Особенность рассеяния низкоэнергетических электронов тонкими пленками кубических кристаллов

© Г.В. Вольф, Ю.П. Чубурин

Физико-технический институт Уральского отделения Российской академии наук,
426001 Ижевск, Россия

E-mail: wolf@otf.fti.udmurtia.su

(Поступила в Редакцию 22 июня 2004 г.
В окончательной редакции 29 сентября 2004 г.)

Рассмотрена специфика электронных состояний тонких пленок кубических кристаллов в области энергий выше вакуумного нуля кристаллического потенциала. Для определенных направлений двумерной зоны Бриллюэна возможно существование зон связанных состояний, погруженных в континуум состояний сплошного спектра. Эти зоны могут существенно влиять на интенсивность рассеяния низкоэнергетических электронных пучков.

Работа выполнена в рамках программы президиума РАН „Низкоразмерные квантовые наноструктуры“.

В работах [1–3] рассмотрены особенности рассеяния электронов низких энергий ($E < 10 \div 20\,\mathrm{eV}$) плоской кристаллической пленкой, обусловленные существованием связанных электронных состояний с энергиями несколько ниже границы сплошного спектра и квазистационарных состояний выше ее. В первом случае интенсивность отражения определяется „кристаллическим“ аналогом формулы Вигнера для рассеяния при малых энергиях, а во втором — формулы Брейта–Вигнера, описывающей резонанс на квазидискретном уровне [1–5].

Далее показано, что при определенном характере дисперсии энергетических зон электронов, примыкающих к границе сплошного спектра, вдоль некоторых направлений двумерной зоны Бриллюэна пленки кубического кристалла могут существовать связанные электронные состояния, лежащие выше границы сплошного спектра, ограниченного параболоидом $E = \mathbf{k}^2$, т. е. выше первого дифракционного порога.[1] Их наличие приводит к ряду важных следствий и открывает возможность управления интенсивностью электронного отражения путем воздействий на кристалл, понижающих его симметрию.

Рассмотрим уравнение Липпмана–Швингера, описывающее связанные и квазистационарные состояния электронов пленки,

$$\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, E) = -\int\limits_{\Omega} G_{\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) V(\mathbf{r}') \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}', E) d\mathbf{r}', \qquad (1)$$

где Ω — бесконечная по z элементарная ячейка пленки, а $V(\mathbf{r})$ — эффективный одночастичный потенциал, инвариантный относительно преобразований группы симметрии рассматриваемой пленки. Считаем, что далеко от поверхности пленки при $|z| > z_0$, этот потенциал равен нулю.[2] Функция Грина свободных электронов кристаллической пленки равна

$$G_{\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \frac{1}{2\pi S} \sum_{\mu} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[i(\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu, \lambda)(\mathbf{r} - \mathbf{r}')]}{(\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2 + \lambda^2 - E} d\lambda$$

$$= \frac{-1}{S} \sum_{\mu} \frac{\exp\left[i\left(\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu, \sqrt{E - (\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2}\right)(\mathbf{u} - \mathbf{u}', |z - z'|)\right]}{2i\sqrt{E - (\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2}}. \qquad (2)$$

Здесь S — площадь сечения ячейки Ω поверхностью кристалла, $\mathbf{u}(\mathbf{u}')$ — параллельная поверхности составляющая вектора $\mathbf{r}(\mathbf{r}')$, $\mathbf{k}$ — приведенный двумерный квазиимпульс, E — энергия электрона. Суммирование ведется по векторам обратной решетки пленки.

Выделяя в (2) слагаемое с $\mathbf{K}_\mu = 0$, уравнение (1) для $z > z_0$ запишем в виде

$$\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, E) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{u}} \frac{\exp[-z\sqrt{k^2 - E}]}{2S\sqrt{k^2 - E}} \times \int\limits_{\Omega} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{u}'} e^{\sqrt{k^2 - E}z'} V(\mathbf{r}') \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}', E) d\mathbf{r}'$$

$$+ \sum_{\mu} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)\mathbf{u}} \frac{\exp[-z\sqrt{\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2 - E}]}{2S\sqrt{\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2 - E}} \times \int\limits_{\Omega} e^{-i(\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)\mathbf{u}'} e^{z\sqrt{(\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2 - E}} V(\mathbf{r}') \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}', E) d\mathbf{r}', \qquad (3)$$

являющемся, по существу, плосковолновым разложением $\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, E)$. Из выражения (3) видно, что в общем случае при $E > \mathbf{k}^2$ первое слагаемое — неубывающая функция z, и состояние $\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, E)$ перестает быть связанным по z состоянием дискретного спектра. Однако если

$$\int\limits_{\Omega} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{u}'} e^{\pm z'\sqrt{k^2 - E}} V(\mathbf{r}') \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}', E) d\mathbf{r}' = 0, \qquad (4)$$

то и выше первого порога $\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, E)$ продолжает оставаться квадратично интегрируемой в Ω функцией. В этом

[1] В работе использована атомная система единиц с энергией в Ry.

