Плазменные колебания в двумерных полупроводниковых сверхструктурах в присутствии сильного электрического поля

© С.Ю. Глазов, С.В. Крючков

Волгоградский государственный педагогический университет,
400013 Волгоград, Россия

(Получена 28 июня 2000 г. Принята к печати 4 октября 2000 г.)

Исследовано влияние сильного постоянного электрического поля на плазменные колебания в двумерном электронном газе со сверхструктурой с учетом процессов переброса. В случае высоких температур ($\Delta \ll T$, Δ — ширина минизоны проводимости, T — температура в энергетических единицах) получено дисперсионное соотношение для частоты плазменных колебаний $\omega(k)$. Показано, что частота плазмонов в сильном электрическом поле зависит от величины напряженности поля и волнового числа осциллирующим образом. При произвольных значениях k спектр периодичен с периодом $2\pi/d$. Численная оценка показывает, что осцилляции могут проявиться при значениях напряженности электрического поля, больших чем $3 \cdot 10^3$ В/см.

В последнее время в физике полупроводников возрос интерес к двумерным (2D) электронным структурам в системе с периодическим потенциалом. В работе [1] сообщается о создании такой двумерной сверхрешетки при помощи электронно-лучевой литографии и реактивного ионного травления. В работе [2] изучены шубниковские осцилляции 2D электронов, находящихся в 2D периодическом потенциале с периодом $d = 0.24$ мкм. В [3] предложен метод получения 2D электронных систем на основе GaAlAs/GaAs, энергетический спектр которых может с хорошей степенью точности описываться в рамках приближения сильной связи. В работе [4] показана возможность распространения в 2D сверхструктурах (СС) уединенных электромагнитных волн. В [5] исследована возможность возникновения плазменных колебаний в 2D электронном газе сверхструктур. С другой стороны, известно [6], что достаточно сильное постоянное электрическое поле, приложенное вдоль одной из осей СС, приводит к существенному изменению электронного энергетического спектра — так называемому штарковскому квантованию. В этой связи представляется актуальным исследовать влияние сильного постоянного электрического поля на возможность существования плазменных колебаний в 2D сверхструктурах, и в частности на зависимость частоты этих колебаний от волнового числа.

Рассмотрим 2D электронный газ в системе с периодическим потенциалом. Сильное постоянное электрическое поле, удовлетворяющее условию $\Omega\tau \gg 1$ (где τ — время свободного пробега электрона, $\Omega = eEd$ — штарковская частота (здесь и далее $\hbar = 1$), d — период СС, E — напряженность электрического поля), будем описывать зависящим от времени векторным потенциалом $\mathbf{A}(t) = \{-cEt, 0\}$ (напряженность постоянного электрического поля направлена вдоль оси $0X$). Таким образом, будем пользоваться кулоновской калибровкой потенциалов. Закон дисперсии электронов в минизоне проводимости в отсутствие электрического поля в приближении сильной связи описывается выражением

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \Delta - \frac{\Delta}{2}\left[\cos p_x d + \cos p_y d\right], \tag{1}$$

где Δ — полуширина минизоны проводимости, p_x, p_y — компоненты квазиимпульса электрона в плоскости СС.

В приближении самосогласованного поля гамильтониан взаимодействующих электронов, с учетом процессов переброса, по аналогии с трехмерным электронным газом [7] имеет вид

$$H = \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon(\mathbf{p} - e\mathbf{E}t) a^+_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} + e\frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \times \sum_{\mathbf{p},\mathbf{k}} \sum_{n,m} U(\mathbf{k}, t) M(k_x) M(k_y) a^+_{\mathbf{p}-\mathbf{k}+\mathbf{g}} a_p, \tag{2}$$

где $a^+_{\mathbf{p}}$, $a_{\mathbf{p}}$ — операторы рождения и уничтожения электрона с импульсом $\mathbf{p}$; N_x и N_y — число потенциальных ям, образующих СС вдоль осей x и y соответственно, $\mathbf{g} = (n2\pi/d, m2\pi/d)$,

$$M(k_x) \int\limits_0^{N_x d} \varphi^*(x)\varphi(x)\exp(-ik_x x)dx,$$

$$M(k_y) \int\limits_0^{N_y d} \varphi^*(y)\varphi(y)\exp(-ik_y y)dy, \tag{3}$$

$U(\mathbf{k}, t)$ — самосогласованный потенциал, определяемый следующим соотношением:

$$U(\mathbf{k}, t) = \frac{2\pi e}{\chi k} \sum_{\mathbf{p}} \sum_{n,m} \langle a^+_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}} a_{\mathbf{p}} \rangle M(-k_x) M(-k_y), \tag{4}$$

χ — диэлектрическая проницаемость кристаллической решетки, угловые скобки означают усреднение по матрице плотности, соответствующей гамильтониану (2).

