_s)(1 + \nu_0)}}$ , а  $\Pi$  — эллиптический интеграл третьего рода.



Мощности взаимодействующих скоплений ЗГД в единицах мощности изолированного скопления.

4. Зависимость мощности изолированного одностороннего скопления ЗГД от длины границы  $L$  в силу условия  $L \gg x_0$  ( $x_0 \sim 5b$ ) является практически линейной. Линейность зависимости  $N_0$  от  $\tau$  нарушается лишь вблизи порогового напряжения  $\tau_c$ . На рисунке приведены зависимости  $N_1/N_0$ ,  $N_2/N_0$ . При низких напряжениях эффект взаимодействия двух скоплений особенно значителен для малых величин  $L$ . С увеличением как  $L$ , так и  $\tau$  роль взаимодействия скоплений менее выражена. Однако и в этом случае взаимодействующие скопления содержат дислокаций в 5–6 раз больше, чем изолированное. Экранирующий эффект цепочки скоплений по сравнению с двусторонним скоплением также наиболее заметен при низких напряжениях (понижает мощность приблизительно в 2 раза, хотя она в 4 раза превышает мощность изолированного скопления). Повышение напряжения нивелирует эффект экранировки: мощности цепочки скоплений и двустороннего скопления становятся близкими.

Плотности (8) и (13) приводят к значительно более сильной концентрации напряжений в точке тройного стыка, чем одностороннее скопление (3). При этом для высоких скоростей деформации создаются особо благоприятные условия формирования трещины.

Простые и достаточно точные оценки выражений (10) и (15) дают главные члены разложений по малому периметру  $x_0/L \ll 1$

$$N_1 \cong \frac{\tau L}{2\pi \mu_0 b} \sqrt{1 - \frac{\tau_c^2}{\tau^2}} \ln \left( \frac{2L}{x_0} \sqrt{1 - \frac{\tau_c^2}{\tau^2}} \right),$$

$$N_2 \cong \frac{\tau L}{\pi^2 \mu_0 b} \sqrt{1 - \frac{\tau_c^2}{\tau^2}} \ln \left( \frac{4L}{\pi x_0} \sqrt{\frac{\tau^2}{\tau_c^2} - 1} \right).$$

Таким образом, рассмотрение процессов, происходящих в тройных стыках границ зерен при пластической деформации, должно быть основано на более тщательном описании скоплений ЗГД, чем обычно используемое для невзаимодействующих скоплений.

## Список литературы

- [1] M.S. Wu, J. Niu. *Phil. Mag.* **A71**, 4, 831 (1995).
- [2] V.V. Astanin, A.V. Sisanbaev, A.I. Pshenichnyuk, O.A. Kaibyshev. *Scripta Met. Mater.* **36**, 1, 117 (1997).
- [3] J.H. Schneibel, P.M. Hazzledine. *Acta Met.* **30**, 1223 (1982).
- [4] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости. Наука, М. (1987). 248 с.
- [5] Ш.Х. Ханнанов. Распределения дислокаций. БНЦ УрО РАН, Уфа (1992). 220 с.
- [6] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Наука, М. (1971). 1108 с.