[2] Такое „асимптотическое обрезание“ потенциала с физической точки зрения вполне естественно и позволяет, не меняя существа результатов, сильно упростить рассмотрение [4].

случае возможно существование связанных по z состояний выше границы сплошного спектра $E = \mathbf{k}^2$.

Такая ситуация может иметь место для пленок кубических кристаллов. Рассмотрим, например, (001) ГЦК пленку. В этом случае зона Бриллюэна — квадрат со стороной $\sqrt{8}\pi/A$, где A — постоянная решетки пленки. Рассмотрим далее состояние с волновым вектором $\mathbf{k}_\Delta$, лежащим в направлении Δ двумерной зоны Бриллюэна ($\mathbf{k}_\Delta = \sqrt{2}\pi/A\,(\xi, 0, 0)$, $0 < \xi < 1$). Согласно теореме Вигнера [6], собственные функции $\Psi_\mathbf{k}(\mathbf{r}, E)$ преобразуются по неприводимым представлениям группы волнового вектора $\mathbf{k}$. Неприводимые представления группы вектора $\mathbf{k}_\Delta$, изоморфной группе C_{2v} [5], приведены в таблице. Рассмотрим функцию $\Psi^{\Delta_3}_\mathbf{k}(\mathbf{r}, E)$, преобразующуюся по представлению Δ_3. Интеграл, фигурирующий в условии (4), при $E > \mathbf{k}^2$ запишем в виде

$$\int\limits_\Omega e^{-i\mathbf{k}\mathbf{u}}\left[\cos(z\sqrt{k^2 - E}) \pm i\sin(z\sqrt{k^2 - E})\right] \times V(\mathbf{r})\Psi^{\Delta_3}_\mathbf{k}(\mathbf{r}, E)d\mathbf{r}. \quad (5)$$

Легко видеть, что функция $e^{-i\mathbf{k}\mathbf{u}}\cos(z\sqrt{k^2 - E})$ преобразуется по представлению Δ_1, а $e^{-i\mathbf{k}\mathbf{u}}\sin(z\sqrt{k^2 - E})$ — по представлению Δ_2. Обращение указанного интеграла в нуль — следствие хорошо известного правила отбора для матричных элементов операторов скалярных величин. Это говорит о возможности существования связанных состояний указанной симметрии в континууме состояний сплошного спектра.[3]

Рассмотрим рассеяние электронов на такой пленке. Волновая функция рассеивающегося электрона с импульсом $\mathbf{p} = (\mathbf{k}, \sqrt{E - \mathbf{k}^2})$ удовлетворяет неоднородному уравнению Липпмана–Швингера

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} - \int\limits_\Omega G^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p})V(\mathbf{r}')\Psi(\mathbf{r}', \mathbf{p})d\mathbf{r}'. \quad (6)$$

С учетом вида (2) функции $G^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p})$для амплитуды рассеяния вперед [7] получим[4]

$$a^+(\mathbf{p}) = 1 - \frac{1}{2iS\sqrt{E_R(\mathbf{k}) - \mathbf{k}^2}}\int\limits_\Omega e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}}V(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p})d\mathbf{r}. \quad (7)$$

С другой стороны, уравнение, определяющее состояние рассеяния электронов, можно записать в виде

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} - \int\limits_\Omega G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p})V(\mathbf{r}')e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}'}d\mathbf{r}', \quad (8)$$

где $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p})$ — одноэлектронная функция Грина, отвечающая гамильтониану пленки $\hat{H} = -\Delta + V(\mathbf{r})$.

[3] Это относится и к состояниям, преобразующимся по представлению Δ_4. Аналогично можно показать возможность существования зон связанных состояний при $E > \mathbf{k}^2$ и для направления Σ ($\mathbf{k}_\Sigma = \frac{\sqrt{2}\pi}{A}(\xi, \xi, 0)$, $(1 > \xi > 0)$) зоны Бриллюэна (001) ГЦК пленки.

[4] В рассматриваемом случае малых энергий, лежащих ниже второго дифракционного порога ($\mathbf{k}^2 < E < (\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2$), существуют лишь один отраженный и один проходящий луч.