Уравнение движения в приближении случайных фаз для средних значений $\langle a^{+}_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}} a_{\mathbf{p}} \rangle$ имеет вид

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i\big[\varepsilon(\mathbf{p}+\mathbf{k}-e\mathbf{E}t) - \varepsilon(\mathbf{p}-e\mathbf{E}t)\big]\right\}\langle a^{+}_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}} a_{\mathbf{p}}\rangle$$

$$= -ieU(\mathbf{k}+\mathbf{g},t)M\big([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_x\big)M\big([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_y\big)(n_{\mathbf{p}+\mathbf{k}+\mathbf{g}} - n_{\mathbf{p}}), \quad (5)$$

где $n_{\mathbf{p}} = \langle a^{+}_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}}\rangle$ — числа заполнения электронных уровней в 2D электронном газе. Подставляя решение последнего уравнения в (4), после некоторых преобразований получаем для компоненты Фурье $U(\mathbf{k},t)$ следующее выражение:

$$\tilde{U}(\mathbf{k},\omega) = \frac{2\pi e^2}{\chi k}\sum_p\sum_{n,m} M^*(k_x)M^*(k_y)$$

$$\times M\big([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_x\big)M\big([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_y\big)\Pi(\mathbf{k},\omega)\tilde{U}(\mathbf{k}+\mathbf{g},\omega), \quad (6)$$

где

$$\Pi(k,\omega) = \sum_p\sum_l J_l^2\left[\frac{\Delta}{\Omega}\sin\left(\frac{k_x d}{2}\right)\right]$$

$$\times \frac{n_{p+k} - n_p}{\varepsilon(p_y+k_y) - \varepsilon(p_y) - \omega + l\Omega} \quad (7)$$

— поляризационный оператор. Из (6) получаем уравнение, определяющее дисперсионную зависимость $\omega(\mathbf{k})$,

$$\frac{2\pi e^2}{\chi}\Pi(\mathbf{k},\omega)S(\mathbf{k}) = 1, \quad (8)$$

где

$$S(\mathbf{k}) = \sum_{n,m}\frac{\big|M\big([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_x\big)\big|^2\big|M\big([\mathbf{k}+\mathbf{g}]_y\big)\big|^2}{\sqrt{(k_x+g_x)^2+(k_y+g_y)^2}}. \quad (9)$$

Из соотношений (7)–(9) следует, что частота плазменных колебаний зависит от волнового вектора периодически, с периодом $2\pi/d$. Поэтому мы можем ограничиться рассмотрением спектра колебаний в пределах первой зоны Бриллюэна:

$$-\pi/d < k_x < \pi/d, \qquad -\pi/d < k_y < \pi/d. \quad (10)$$

Вычисление множителя $S(\mathbf{k})$ требует знания конкретного вида потенциальных ям, образующих СС. Рассмотрим случай, когда $\varphi(x) = \mathrm{const}$ при $0 \leqslant x \leqslant d$ и $\varphi(x) = 0$ при $x < 0$, $x > d$. В этом случае выражение (9) примет вид

$$S(k) = \frac{4}{d^4}$$

$$\times \sum_{n,m}\frac{(1-\cos k_s d)(1-\cos k_y d)}{(k_x+g_x)^2(k_y+g_y)^2\sqrt{(k_x+g_x)^2+(k_y+g_y)^2}}. \quad (11)$$

При произвольных значениях $\mathbf{k}$ сумма в (11) не выражается через табулированные функции. При малых значениях k ($k_x, k_y \ll \pi/d$) величина $S(\mathbf{k})$ ведет себя как $1/|\mathbf{k}|$.

Рассмотрим далее невырожденный электронный газ, для которого

$$n(\mathbf{p}) \approx \exp[-\varepsilon(p_x,p_y)/T], \quad (12)$$

где T — температура в энергетических единицах. Вычисление поляризационного оператора значительно упрощается в случае высоких температур: $2\Delta \ll T$. При этом получаем

$$\Pi(\mathbf{k},\omega) = -\frac{N_0}{T}\left(1 - \frac{1}{4\pi}\sum_l J_l^2(Z)\right.$$

$$\left.\times\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\bar{\omega}dz}{\bar{\omega} - \sin(k_y d/2)\sin z}\right), \quad (13)$$