Неприводимые представления группы вектора $\mathbf{k}_\Delta$

Δ (C_{2v})	E	C_2	σ	σC_2
Δ_1	1	1	1	1
Δ_2	1	−1	−1	1
Δ_3	1	1	−1	−1
Δ_4	1	−1	1	−1

Примечание. E — тождественное преобразование, C_2 — поворот на угол π вокруг оси (100), σ — отражение в плоскости $z = 0$.

Будем считать, что рассматриваемая пленка настолько тонка, что расстояние между соседними размерно-квантованными подзонами связанных состояний, сгущающимися с ростом толщины пленки, достаточно велико. Тогда при наличии состояний дискретного спектра, близких к энергии налетающих электронов, как следует из теории самосопряженных операторов, функцию $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p})$ можно записать в однозонном виде [4]

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = \frac{\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}_0)\Psi^*(\mathbf{r}', \mathbf{p}_0)}{E_0(\mathbf{k}) - E} + \tilde{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p}), \quad (9)$$

где $\mathbf{p}_0 = (\mathbf{k}, \sqrt{E_0(\mathbf{k}) - \mathbf{k}^2})$, а $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}_0)$ — собственная функция гамильтониана $\hat{H}$, отвечающая энергии $E_0(\mathbf{k})$ связанного состояния. Функция $\tilde{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p})$ не имеет полюсов в окрестности энергии налетающих электронов.

Зоны связанных электронных состояний $E_n(\mathbf{k})$, расположенные выше $E = \mathbf{k}^2$, в противоположность хорошо известным энергетическим зонам, лежащим ниже границы сплошного спектра, не образуют поверхностей в $\mathbf{k}$-пространстве. При $E_n(\mathbf{k}) > \mathbf{k}^2$ отклонение вектора $\mathbf{k}$ от направления, вдоль которого возможно существование нормируемых в ячейке пленки состояний с экспоненциально убывающей при удалении от поверхности пленки в вакуум ($|z| \to \infty$) волновой функцией, переводит их в резонансные состояния с конечным временем жизни. Волновая функция таких резонансных состояний растет при $|z| \to \infty$ [5,8]. Существование таких резонансов и их непрерывный переход в связанные состояния (в случае их наличия) следуют из аналитической зависимости от $\mathbf{k}$ энергий невырожденных электронных состояний, отвечающих решениям уравнения (1). Таким образом, если вдоль некоторых направлений двумерной зоны Бриллюэна существуют зоны связанных состояний, лежащие выше границы сплошного спектра, существует поверхность квазистационарных состояний

$$E_R(\mathbf{k}) = \mathscr{E}_R(\mathbf{k}) - i\Gamma(\mathbf{k}), \quad \Gamma(\mathbf{r}) > 0, \quad (10)$$

натянутая на эти зоны, т.е.

$$E_R(\mathbf{k}_\Delta) = \mathscr{E}_R(\mathbf{k}_\Delta) = E_0(\mathbf{k}_\Delta),$$

$$\Gamma(\mathbf{k}_\Delta) = 0. \quad (11)$$

Учитывая аналитичность по $\mathbf{k}$ функций $E_0(\mathbf{k})$ и $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}_0)$, на основании формулы (9) для резонансных состояний, в окрестности $E_0(\mathbf{k}_\Delta)$ запишем

$$G_R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = \frac{\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}_R)\Psi^*(\mathbf{r}', \mathbf{p}_R)}{E_R(\mathbf{k}) - E} + \tilde{G}_R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p}), \quad (12)$$

где $\mathbf{p}_R = \left(\mathbf{k}, \sqrt{E_R(\mathbf{k}) - \mathbf{k}^2}\right)$, а $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}_R)$ — волновая функция резонансного состояния, являющаяся решением уравнения (1) для комплексных энергий $E_R(\mathbf{k})$. Функция $\tilde{G}_R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{p})$ не имеет полюсов вблизи поверхности $E = E_R(\mathbf{k})$.

Из уравнений (12), (8) и (7), пренебрегая в окрестности $E_R(\mathbf{k})$ несингулярными вкладами, получим

$$a^+(\mathbf{p}) \approx -\frac{|\int_\Omega e^{i\mathbf{pr}} V(\mathbf{r})\Psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{p}_R) d\mathbf{r}|^2}{2iS\sqrt{E_R(\mathbf{k}) - \mathbf{k}^2}[E_R(\mathbf{k}) - E]}. \quad (13)$$

Пусть импульс налетающих электронов равен

$$\mathbf{p} = (\mathbf{k}, \sqrt{E - \mathbf{k}^2}) = \mathbf{p}_{\Delta 0} + \delta\mathbf{p}, \quad (14)$$

где

$$\mathbf{p}_{\Delta 0} = \left(k_{\Delta 0}, 0, \sqrt{E_0(\mathbf{k}_{\Delta 0}) - \mathbf{k}_{\Delta 0}^2}\right), \quad (15)$$

а

$$\delta\mathbf{p} = (0, \delta k_y, 0). \quad (16)$$

Величина отклонения δk_y полагается малой. Ограничиваясь в разложении подинтегральной функции выражения (13) линейным по δk_y приближением, для амплитуды рассеяния вперед будем иметь

$$a^+(\mathbf{p}) \approx \frac{\delta k_y^2 |W(\mathbf{p}_{\Delta 0})|^2}{2iS\sqrt{E_R(\mathbf{k}) - \mathbf{k}^2}[E_R(\mathbf{k}) - E]}, \quad (17)$$

где

$$W(\mathbf{p}_{\Delta 0}) = \int_\Omega e^{-ip_{\Delta 0z} z} V(\mathbf{r}) \frac{\partial U(\mathbf{p}_{\Delta 0}, \mathbf{r})}{\partial k_y} d\mathbf{r}, \quad (18)$$

а $U(\mathbf{p}_{\Delta 0}, \mathbf{r})$ — периодическая часть блоховской функции $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}_R) = \exp(i\mathbf{kr})U(\mathbf{p}_R, \mathbf{r})$ при $\mathbf{p}_R = \mathbf{p}_{\Delta 0}$. Сохранение линейных по δk_y вкладов необходимо, так как в нулевом приближении, как это следует из условия (4), интегралы, входящие в выражение (13), равны нулю, а знаменатель имеет нуль второго порядка при $\delta k_y \to 0$.

Вероятность прохождения электронов определяется выражением [7]

$$I^+(\mathbf{p}) = (2\pi)^3 \int |C(\mathbf{p}, \mathbf{p}')|^2 |a^+(\mathbf{p}')|^2 d\mathbf{p}', \quad (19)$$

где функция $C(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ описывает распределение импульса налетающих электронов в направлении $\mathbf{p}$. Согласно (14), в рассматриваемом случае $C(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ имеет характер δ-функции. Принимая во внимание симметрию зоны Бриллюэна (001) ГЦК пленки, условия (10), (11) и малость δk_y, получим

$$I^+(\mathbf{p}) \approx \frac{|W(\mathbf{p}_{\Delta 0})|^4}{16S^2[(1 - M_{yy}^{-1})^2 + \gamma^2]\sqrt{[p_{\Delta 0z}^2 - (1 - M_{yy}^{-1})\delta k_y^2]^2 + \gamma^2 \delta k_y^4}}, \quad (20)$$

где M_{yy}^{-1} — диагональная компонента тензора обратной эффективной массы

$$M_{yy}^{-1} = \left(\frac{m}{m^*}\right)_{yy} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \mathscr{E}_R(\mathbf{k}_{\Delta 0})}{\partial k_y^2}, \quad (21)$$

$$\gamma = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \Gamma(\mathbf{k}_{\Delta 0})}{\partial k_y^2} = \frac{\varepsilon}{2},$$

а ε — кривизна[5] сечения поверхности „ширины резонансной зоны" $\Gamma = \Gamma(\mathbf{k})$ плоскостью $k_x = k_{\Delta 0}$. Из выражения (20) следует, что коэффициент прохождения $T(\mathbf{p}) = |a^+(\mathbf{p})|^2$ в случае $M_{yy}^{-1} > 1$ имеет максимум при $\delta k_y = 0$, а для $M_{yy}^{-1} < 1$ минимум при $\delta k_y = 0$ и максимум при

$$\delta k_y = \pm p_{0z}\sqrt{(1 - M_{yy}^{-1})/[(1 - M_{yy}^{-1})^2 + \gamma^2]}. \quad (22)$$

В первом случае

$$\partial^2 T(\mathbf{p}_{\Delta 0})/\partial \delta k_y^2 \sim (1 - M_{yy}^{-1})/p_{\Delta 0z}^4$$

и уменьшение коэффициента прохождения выражено наиболее резко для скользящих электронных пучков, т. е. вблизи точки пересечения зоны связанных состояний с границей сплошного спектра. Во втором случае требование малости δk_y дает

$$p_{\Delta 0z}^2 = E_0(\mathbf{k}_{\Delta 0}) - k_{\Delta 0}^2 \ll 1 - M_{yy}^{-1}.$$