где N_0 — поверхностная плотность 2D электронного газа, $\bar{\omega} = (\omega - l\Omega)/\Delta$, $Z = \frac{\Delta}{\Omega}\sin\left(\frac{k_x d}{2}\right)$, $J_l(Z)$ — функция Бесселя вещественного аргумента. Проинтегрировав в (13), получим выражение для поляризационного оператора

$$\Pi(\mathbf{k},\omega) = -\frac{N_0}{T}\left[1 - \sum_n J_n^2(Z)\frac{\bar{\omega}}{\sqrt{\bar{\omega}^2 - \sin(k_y d/2)^2}}\right.$$

$$\left. - \frac{i}{4\pi}\sum_m J_m^2(Z)\frac{\bar{\omega}}{\sqrt{\sin(k_y d/2)^2 - \bar{\omega}^2}}\right], \quad (14)$$

где суммирование по индексам n и m ограничено неравенствами

$$\begin{cases} n < \dfrac{\omega - \Delta|\sin(k_y d/2)|}{\Omega} \\ n > \dfrac{\omega + \Delta|\sin(k_y d/2)|}{\Omega} \end{cases},$$

$$\frac{\omega - \Delta|\sin(k_y d/2)|}{\Omega} < m < \frac{\omega + \Delta|\sin(k_y d/2)|}{\Omega}. \quad (15)$$

Рассмотрим далее случай $\Omega \gg \Delta\sin(k_y d/2)$. При этом следует различать следующие ситуации.

а) $\Omega \gg \omega$, $k_y d \ll 1$.

В этом случае в сумме по n в выражении (14) можно оставить лишь член с $n = 0$. С учетом этого из соотношения (8) получаем для частоты плазменных колебаний

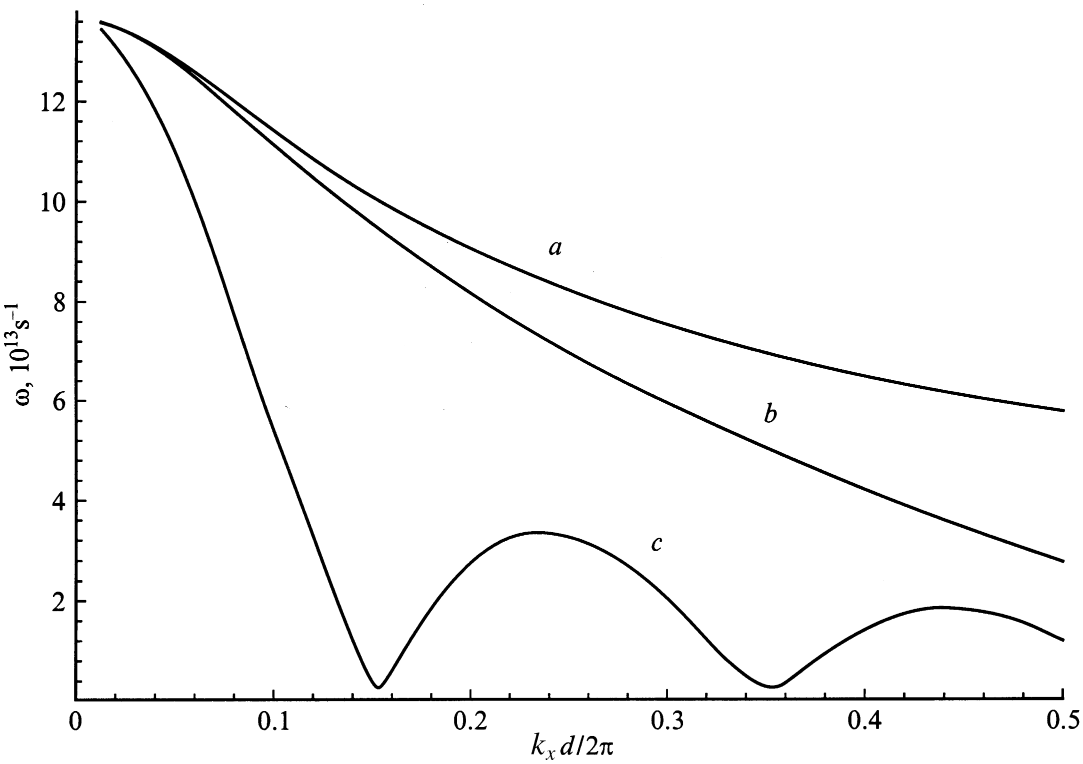
$$\omega = V_m k_y \frac{F(k,\Omega)}{\sqrt{2F(k,\Omega) - 1}}, \quad (16)$$

где

$$F(k,\Omega) = 1 + q^2 J_0^2(Z)S(k)/2,$$

$V_m = \Delta d/2$ — характерная скорость электронов в СС, $q = (4\pi e^2 N_0/\chi T)^{1/2}$ — величина, обратная дебаевскому радиусу.