Это ограничение представляется не слишком жестким. Оно может выполняться не только вблизи границы сплошного спектра, но в случае отрицательной эффективной массы и достаточно далеко от нее. Отношение коэффициентов прохождения при импульсах $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}_{\Delta 0}$, отличающихся на δk_y, даваемое выражением (22), равно

$$\frac{T(\mathbf{p})}{T(\mathbf{p}_{\Delta 0})} = \frac{\sqrt{(1 - M_{yy}^{-1})^2 + \gamma^2}}{\gamma} \approx \frac{2(1 - M_{yy}^{-1})}{\varepsilon}. \quad (23)$$

При малой кривизне ε это отношение может быть велико.

Итак, анализ симметрии электроных состояний показывает возможность существования вдоль определенных направлений зоны Бриллюэна (001) ГЦК пленки связанных состояний, лежащих в континууме состояний сплошного спектра. Для их реализации необходима определенная структура энергетических зон ниже границы сплошного спектра. В энергетическом спектре электронов выше вакуумного нуля кристаллического потенциала должны присутствовать зоны, входящие в параболоид $E = \mathbf{k}^2$, ограничивающий состояния сплошного спектра. Фактически, существование таких зон (или, по крайней мере, неких особых электронных состояний) следует из многих расчетов электронной структуры кристаллических пленок вблизи вакуумного

[5] Заметим, что из соображений симметрии $\partial\Gamma(\mathbf{k}_{\Delta 0})/\partial k_y = 0$.

нуля потенциала электронов пленки E_v. Например, из данных [9,10], отчетливо видно существование около E_v „направленных вверх“ энергетических зон. Однако, что происходит с этими зонами при $E > E_v$ не обсуждается, а картина дисперсионных кривых просто обрезается при некоторой энергии вблизи E_v.[6]

Из проведенного рассмотрения следует, что зоны связанных состояний, проникающие в область состояний сплошного спектра, могут существенно влиять на рассеяние низкоэнергетических электронов очень тонкой кристаллической пленкой. При определенном небольшом отклонении импульса первичных электронов от направления, вдоль которого реализуется зона состояний дискретного спектра, коэффициент прохождения достигает максимального значения. В случае слабой дисперсии ширины резонансной зоны его значение может сильно отличаться от величины коэффициента прохождения в направлении зоны связанных состояний. Это может представлять интерес для модуляции электронного рассеяния на квантово-размерных пленочных структурах. Варьируя δk_y и измеряя отношение $T(\mathbf{p})$ к $T(\mathbf{p}_{\Delta 0})$, можно экспериментально оценить параметры γ и M_{yy}^{-1} резонансной зоны.[7] Поскольку с точностью до электронно-дырочного взаимодействия волновая функция дифракции медленных электронов есть обращенная во времени волновая функция конечного состояния фотоэлектрона, эти параметры могут быть полезны, например, в фотоэлектронной спектроскопии кристаллических пленок очень малых толщин.

Список литературы

[1] Г.В. Вольф, Ю.П. Чубурин, Л.А. Рубцова. Поверхность *10*, 81 (1991).

[2] Y.P. Chuburin, G.V. Wolf. J. Phys.: Cond. Matt. **8**, *6*, 631 (1996).

[3] Г.В. Вольф, Ю.П. Чубурин, А.Е. Павлов, Л.А. Рубцова. Поверхность *12*, 24 (1992).

[4] Дж. Тейлор; Теория рассеяния. Квантовая теория нерелятивистских столкновений. Мир, М. (1975). 565 с.

[5] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Физматгиз., М. (1963). 702 с.

[6] Г. Штрайтвольф. Теория групп в физике твердого тела. Мир, М. (1971). 262 с.

[7] Ю.П. Чубурин. ТМФ **72**, *1*, 120 (1987).

[8] Ю.П. Чубурин. ТМФ **110**, *3*, 443 (1997).

[9] H. Bross, M. Kauzmann. Phys. Rev. B **51**, *23*, 17 135 (1995).

[10] H. Erschbaumer, A.J. Freeman, C.L. Fu, R. Podloucky. Surf. Sci. **243**, *1–3*, 317 (1991).

[6] Зависимость рассеяния низкоэнергетических электронов от дисперсии зон связанных состояний, расположенных выше E_v, но ниже границы сплошного спектра, рассмотрена в работе [2].

[7] Для конкретной пленки величину M_{yy}^{-1} можно рассчитать, используя способ расчета энергии квазистационарных состояний, предложенный в работе [3].