Из (16) следует, что частота плазмонов в сильном электрическом поле зависит от величины напряженности поля осциллирующим образом. Аналогичный результат



Зависимости $\omega(k_x)$ при концентрации $N_0 = 10^{11}$ см$^{-2}$, $d = 10^{-6}$ см, $\Delta = 10^{-2}$ эВ, $k_y \approx 10^4$ см$^{-1}$ и значениях параметра: a — $\Delta/\Omega \approx 0.1$, b — $\Delta/\Omega \approx 1$, c — $\Delta/\Omega \approx 10$.

был получен для плазменных колебаний в одномерной сверхрешетке в присутствии сильного электрического поля [7]. В обоих случаях осцилляции связаны с геометрическим резонансом между длиной волны плазмона и амплитудой штарковских колебаний электрона в сильном электрическом поле. На рисунке построен график зависимости $\omega(k_x)$, полученный с помощью численного анализа формул (11), (16).

При $k_x d \ll 1$, $k_y d \ll 1$ и $k_x = k_y$ спектр плазмонов обладает дисперсией $\omega^2 \propto k$, характерной для плазменных волн в 2D электронном газе [8,9].

б) $\Omega \gg \Delta$.

В этом случае функцию Бесселя в (16) можно разложить в ряд Тейлора. В нулевом приближении по Z получаем для частоты плазменных колебаний

$$\omega = \Delta \left| \sin \frac{k_y d}{2} \right| \frac{F(k)}{\sqrt{2F(k) - 1}}, \tag{17}$$

где $F(k) = 1 + q^2 S(k)/2$. В данном случае пропадает зависимость ω от напряженности постоянного поля.

В рассмотренном выше приближении $\Omega \gg \Delta \sin(k_y d/2)$ отсутствует затухание Ландау. Такое затухание возможно лишь в том случае, когда частота плазменных волн (ω) удовлетворяет условию

$$m\Omega - \Delta \left| \sin \frac{k_y d}{2} \right| < \omega < m\Omega + \Delta \left| \sin \frac{k_y d}{2} \right|. \tag{18}$$

Действительно, физический механизм затухания Ландау связан с поглощением (излучением) плазмона частицей. Закон сохранения энергии для этого процесса имеет вид

$$\varepsilon_n(p_y) - \varepsilon_m(p_y \pm k_y) = \mp\omega \tag{19}$$

(верхний знак соответствует поглощению плазмона). Подставляя в (19) энергетический спектр электронов в присутствии сильного электрического поля

$$\varepsilon_n(p_y) = n\Omega - \Delta \cos(p_y d)/2,$$

можно убедиться, что уравнение (19) выполняется только при условии (18).

Сделаем численные оценки. Для проявления осцилляционной зависимости $\omega(k_x)$, как следует из (16), необходимо, чтобы аргумент функции Бесселя Z был по крайней мере больше Z_0 ($Z_0 \approx 2.41$ — наименьший корень функции Бесселя). Первый минимум на рисунке при $\Delta = 10^{-2}$ эВ, $k_x \approx 8 \cdot 10^4$ см$^{-1}$ должен наблюдаться при $E = 3 \cdot 10^3$ В/см.

Список литературы

[1] А.А. Быков, Г.М. Гусев, З.Д. Квон и др. Письма ЖЭТФ, **53** (8), 407 (1991).

[2] Г.М. Гусев, З.Д. Квон, В.Б. Бесман и др. ФТП, **26** (3), 539 (1992).

[3] Д. Ферри, Л. Эйкерс, Э. Гринич. *Электроника ультрабольших интегральных схем* (М., Мир, 1991).

[4] С.В. Крючков, А.И. Шаповалов. ФТТ, **39** (8), 1470 (1997).
[5] С.Ю. Глазов, С.В. Крючков. ФТТ, **34** (7), 835 (2000).
[6] В.А. Яковлев. ФТТ, **3** (7), 1983 (1961).
[7] Э.М. Эпштейн. ФТТ, **21** (6), 1719 (1979).
[8] F. Stern. Phys. Rev. Lett., **18** (14), 546 (1967).
[9] Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. *Электронные свойства двумерных систем* (М., Мир, 1985).

Редактор Т.А. Полянская

Plasma oscillations in two-dimensional semiconductor superstructures in the presence of a high electric field

S.Yu. Glazov, S.V. Kryuchkov

Volgograd State Pedagogical University,
400013 Volgograd, Russia